

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Сибирский федеральный университет»

На правах рукописи

Кадена Ласлуиса Луис Рауль

**АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВИЗУАЛЬНЫХ ДАННЫХ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ**

Специальность 05.13.01 – системный анализ, управление и обработка
информации (космические и информационные технологии)

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель –
доктор технических наук
Симонов К.В.

Красноярск – 2014

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВИЗУАЛЬНЫХ ДАННЫХ.....	11
1.1. Обзор подходов к геометрическому анализу визуальных данных	11
1.2. Основные понятия и определения шварлет-преобразования.....	15
1.2.1. Непрерывное шварлет-преобразование.....	16
1.2.2. Дискретное шварлет-преобразование.....	20
1.2.3. Алгоритмы дискретного шварлет-преобразования.....	24
1.3. Разделение изображений на основе шварлет-преобразования.....	28
1.3.1. Теоретические основы метода разделения изображений.....	28
1.3.2. Решение задачи геометрического разделения изображения.....	31
1.4. Модификация метода геометрического анализа визуальных данных....	35
1.4.1. Вычислительная методика геометрического разделения изображений.....	35
1.4.2. Выделение контуров объектов на изображении.....	37
1.4.3. Сравнительный анализ алгоритмов для решения задачи шумоподавления	39
1.5. Выводы по главе	43
ГЛАВА 2. АЛГОРИТМЫ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХААРА.....	45
2.1. Кратномасштабный анализ: вейвлет Хаара.....	45
2.2. Методика обработки сложного сигнала на основе вейвлета Хаара.....	52
2.3. Удаление шума с использованием вейвлет-преобразования.....	55
2.4. Вейвлет-преобразование Хаара для двумерного сигнала.....	58
2.5. Модифицированная методика решения задачи сжатия изображения на основе вейвлет-преобразования Хаара.....	63
2.6. Выводы по главе.....	71

ГЛАВА 3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ.....	72
3.1. Методика построения аппроксимационных моделей на основе быстрой нелинейной регрессии.....	72
3.2. Усовершенствование вычислительной методики.....	77
3.3. Анализ сложных сигналов на основе нелинейной регрессии.....	85
3.4. Построение модели зависимости заболеваемости от факторов окружающей среды.....	88
3.5. Выводы по главе	93
ГЛАВА 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАЗРАБОТАННОГО АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ.....	95
4.1. Решение задач на основе алгоритмов шпурлет-преобразования	95
4.2. Решение задач шумоподавления и сжатия изображений на основе вейвлет-анализа данных.....	98
4.3. Алгоритмическое обеспечение решения задачи анализа данных в рамках информационной системы	101
4.4. Компьютерная оболочка информационной системы.....	105
4.5. Выводы по главе	108
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	110
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	112
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Описание алгоритмического обеспечения шпурлет-преобразования изображений.....	128
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Листинг кода <i>Matlab</i> программы обработки сигналов и изображений на основе вейвлета Хаара.....	139
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Описание многомерной нелинейной регрессии визуальных данных.....	149

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. В последнее десятилетие активно развивается аппаратное обеспечение в экологических исследованиях, появляются все более совершенные и сложные аппаратные комплексы. В то же время известные алгоритмические средства не вполне соответствуют требованиям по быстродействию и качеству обработки сложных визуальных данных, регистрируемых вновь создаваемыми приборами, а также решению новых актуальных задач геометрического анализа данных экологического мониторинга, основанного на вейвлет- и шиарлет-преобразованиях.

Шиарлет-преобразование является новым методом многомерного анализа информации [136, 141, 146-147, 151]. Этот метод отличается возможностью определения анизотропной составляющей в анализируемых данных, что может быть применимым для решения задач обработки изображений. Идея шиарлет-преобразования опирается на хорошо разработанную теорию вейвлет-анализа и является её естественным расширением. Так, параметрами шиарлет-преобразования являются не только смещение и коэффициент масштабирования, но и сдвиг (shear).

Исследования по шиарлет-анализу в последние годы отмечены в работах Д. Лабате и Г. Кутинек (Labate D., Kutyniok G., 2006-2014). Шиарлет-преобразование применимо для анализа сложных изображений и учитывает масштаб, пространство и направление. Шиарлет-преобразование позволяет работать с криволинейными сингулярностями, учитывать анизотропные свойства исследуемой среды. Следовательно, для решения новых задач экологического мониторинга необходимо модифицировать метод геометрического анализа визуальных данных за счет обеспечения возможности выбора эффективных алгоритмов шиарлет-преобразования, что позволило бы повысить точность выделения линейных структур, визуальное качество изображений изучаемых объектов и их контуров.

Вейвлет-преобразование является неотъемлемой составляющей геометрического анализа, поэтому алгоритмы вейвлет-преобразования сигналов и изображений являются предметом исследований в [5, 17, 24, 36, 38-39, 43, 71-72, 88-90, 108, 121, 123-124, 134, 152-153, 157]. Известно, что вейвлет-преобразование Хаара используется для сжатия исходных сигналов и изображений. После преобразования получаем набор коэффициентов аппроксимации и детализации для каждого уровня преобразования. Благодаря этому можно передать сжатый сигнал по каналу с малой пропускной способностью и, постепенно догружая коэффициенты детализации от N-го уровня до 1-го, получить исходный сигнал. В рамках специализированной информационной системы экологического мониторинга возникла необходимость модификация методики для решения задач аппроксимации и фильтрации пространственно-временных данных на основе функции Хаара и вейвлета Хаара, которая позволила бы эффективно решать задачу сжатия информации и тем самым существенно повысить объемы хранения информации в базе данных.

Построение нелинейных моделей с заданной точностью для больших массивов данных экологического мониторинга в рамках существующих методик вызывает существенные затруднения, поскольку необходим универсальный вычислительный инструментарий, позволяющий с единых позиций анализировать и интерпретировать разнородные данные наблюдений. Поэтому важной задачей является усовершенствование вычислительной методики комплексной обработки и интерпретации экологических данных с помощью построения нелинейных многопараметрических регрессионных (аппроксимационных) моделей [1, 19, 41-42, 44-47, 60, 68, 73, 75, 77, 104], которые позволяют решать практические задачи, связанные с обеспечением безопасности окружающей среды [3-4, 12-13, 30-31, 74, 91, 99-102, 130].

Разработка новых алгоритмических средств обработки визуальных данных экологического мониторинга в рамках специализированной

информационной системы является актуальной задачей, т.к. в существующих программных комплексах невозможно сколько-нибудь оперативно и качественно выполнить геометрический анализ сложных пространственных данных и изображений. Отметим, что принципы построения специализированной информационной системы экологического мониторинга соответствуют методологии системного анализа [33-35, 78, 84, 105, 107, 110, 120, 126].

Целью диссертационной работы является повышение качества обработки и интерпретации визуальных данных путем модификации алгоритмического обеспечения решения задач геометрического анализа.

Поставленная цель определила необходимость решения следующих задач:

1. Провести анализ методов и алгоритмов геометрического анализа визуальных данных, основанных на вейвлет- и шиарлет-преобразованиях.

2. Модернизировать метод геометрического анализа изображений применительно к решению основных вычислительных задач экологического мониторинга.

3. Разработать вычислительную методику обработки сигналов и изображений на основе вейвлета Хаара.

4. Усовершенствовать вычислительную методику построения аппроксимационных моделей на основе быстрого алгоритма многопараметрической нелинейной регрессии.

5. Провести экспериментальные исследования разработанного алгоритмического обеспечения при решении актуальных задач экологического мониторинга в рамках специализированной информационной системы.

Область исследования. Работа выполнена в соответствии с пунктом 12 «Визуализация, трансформация и анализ информации на основе компьютерных методов обработки информации» паспорта специальностей

ВАК (технические науки, специальность 05.13.01 – системный анализ, управление и обработка информации).

Методы исследования и фактические данные. При выполнении диссертационной работы использовались методы линейной алгебры, теория обработки сигналов и изображений, методы кратномасштабного анализа данных и нелинейной минимизации.

В работе использовались данные экологического мониторинга в рамках специализированной информационной системы.

Новизна диссертационной работы состоит в следующем:

1. Модифицирован метод геометрического анализа визуальных данных для применения в задачах экологического мониторинга за счет обеспечения возможности выбора эффективных алгоритмов шпатель-преобразования, что позволило повысить точность выделения линейных структур и визуальное качество изображений изучаемых объектов.

2. Модифицирована методика обработки сигналов и изображений на основе вейвлета Хаара, за счет выбора коэффициента сжатия, позволяющая эффективно решать задачу сжатия информации, и тем самым существенно повысить объемы хранения информации в базе данных специализированной информационной системы.

3. Усовершенствована вычислительная методика построения аппроксимационных функций, основанная на быстрой многопараметрической нелинейной регрессии, которая предназначена для решения задач аппроксимации и визуализации данных экологического мониторинга, что позволило повысить точность решения прикладных задач.

Практическая значимость. Предложенные в диссертационной работе модифицированный метод, модифицированная методика вейвлет-преобразования Хаара и усовершенствованная вычислительная методика нелинейной многопараметрической регрессии предназначены для практического применения в программно-аппаратных комплексах обработки сложных сигналов и геометрического анализа изображений, а также для

построения аппроксимационных моделей с целью повышения качества обработки и анализа визуальных данных, полученных в рамках экологического мониторинга.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Модифицированный метод геометрического анализа визуальных данных экологического мониторинга, основанный на шиарлет- и вейвлет-преобразованиях, позволяет повысить точность выделения линейных структур и визуальное качество изображений изучаемых объектов.

2. Модифицированная методика обработки сложных сигналов и изображений на основе вейвлета Хаара позволяет эффективно решать задачу сжатия информации, и тем самым повысить объемы хранения информации в базе данных специализированной информационной системы.

3. Усовершенствованная вычислительная методика построения аппроксимационных функций, основанная на быстрой многопараметрической нелинейной регрессии, позволяет решать задачи аппроксимации и визуализации данных экологического мониторинга с повышенной точностью.

Личный вклад. Все алгоритмические решения, программная реализация, работы по апробации и тестированию разработанных алгоритмов и методик выполнялись лично соискателем.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы представлялись на международных форумах, всероссийских семинарах и конференциях: Кубатурные формулы, методы Монте-Карло и их приложения (Красноярск, 2011); Всероссийский семинар «Нейроинформатика, её приложения и анализ данных» (Красноярск, 2011, 2012); XII Всероссийская конференция «Проблемы информатизации региона» (Красноярск, 2011); XVI Всероссийский симпозиум «Сложные системы в экстремальных условиях» (Красноярск, 2012, 2014); XVII Всероссийская Байкальская конференция «Информационные и математические технологии в науке и управлении» (Иркутск, 2012, 2013); XI

Всероссийская конференция «Теоретические и прикладные вопросы современных информационных технологий» (Улан-Удэ, 2012); Всероссийская конференция «Всесибирский конгресс женщин-математиков» (Красноярск, 2012, 2014); IV Всероссийская конференция «Безопасность и живучесть технических систем» (Красноярск, 2012); Всероссийская научно-практическая конференция «Мониторинг, моделирование и прогнозирование опасных природных явлений и чрезвычайных ситуаций» (Железногорск, 2013); III Всероссийская конференция «Математическое моделирование и вычислительно-информационные технологии в междисциплинарных научных исследованиях» (Иркутск, 2013); VI Евразийский симпозиум (Якутск, 2013); Вторая Российско-китайская молодежная конференция «Вычислительная алгебра и моделирование» (Ростов-на-Дону, 2013); Международная конференция «Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений», посвященная 105-летию со дня рождения академика С.Л. Соболева (Новосибирск, 2013); X конференция «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании» (Врнячка Баня, Сербия; Будва, Черногория, 2013); Международная конференция «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании» (Усть-Каменогорск, Казахстан, 2013); Пятая международная конференция «Системный анализ и информационные технологии» (Красноярск, 2013); Всероссийская конференция «Индустриальные информационные системы» (Новосибирск, 2013); Всероссийская научная конференция «Обработка пространственных данных и дистанционный мониторинг природной среды и масштабных антропогенных процессов» (Барнаул, 2013); XII Всероссийская конференция «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики» (Санкт-Петербург, 2014); Международная конференция «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики 2014» (Новосибирск, 2014); Международная научная конференция «Региональные проблемы дистанционного зондирования Земли» (Красноярск, 2014), а также на

школах-семинарах ИВТ СО РАН (2012, 2013), на научных семинарах в ИКИТ СФУ (2013, 2014), ИВМ СО РАН (2013), НГУ (2013), ИНГГ СО РАН (2013).

Публикации. По результатам диссертационного исследования опубликовано: 30 печатных работ, из них 4 статьи в научных изданиях из перечня ВАК, 16 публикаций в трудах и материалах научных конференций и 10 публикаций в сборниках тезисов докладов.

Структура работы. Работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и трех приложений. Текст диссертации содержит 155 страниц, изложение иллюстрируется 79 рисунками и 17 таблицами. Библиографический список включает 166 наименований.

ГЛАВА 1. АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВИЗУАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В первой главе рассмотрены существующие методы и алгоритмы решения задач геометрического анализа визуальных данных на основе шиарлет- и вейвлет-преобразований. Показано, что шиарлет-преобразование является эффективным инструментом для анализа внутренних геометрических черт изображения, использующим анизотропные и направленные оконные функции.

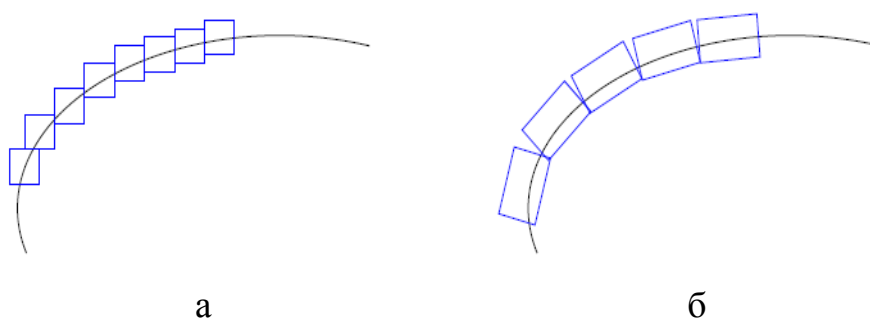
Представлено теоретическое описание основных понятий непрерывного шиарлет-преобразования для обработки и геометрического анализа пространственных данных экологического мониторинга. Модифицирован метод геометрического анализа визуальных данных для применения в задачах экологического мониторинга за счет обеспечения возможности выбора эффективных алгоритмов шиарлет-преобразования, что позволило повысить точность выделения линейных структур и визуальное качество изображений изучаемых объектов. Решены задачи выделения контуров изучаемых объектов и шумоподавления на изображениях.

Основные результаты исследований опубликованы в [55-56, 58, 63-67, 92-94, 112, 114-115, 117-118, 127, 155].

1.1. Обзор подходов к геометрическому анализу визуальных данных

Теоретической основой алгоритмического обеспечения для обработки данных экологического мониторинга в созданной информационной системе являются разработанные и обоснованные вычислительные схемы геометрического анализа пространственных данных и изображений с применением вейвлет-преобразования и нового вычислительного инструмента – шиарлет-преобразования [147].

В большинстве многомерных задач важные особенности рассматриваемых данных наблюдений сосредоточены в многообразиях малых размерностей. Например, при обработке изображений, край – это одномерная кривая, на которой интенсивность изображения резко меняется. В этой связи в последнее время вызывают большой интерес новые разработки, связанные с шиарлетами [141, 150], где представлены эффективные инструменты для анализа внутренних геометрических черт изображения, использующие анизотропные и направленные оконные функции (рис. 1.1.1).



- а) – вейвлет-покрытие: изотропные элементы для описания линии;
- б) – шиарлет-покрытие: анизотропные элементы для описания линии

Рисунок 1.1.1 – Вейвлет- и шиарлет-представления

При таком подходе направленность изучается за счет применения целых степеней матрицы сдвига, а эти операции сохраняют структуру целочисленной решетки, что имеет решающее значение для цифровой реализации. По сути, эта ключевая идея приводит к единому анализу, как в непрерывной, так и в дискретной области, обеспечивая при этом оптимально редкие приближения анизотропных характеристик. Шиарлеты стали частью обширной исследовательской деятельности с 2006 г. (Kutyniok, Labate [138, 142-144, 146, 149]), с целью создания нового инструмента для анализа и обработки многомерных данных, которые ранее выходили за рамки традиционного Фурье- и вейвлет-анализа [2, 5, 7, 10, 17, 23-24, 32, 36-36, 43, 51, 60, 71-72, 79-80, 88-90, 109, 111, 122-124, 129, 134, 158].

Задача разделения изображения на морфологически разные составляющие (геометрический анализ) в последнее время вызывает большой интерес в научной среде в связи с её значимостью для актуальных приложений [147]. Вычислительные методики для эффективного и точного решения этой задачи могут быть применены к гораздо более широкому кругу областей науки и техники, в том числе к медицинской визуализации (томография), наблюдению и обработке речи, а также для обработки экологической информации, полученной с помощью дистанционного зондирования Земли (анализ изображений на космоснимках).

Задача разделения морфологически отличительных черт кажется неразрешимой, поскольку она неопределенна, так как имеем только одни известные данные (изображение) и два или более неизвестных, в последние годы проведены обширные исследования на эту тему. В книге Мейера [154] положено начало исследованиям в области разложения изображений, в частности, на основе применения вариационных методов. Несколько лет спустя Старк, Элад и Донохо в работе [156] предложили «морфологический анализ компонентов», в котором предлагается, что задача разложения может быть разрешима, если есть информация о типе особенностей, которые должны быть извлечены, и при условии, что морфологическая разница между ними достаточно сильна.

Для разделения точек и криволинейных особенностей в [160] теоретически доказано, что ℓ_1 -минимизация решает эту задачу со сколь угодно высокой точностью на основе подбора комбинации вейвлетов и кервлетов. Вейвлеты обеспечивают оптимально редкое разложение для точечных структур, а кервлеты обеспечивают оптимально редкое разложение для криволинейных структур. В тоже время, предлагается новый подход, где шиарлет-система обеспечивает единую обработку непрерывных моделей, а также цифровые модели и соответствующие алгоритмы разложения [162].

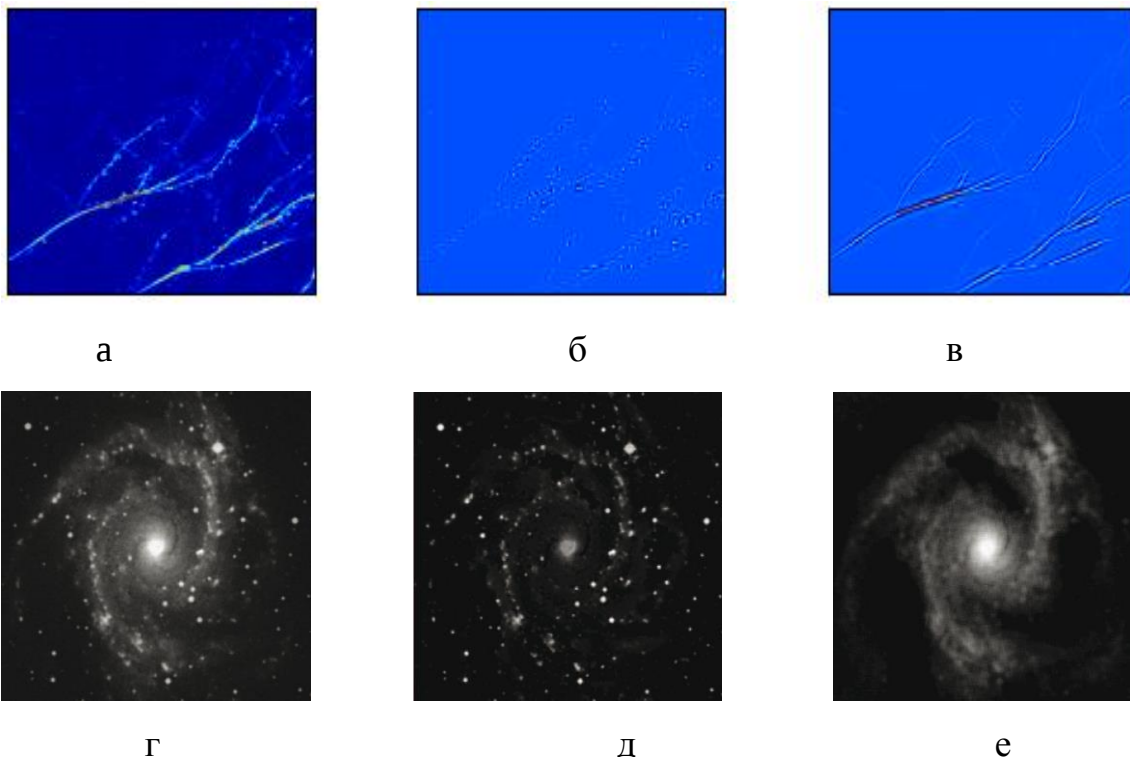
Шиарлет-системы – это системы с параболическим масштабированием, сдвигом и оператором параллельного переноса, это те же вейвлет-системы,

имеющие двоичное масштабирование и параллельный перенос, также включающие в себя характеристику направленности, имеющие дополнительную сдвиговую операцию (анизотропное масштабирование).

Сдвигающая операция, фактически, дает более удобный подход для анализа направлений, обеспечивая тем самым единую обработку непрерывных и цифровых областей, в отличие от кервлетов, которые базируются на вращении в непрерывной области [135]. Возникает вопрос – могут ли вейвлеты и шиарлеты быть применимы для разделения точечных и криволинейных особенностей. Теоретические результаты из [160], базирующиеся на применении вейвлетов и кервлетов [135], показывают, что они справедливы и для комбинированного набора вейвлетов и шиарлетов.

В указанном исследовании [160] представлен подход к разделению точечных и криволинейных структур, применяющий комбинированный набор вейвлетов и шиарлетов. Численные результаты свидетельствуют также, что полученные ранее результаты верны, т.е. этот подход лучше алгоритмов разделения, использующих вейвлеты и кервлеты, в частности, разработанный авторами статьи [160] алгоритм шиарлет-преобразования быстрее и обеспечивает более точное разделение, если, например, кривизна криволинейной части велика. В рамках воспроизводимых исследований описываемый алгоритм включен в свободно доступный инструментарий ShearLab [151, 159]. В качестве примера показано разделение изображения на точки и кривые для двух областей (рис. 1.1.2).

На рисунках 1.1.2 (а) – 1.1.2 (в) показаны извлеченные изображения, содержащие шипы и дендриты, соответственно. На рисунках 1.1.2 (г) – 1.1.2 (е) показаны извлеченные изображения, содержащие звезды и галактики, соответственно. Как показано на рисунке, представленный метод разделения изображения с использованием вейвлет- и шиарлет-преобразования эффективно решает указанные задачи и может быть использован для решения актуальных задач обработки визуальных данных экологического мониторинга.



а) – изображение нейрона; б) – извлеченные шипы;

в) – извлеченные дендриты [163];

г) – изображение галактики NGC 2997;

д) – извлеченные звезды; е) – извлеченные галактики [166]

Рисунок 1.1.2 – Разделение изображения на точки и кривые

1.2. Основные понятия и определения шиарлет-преобразования

Рассмотрим основные понятия и определения шиарлет-преобразования. Шиарлеты являются инструментом анализа в прикладной математике, которые позволяют эффективно определять анизотропные характеристики в классах задач многомерного анализа. Впервые для применения в анализе изображений шиарлеты были представлены в 2006 году [141]. Шиарлеты являются естественным расширением вейвлетов. Их введение обусловлено тем, что многомерные функции нескольких переменных содержат анизотропные характеристики (такие как края объектов на изображениях), в то время как вейвлеты, являясь изотропными объектами, не способны определять подобные явления.

1.2.1. Непрерывное шпатель-преобразование

Основные понятия, связанные с шпатель-преобразованием, исследуются в работе [147]. Рассмотрим матричное преобразование: масштабирование и сдвиг.

Изображение $P=(P1, P2, P3, P4)=((0,0), (0,2), (2,2), (2,0))$:



Масштабирование:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$x'=s_x \cdot x \text{ и } y'=s_y \cdot y.$$

Масштабирование ($s_x=s_y=2$), $((0,0), (0,4), (4,4), (4,0))$:



Сдвиг:

Есть две возможности: сдвиг параллельно оси x и оси y .

Сдвиг параллельно оси x :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$x'=x+ky \text{ и } y'=y.$$

Сдвиг параллельно оси y :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$x'=x \text{ и } y'=y+kx.$$

Сдвиг параллельно оси x (изображение P), $k=2$ $((0,0), (4,2), (6,2), (2,0))$:



Для определения фрагментов изображения, имеющих направленность,

введём по аналогии с вейвлетами три параметра: смещение t , масштабирование a и сдвиг s . В этом случае для построения непрерывной системы шиарлетов необходима комбинация соответствующих операторов.

Оператор смещения T_t вводится обычным образом: $T_t f(x) = f(x - t)$. Наиболее естественным выбором оператора масштабирования выглядит семейство D_{A_a} , $a > 0$, заданное матрицами вида $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}$, где параметр $\alpha \in (0, 1)$ обуславливает «степень анизотропии». Как правило, параметр α полагают равным $\frac{1}{2}$, поскольку такой выбор упрощает переход к дискретному шиарлет-преобразованию.

В таком случае матрица A_a становится матрицей «параболического масштабирования». Определяем семейство ортогональных операторов сдвига D_{S_s} , $s \in \mathbb{R}$, образованных матрицами $S_s = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Определение 1. Для $\psi \in L^2(\mathbb{R}^2)$ непрерывной системой шиарлетов $\mathcal{SH}(\psi)$ называется множество

$$\mathcal{SH}(\psi) = \left\{ \psi_{a,s,t}(x) = T_t D_{S_s} D_{A_a} \psi(x) = a^{-\frac{3}{4}} \psi(A_a^{-1} S_s^{-1}(x - t)) : a > 0, s \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^2 \right\}.$$

Соответствующим непрерывным шиарлет-преобразованием некоторого $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$ называется отображение

$$L^2(\mathbb{R}^2) \ni f \rightarrow \mathcal{H}_\psi f(a, s, t) = \langle f, \psi_{a,s,t} \rangle, \quad (a, s, t) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2.$$

Таким образом, непрерывное шиарлет-преобразование отображает функцию f на семейство функций $\psi_{a,s,t}$ с масштабирующим коэффициентом a , ориентацией s и смещением t .

Анизотропное растяжение a определяет «масштаб» шиарлета, действуя на него различными множителями вдоль каждой оси, что обеспечивает вытянутость носителя шиарлета в области частот.

Матрица сдвига S_s не является расширяющей и определяет ориентацию шиарлета, используя параметр s для определения направленности входных данных. Параметр t позволяет указать позицию, в которой может быть обнаружен анизотропный участок изображения (рис. 1.2.1).

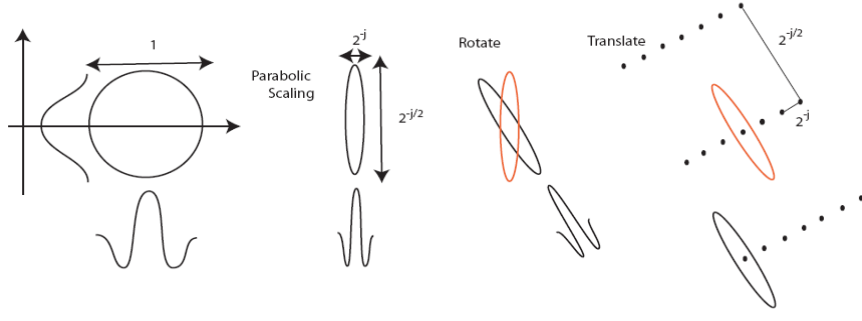


Рисунок 1.2.1 – Шиарлет-преобразование:

параметризованные масштабы, местоположения и ориентации

Преобразование Фурье элемента системы шиарлетов имеет вид:

$$\hat{\psi}_{a,s,t}(\omega) = a^{\frac{3}{4}} e^{-2\pi i \langle t, \omega \rangle} \hat{\psi}(A_a^T S_s^T \omega) = a^{\frac{3}{4}} e^{-2\pi i \langle t, \omega \rangle} \hat{\psi}(a\omega_1, \sqrt{a}(\omega_2 + s\omega_1)).$$

Шиарлет отвечает условию допустимости, если для $\psi \in L^2(\mathbb{R}^2)$ выполняется условие $\int_{\mathbb{R}^2} \frac{|\hat{\psi}(v_1, v_2)|}{v_1^2} dv_1 dv_2 < \infty$.

Определение 2. Функция $\psi \in L^2(\mathbb{R}^2)$ называется классическим шиарлетом, если она удовлетворяет условию допустимости.

Пусть функция $\psi \in L^2(\mathbb{R}^2)$ определена в частотной области следующим образом:

$$\hat{\psi}(\xi) = \hat{\psi}(\xi_1, \xi_2) = \hat{\psi}_1(\xi_1) \hat{\psi}_2\left(\frac{\xi_2}{\xi_1}\right),$$

где $\psi_1 \in L^2(\mathbb{R}^2)$ – дискретный вейвлет, для которого выполняются условия:

$$\sum_{j \in \mathbb{Z}} |\hat{\psi}_1(2^{-j} \xi)|^2 = 1, \xi \in \mathbb{R},$$

$\psi_1 \in C^\infty$ и $\text{supp}(\hat{\psi}_1) \subseteq \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{16}\right] \cup \left[\frac{1}{16}, \frac{1}{2}\right]$, а $\psi_2 \in L^2(\mathbb{R}^2)$ – функция рельефа, для которой выполняются условия:

$$\sum_{k=-1}^1 |\hat{\psi}_2(\xi + k)|^2 = 1, \xi \in [-1, 1],$$

$\psi_2 \in C^\infty$ и $\text{supp}(\hat{\psi}_2) \subseteq [-1, 1]$.

Такая функция ψ называется классическим шиарлетом. Как показано на рисунке 1.2.2, носитель каждого элемента классической системы шиарлетов $\psi_{a,s,t}$ в области частот представляет собой пару трапеций, симметричных относительно начала координат и ориентированных вдоль линии с уклоном s .

Отметим, что носитель $\hat{\psi}_1$ удалён от начала координат, а носитель $\hat{\psi}_2$ расположен неподалёку от точки $(0, 0)$.

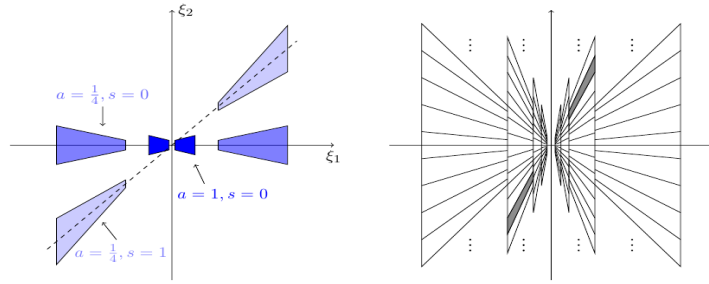


Рисунок 1.2.2 – Классический шиарлет: носители в области преобразования Фурье некоторых элементов системы шиарлетов при различных параметрах a и s

Таким образом, классический шиарлет ψ – это функция, вейвлетообразная вдоль одной оси и походящая на функцию рельефа вдоль другой оси. Одно из возможных сочетаний функций ψ_1 и ψ_2 , удовлетворяющих условиям классического шиарлета, выглядит следующим образом: ψ_1 – вейвлет Мейера, ψ_2 – сплайн.

Следует отметить, что если функция f имеет в области частот носитель на оси ординат, она может быть отображена в области шиарлет-преобразования только когда $s \rightarrow \infty$. Этот факт накладывает определенные ограничения в некоторых приложениях. В таком случае из области частот вырезают область низких частот $\mathcal{R} = \{(\xi_1, \xi_2): |\xi_1|, |\xi_2| \leq 1\}$, а оставшееся пространство разбивают на несколько участков-конусов, как показано на рисунке 1.2.3.

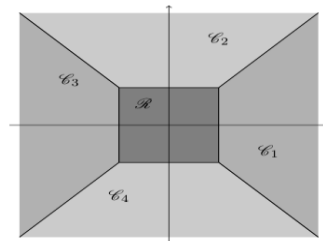


Рисунок 1.2.3 – Разбиение области частот для непрерывной системы шиарлетов на конусах

Определение 3. Непрерывной системой шиарлетов на конусах $\mathcal{SH}(\phi, \psi, \tilde{\psi})$ для функций $\phi, \psi, \tilde{\psi} \in L^2(\mathbb{R}^2)$ называется множество

$$\mathcal{SH}(\phi, \psi, \tilde{\psi}) = \Phi(\phi) \cup \Psi(\psi) \cup \tilde{\Psi}(\tilde{\psi}),$$

где

$$\Phi(\phi) = \{\phi_t = \phi(\cdot - t) : t \in \mathbb{R}\},$$

$$\Psi(\psi) = \{\psi_{a,s,t} = a^{-\frac{3}{4}}\psi(A_a^{-1}S_s^{-1}(\cdot - t)) : a \in (0,1], |s| \leq 1 + \sqrt{a}, t \in \mathbb{R}^2\},$$

$$\tilde{\Psi}(\tilde{\psi}) = \{\tilde{\psi}_{a,s,t} = a^{-\frac{3}{4}}\tilde{\psi}(\tilde{A}_a^{-1}S_s^{-1}(\cdot - t)) : a \in (0,1], |s| \leq 1 + \sqrt{a}, t \in \mathbb{R}^2\},$$

а $\tilde{A}_a = \text{diag}(a^{\frac{1}{2}}, a)$.

Теперь параметр сдвига s может принимать лишь ограниченное множество значений, и таким образом, можем определить лишь некоторое подмножество всех возможных направлений. Кроме того, функция ϕ в области частот должна иметь компактный носитель недалеко от начала координат, чтобы система $\Phi(\phi)$ включала в себя область низких частот $\mathcal{R}$.

Аналогично непрерывной системе шиарлетов определяется непрерывная система шиарлетов на конусах.

Определение 4. Непрерывным шиарлет-преобразованием на конусах функции $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$ называется отображение

$$f \rightarrow \mathcal{SH}_{\phi, \psi, \tilde{\psi}} f(t', (a, s, t), (\tilde{a}, \tilde{s}, \tilde{t})) = (\langle f, \phi_t \rangle, \langle f, \psi_{a,s,t} \rangle, \langle f, \tilde{\psi}_{\tilde{a}, \tilde{s}, \tilde{t}} \rangle),$$

где $(t', (a, s, t), (\tilde{a}, \tilde{s}, \tilde{t})) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{S}_{cone}^2$,

$$\mathbb{S}_{cone} = \{(a, s, t) : a \in (0,1], |s| \leq 1 + \sqrt{a}, t \in \mathbb{R}^2\}.$$

В [148] указано, что шиарлет-преобразование можно получить, используя преобразование Фурье, в соответствии со следующим выражением:

$$\mathcal{SH}_{\psi} f(\widehat{a, s, t})(x) = a^{\frac{3}{4}} \hat{f}(x) \overline{\hat{\psi}(A_a S_s^T x)}.$$

1.2.2. Дискретное шиарлет-преобразование

От введенного непрерывного шиарлет-преобразования можно перейти

к дискретному преобразованию, сконструировав дискретную систему шиарлетов [147]. Для этого необходимо разбить параметры шиарлетов на конечное множество дискретных значений и построить систему, которая по возможности будет сохранять свойства непрерывной системы, в том числе обеспечивать возможность обратного преобразования. При построении такой системы будем придерживаться подхода шиарлет-преобразования на конусах, чтобы избежать трудно моделируемых значений параметра s .

Определение 5. Дискретной системой шиарлетов, связанной с шиарлетом ψ , называется множество

$$\mathcal{SH}(\psi) = \{\psi_{j,k,m} = a_j \psi(S_{j,k} A_{2^j}(\cdot - t_m)) : j, k \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}^2\}.$$

В общем случае параметр масштаба выбирается из множества $\{a_j\}_{j \in \mathbb{Z}} \subset \mathbb{R}^+$. Параметры сдвига $\{s_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}} \subset \mathbb{R}$ выберем зависимыми от j , чтобы исследуемая направленность изменялась соответственно масштабу. Наконец, параметр смещения выберем из $c_1 \mathbb{Z} + c_2 \mathbb{Z}$ для некоторых $(c_1, c_2) \in \mathbb{R}$, что обеспечит необходимую гибкость конструкции для некоторых применений. Для изображения размера $M \times N$ принято определять дискретные значения параметров следующим образом:

$$a_j = 2^{-2j} = \frac{1}{4^j}, j = 0, \dots, j_0 - 1,$$

$$s_{j,k} = k 2^{-j}, -2^j \leq k \leq 2^j,$$

$$t_m = \left(\frac{m_1}{M}, \frac{m_2}{N}\right), m \in \mathcal{I},$$

$$\text{где } j_0 = \left\lfloor \frac{1}{2} \log_2 N \right\rfloor, \mathcal{I} = \{(m_1, m_2) : m_1 = 0, \dots, M-1, m_2 = 0, \dots, N-1\}.$$

Преобразование Фурье элемента дискретной системы шиарлетов выражается как

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_{a,s,t}(\omega) &= \hat{\psi} \left(A_{a_j}^T S_{s_{j,k}}^T \omega \right) e^{-2\pi i \langle \omega, t_m \rangle} \\ &= \hat{\psi}_1(4^{-j} \omega_1) \hat{\psi}_2 \left(2^j \frac{\omega_1}{\omega_2} + k \right) e^{-2\pi i \langle \omega, \left(\frac{m_1}{M}, \frac{m_2}{N}\right) \rangle}, \end{aligned}$$

$$\omega \in \Omega, \text{ где } \Omega = \left\{ (\omega_1, \omega_2) : \omega_1 = -\left\lfloor \frac{M}{2} \right\rfloor, \dots, \left\lfloor \frac{M}{2} \right\rfloor - 1, \omega_2 = -\left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor, \dots, \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor - 1 \right\}.$$

Аналогично непрерывному преобразованию вводится дискретное шиарлет-преобразование.

Для некоторой функции $\psi \in L^2(\mathbb{R}^2)$ дискретным шиарлет-преобразованием функции $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$ называется отображение

$$f \rightarrow \mathcal{H}_\psi f(j, k, m) = \langle f, \psi_{j,k,m} \rangle, \quad (j, k, m) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^2.$$

Таким образом, $\mathcal{H}_\psi$ ставит в соответствие некоторой функции f коэффициенты $\mathcal{H}_\psi f(j, k, m)$, связанные с масштабом j , ориентацией k и смещением m .

Согласно [147], восстановление возможно, если система $\mathcal{SH}(\psi)$ образует фрейм Парсеваля в пространстве $L^2(\mathbb{R}^2)$. В работе [147] доказывается следующее предложение: если $\psi \in L^2(\mathbb{R}^2)$ – классический шиарлет, то $\mathcal{SH}(\psi)$ образует фрейм Парсеваля в пространстве $L^2(\mathbb{R}^2)$.

Перенесём принцип разбиения области частот на конусы на дискретную систему шиарлетов.

Определение 6. Дискретной системой шиарлетов на конусах $\mathcal{SH}(\phi, \psi, \tilde{\psi}; c)$ для функций $\phi, \psi, \tilde{\psi} \in L^2(\mathbb{R}^2)$ и $c = (c_1, c_1) \in (\mathbb{R}^+)^2$ называется множество

$$\mathcal{SH}(\phi, \psi, \tilde{\psi}; c) = \Phi(\phi; c_1) \cup \Psi(\psi; c) \cup \tilde{\Psi}(\tilde{\psi}; c),$$

где

$$\Phi(\phi; c_1) = \{\phi_m = \phi(\cdot - c_1 m) : m \in \mathbb{Z}\},$$

$$\Psi(\psi; c) = \left\{ \psi_{j,k,m} = 2^{\frac{3}{4}} \psi(S_k A_{2^j} \cdot -M_c m) : j \geq 0, |k| \leq \left\lfloor 2^{\frac{j}{2}} \right\rfloor, m \in \mathbb{Z}^2 \right\},$$

$$\tilde{\Psi}(\tilde{\psi}; c) = \left\{ \tilde{\psi}_{j,k,m} = 2^{\frac{3}{4}} \tilde{\psi}(S_k \tilde{A}_{2^j} \cdot -\tilde{M}_c m) : j \geq 0, |k| \leq \left\lfloor 2^{\frac{j}{2}} \right\rfloor, m \in \mathbb{Z}^2 \right\},$$

где $M_c = \begin{pmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{pmatrix}$ и $\tilde{M}_c = \begin{pmatrix} c_2 & 0 \\ 0 & c_1 \end{pmatrix}$.

Функция ϕ называется масштабирующей функцией шиарлета, а функции $\psi, \tilde{\psi}$ – образующими. Как и в случае непрерывной системы, $\Phi(\phi; c_1)$ соответствует области низких частот, а $\Psi(\psi; c)$ и $\tilde{\Psi}(\tilde{\psi}; c)$ относятся к областям $\ell_1 \cup \ell_3$ и $\ell_2 \cup \ell_4$ соответственно.

Определение 7. Пусть $\Lambda = \mathbb{N}_0 \times \left\{ -\left\lfloor 2^{\frac{j}{2}} \right\rfloor, \dots, \left\lfloor 2^{\frac{j}{2}} \right\rfloor \right\} \times \mathbb{Z}^2$. Дискретным шиарлет-преобразованием на конусах функции $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$ для функций $\phi, \psi, \tilde{\psi} \in L^2(\mathbb{R}^2)$ называется отображение

$$f \rightarrow \mathcal{S}h_{\phi, \psi, \tilde{\psi}} f \left(m', (j, k, m), (\tilde{j}, \tilde{k}, \tilde{m}) \right) = \langle \langle f, \phi_{m'} \rangle, \langle f, \psi_{j,k,m} \rangle, \langle f, \tilde{\psi}_{\tilde{j},\tilde{k},\tilde{m}} \rangle \rangle ,$$

где $(m', (j, k, m), (\tilde{j}, \tilde{k}, \tilde{m})) \in \mathbb{Z}^2 \times \Lambda \times \Lambda$.

Выше было показано, что построить дискретную систему шиарлетов с ортогональным базисом представляется невозможным, однако целью является построение фрейма Парсеваля.

В работе [147] доказано, что $\Psi(\psi)$ образует фрейм Парсеваля для $L^2(\ell_1 \cup \ell_3)^\vee = \{f \in L^2(\mathbb{R}^2) : \text{supp}(\hat{f}) \subset \ell_1 \cup \ell_3\}$. Очевидно, то же утверждение справедливо и для $\tilde{\Psi}(\tilde{\psi})$ в подпространстве $L^2(\ell_2 \cup \ell_4)^\vee$.

Таким образом, фрейм Парсеваля для всего пространства $L^2(\mathbb{R}^2)$ можно построить объединением фреймов Парсеваля, относящихся к различным конусам в области частот. Следует отметить, что при таком построении фреймов Парсеваля коэффициенты шиарлет-преобразования, перекрывающиеся в области частот на прямых $\xi_1 = \pm \xi_2$, могут образовать разрывы. На рисунке 1.2.4. изображено разбиение области частот при описанном построении фреймов Парсеваля.

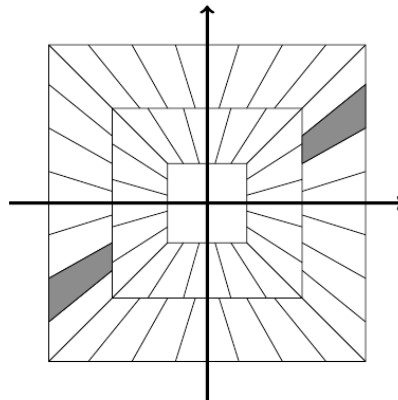


Рисунок 1.2.4 – Разбиение области частот, порождаемое фреймами Парсеваля для шиарлетов на конусах

Поскольку одной из главных причин, побудивших к построению

системы шиарлетов, является возможность приближённого представления исходного изображения и возможность эффективной алгоритмической реализации, важно выяснить, какова точность аппроксимации исходной функции в данном базисе. Обозначим за f_N приближение, полученное восстановлением N наибольших коэффициентов шиарлет-преобразования исходной функции f . В [147] приводится следующая оценка приближения исходного изображения:

$$\|f - f_N\|_2^2 \leq CN^{-2}(\log N)^3, N \rightarrow \infty,$$

где константа C не зависит от N .

Оценка показывает улучшение точности приближение функции (изображение) шиарлетами по отношению к Фурье- и вейвлет-приближению.

1.2.3. Алгоритмы дискретного шиарлет-преобразования

Рассмотрим основные алгоритмические решения. На общем принципе дискретизации шиарлет-преобразования, описанном в 1.2.2, построены существующие алгоритмические реализации дискретного шиарлет-преобразования. Это делает возможным обработку двумерных массивов данных, в том числе и цифровых изображений.

Рассмотрим две известные реализации дискретного шиарлет-преобразования. В работе [161] представлен алгоритм под названием «Fast Finite Shearlet Transform», также он приведен в [145]. В его основу положено дискретное быстрое прямое и обратное преобразования Фурье.

В качестве материнского вейвлета в данной реализации используется вейвлет Мейера. Область частот разбивается на четыре конуса и область низких частот, затем, согласно формуле Планшереля, имеем следующее представление:

$$\langle f, g \rangle = \frac{1}{MN} \langle \hat{f}, \hat{g} \rangle.$$

Тогда для $\ell_1 \cup \ell_3$ имеем

$$\begin{aligned}
sh(f)(j, k, m) &= \langle f, \psi_{j,k,m} \rangle = \frac{1}{MN} \langle \hat{f}, \hat{\psi}_{j,k,m} \rangle = \\
&= \frac{1}{MN} \sum_{\omega \in \Omega} e^{-2\pi i \langle \omega, \begin{pmatrix} \frac{m_1}{M} \\ \frac{m_2}{N} \end{pmatrix} \rangle} \hat{\psi}(4^{-j}\omega_1, 4^{-j}k\omega_1 + 2^{-j}\omega_2) \hat{f}(\omega_1, \omega_2) = \\
&= \frac{1}{MN} \sum_{\omega \in \Omega} \hat{\psi}(4^{-j}\omega_1, 4^{-j}k\omega_1 + 2^{-j}\omega_2) \hat{f}(\omega_1, \omega_2) e^{-2\pi i \langle \omega, \begin{pmatrix} \frac{m_1}{M} \\ \frac{m_2}{N} \end{pmatrix} \rangle}.
\end{aligned}$$

При вводе обозначения

$$\hat{g}_{j,k}(\omega) = \hat{\psi}(4^{-j}\omega_1, 4^{-j}k\omega_1 + 2^{-j}\omega_2) \hat{f}(\omega_1, \omega_2),$$

данное выражение может быть записано в виде

$$sh(f)(j, k, m) = \frac{1}{MN} \sum_{\omega \in \Omega} \hat{g}_{j,k}(\omega) e^{-2\pi i \langle \omega, \begin{pmatrix} \frac{m_1}{M} \\ \frac{m_2}{N} \end{pmatrix} \rangle}.$$

Тогда шиарлет-преобразование функции f можно вычислить как обратное преобразование Фурье:

$$\begin{aligned}
sh(f)(j, k, m) &= ifft2(\hat{g}_{j,k}) = \\
&= ifft2(\hat{\psi}(4^{-j}\omega_1, 4^{-j}k\omega_1 + 2^{-j}\omega_2) \hat{f}(\omega_1, \omega_2)).
\end{aligned}$$

Аналогичные выражения можно получить для других областей. В конечном итоге, шиарлет-преобразование функции f вычисляется следующим образом:

$$sh(f)(j, k, m) = \begin{cases} ifft2(\hat{\phi}(\omega_1, \omega_2) \hat{f}(\omega_1, \omega_2)) & \text{в области низких частот} \\ ifft2(\hat{\psi}(4^{-j}\omega_1, 4^{-j}k\omega_1 + 2^{-j}\omega_2) \hat{f}(\omega_1, \omega_2)) & \text{для } \ell_1 \cup \ell_3 \\ ifft2(\hat{\psi}(4^{-j}\omega_2, 4^{-j}k\omega_2 + 2^{-j}\omega_1) \hat{f}(\omega_1, \omega_2)) & \text{для } \ell_2 \cup \ell_4 \\ ifft2(\hat{\psi}^\times(4^{-j}\omega_1, 4^{-j}k\omega_1 + 2^{-j}\omega_2) \hat{f}(\omega_1, \omega_2)) & \text{при } |k| = 2^j \end{cases}$$

Для «проблемной» области на стыке конусов ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 и ℓ_4 преобразование вычисляется отдельно, где $\hat{\psi}$ и $\hat{\psi}^\times$ образы соответствующих преобразований на расчетном конусе. В работе [145] отмечается, что в теории указанный алгоритм применим к изображениям произвольных размеров, однако данная реализация принимает на вход только квадратные изображения, поскольку возникают затруднения при обращении с коэффициентами на диагоналях.

Следующий подход к вычислению шпурлет-преобразования под названием «ShearLab» описан в работе [151]. Данная реализация основывается на дискретном быстром преобразовании Фурье, однако несколько другим образом интерпретирует область частот. Плоскость, согласно общей схеме, разбивается на конусы, область низких частот и множество точек, оказавшихся на стыках конусов. Затем осуществляется переход к псевдополярным координатам (рис. 1.2.5), в которых вычисляется модифицированное преобразование Фурье. Поскольку переход к псевдополярным координатам не является изометрическим отображением, возникает необходимость в восстановлении «плотности» фрагментов, получающихся при дискретизации области частот. В качестве выхода из этой ситуации предлагается компенсировать искажение плотности при помощи довешивающих функций (weighting functions).

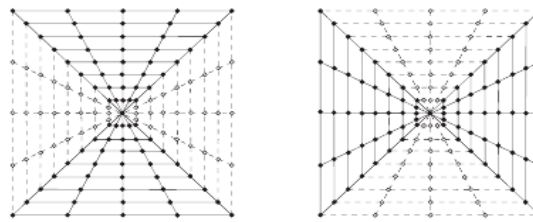


Рисунок 1.2.5 – Разбиение области частот на конусы
в псевдополярных координатах

Целью компенсации является восстановление структуры координатной сетки таким образом, чтобы для преобразования Фурье вновь была справедлива формула Планшереля. Пример компенсации участка приведен на рисунке 1.2.6.

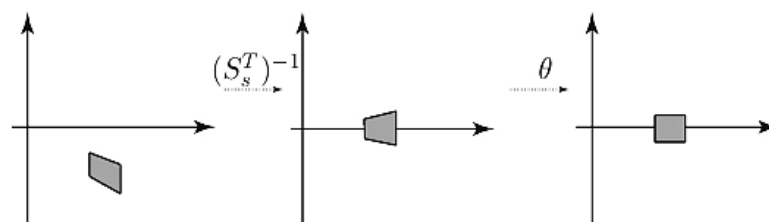


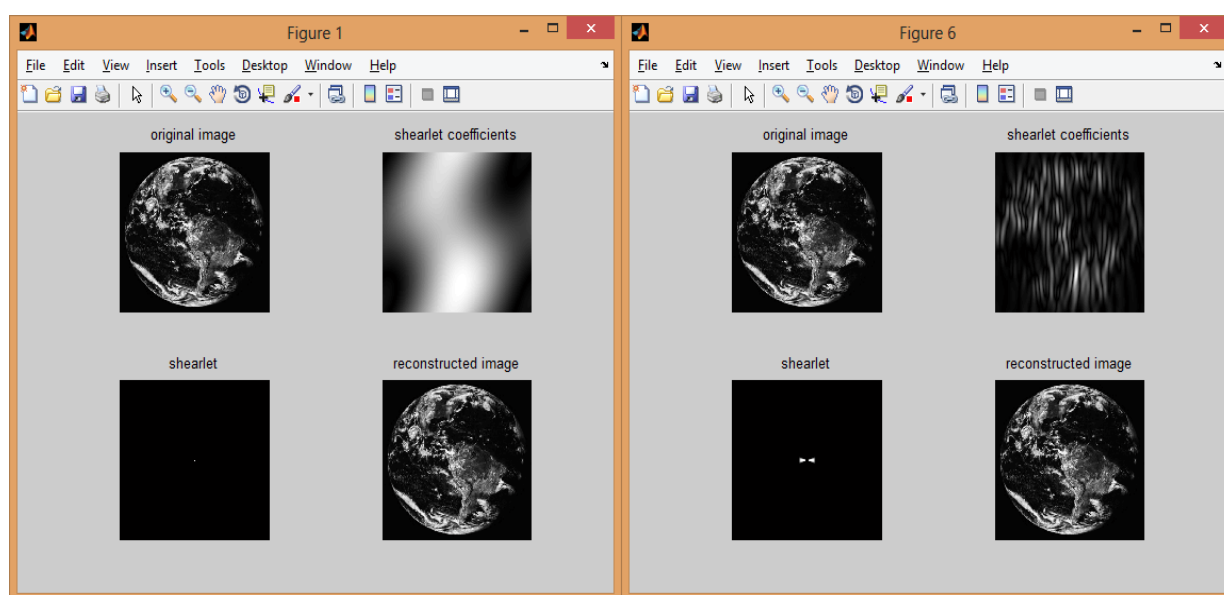
Рисунок 1.2.6 – Компенсация участка области частот при помощи
довешивающей функции

Рассматриваемые алгоритмы шиарлет-преобразования выполняют следующую последовательность действий:

- классическое преобразование Фурье;
- замена переменных и переход к полярной системе координат;
- компенсация радиальной плотности путём домножения на довешивающие функции;
- разбиение плоскости на прямоугольные фрагменты;
- обратное преобразование Фурье каждого фрагмента.

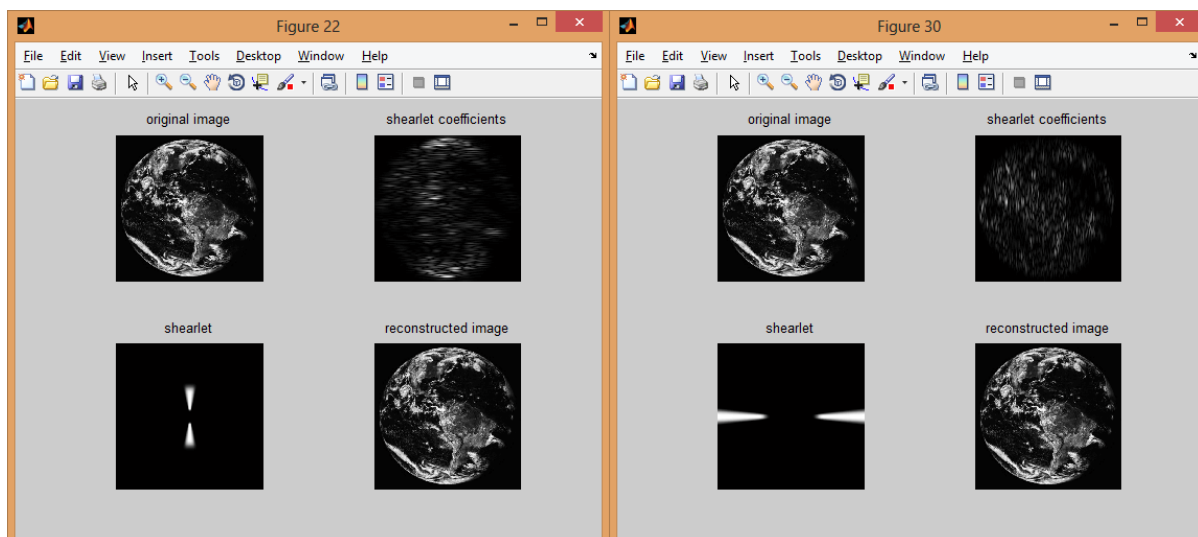
Восстановление исходного изображения из коэффициентов его шиарлет-преобразования выполняется на основе сопряжённых действий в обратном порядке.

Дискретное шиарлет-преобразование применимо для обработки изображений. Известны следующие результаты, которых можно добиться, применяя к коэффициентам шиарлет-преобразования различные фильтры: выделение контуров объектов на изображениях; шумоподавление; разделение изображений (геометрический анализ). В качестве примера на рисунке 1.2.7 показаны фрагменты результатов дискретного шиарлет-преобразования на основе алгоритма Hauser [145]: масштабирование, поворот и восстановление изображения (полные данные расчета приведены в Приложении 1).



а

б



В

Г

а) – первый масштаб; б) – второй масштаб; в) – третий масштаб;

г) – четвертый масштаб, где

1 – исходное изображение; 2 – шиарлет-коэффициенты;

3 – мгновенный шиарлет; 4 – восстановленное изображение

Рисунок 1.2.7 – Фрагмент результатов анализа данных на основе шиарлет-преобразования для различных масштабов и четырех направлений сдвига

Проанализировав результаты действия алгоритма дискретного шиарлет-преобразования для последнего масштаба и всевозможных направлений можно заметить следующую особенность, что на последнем масштабе шиарлет коэффициенты представляют фрагменты контуров исследуемых объектов на изображении.

1.3. Разделение изображений на основе шиарлет-преобразования

1.3.1. Теоретические основы метода разделения изображений

Следуя работе Г. Кутинек и В. Лим [163], рассмотрим теоретические основы метода разделения изображений на основе анализа морфологических компонентов. В работе Дж. Старка, М. Елада и Д. Донохо [156] представлен метод разделения изображений «анализ морфологических компонентов». В этом подходе предполагается, что каждое из изображений является линейной

комбинацией из нескольких компонентов, которые морфологически различны, например, точки, кривые и текстуры. Успех этого метода основывается на предположении, что каждый из компонентов редко представлен в определенной системе представлений.

Различные экспериментальные вычислительные результаты [156] свидетельствуют об эффективности этого метода для разделения изображения без сопутствующего математического обоснования.

Д. Донохо и Г. Кутинек [160] разработали математическую основу, в которой понятие успешного разделения строго определяется и может быть математически доказано в случае разделения точечных и криволинейных структур, которую называли геометрическим разделением.

В качестве математической модели для композиции точечных и криволинейных структур рассматриваются следующие две компоненты:

– «точечному» объекту соответствует всюду, кроме сингулярных точек, гладкая функция $\mathcal{P}$, определяемая следующим образом:

$$\mathcal{P} = \sum_{i=1}^P |x - x_i|^{-3/2} ;$$

– «криволинейному» объекту сопоставим распределение $\mathcal{C}$ с сингулярностью вдоль кривой $\tau: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, определяемое следующим образом $\mathcal{C} = \int \delta_{\tau(t)} dt$, тогда смоделированная ситуация представляет сумму:

$$f = \mathcal{P} + \mathcal{C}. \quad (1.3.1)$$

Следовательно, задача геометрического разделения заключается в восстановлении $\mathcal{P}$ и $\mathcal{C}$ по рассматриваемому сигналу f . Как указано выше, важно выбрать две системы представлений, каждая из которых отражает морфологически разные элементы в задаче геометрического разложения. Описанные выше результаты подтверждают, что криволинейные особенности могут быть отображены с помощью шиарлетов.

С другой стороны, известно, что вейвлеты дают оптимально разряженную аппроксимацию всюду гладких, кроме сингулярных точек,

функций. Таким образом, выбираем полную систему, в которой будем разлагать сигнал f на комбинацию из двух следующих систем:

- ортонормированные вейвлеты Мейера, т.е. вейвлеты с ограниченной полосой пропускания, которые задают ортонормированный базис изотропных порождающих элементов;

- шиарлеты с ограниченной полосой пропускания, т.е. направленная и анизотропно плотная система, порожденная шиарлетами с ограниченной полосой пропускания и с порождающей функцией ψ .

Так как масштабирование поддиапазонов шиарлетов и вейвлетов схожи, можно определить совокупность фильтров $(F_j)_j$, позволяющих разложить функцию f на составляющие f_j с разными масштабами j , зависящими от поддиапазонов. Составляющие f_j , связанные с поддиапазоном j , образуются с помощью фильтрации функции f функцией F_j :

$$f_j = F_j * f.$$

Получена функция f_j , чье преобразование Фурье $\hat{f}_j$ определено на поддиапазоне вейвлетов масштаба j , так же как на шиарлет-системе. Фильтры определены таким образом, что исходная функция может быть восстановлена из последовательности $(f_j)_j$ следующим образом:

$$f = \sum_j F_j * f_j, \quad f \in L^2(\mathbb{R}^2).$$

Теперь можем использовать этот аппарат для «помасштабного» решения задачи геометрического разделения. Рассмотрим задачу (1.3.1) для получения последовательности отфильтрованных изображений:

$$f = \mathcal{P}_j + \mathcal{C}_j \quad \text{для всех весов } j.$$

Пусть Φ_1 ортонормированный базис вейвлетов с ограниченной полосой пропускания, а Φ_2 полная система шиарлетов с ограниченной полосой пропускания. Тогда для каждого j поставим следующую задачу оптимизации:

$$(\hat{W}_j, \hat{S}_j) = \operatorname{argmin}_{W_j, S_j} \| \Phi_1^T W_j \|_1 + \| \Phi_2^T S_j \|_1, \\ f_j = W_j + S_j. \quad (1.3.2)$$

Обратим внимание, что $\Phi_1^T W_j$ и $\Phi_2^T S_j$ – это коэффициенты вейвлета и шиарлета разделенных сигналов W_j и S_j , соответственно. Отметим так же, что

цель заключается не в поиске разложения на шиарлеты и вейвлеты, а в разделении пространственной функции (изображения) [160]. Таким образом, можем обойти численно нестабильный поиск при помощи минимизации конкретных коэффициентов, а применить анализ, в отличие от синтеза коэффициентов, для каждого возможного разделения:

$$f_j = W_j + S_j.$$

Результат оценки точности разложения f_j по формуле (1.3.2), доказанный в работах [136] и [160], может быть сформулирован следующим образом:

Теорема 1 [136]. Пусть $\hat{W}_j$ и $\hat{S}_j$ – решения задачи оптимизации (1.3.2) для каждого масштаба j . Тогда верно следующее утверждение:

$$\frac{\|P_j - \hat{W}_j\|_2 + \|C_j - \hat{S}_j\|_2}{\|P_j\|_2 + \|C_j\|_2} \rightarrow 0, \quad j \rightarrow \infty.$$

Этот результат показывает, что компоненты P_j и C_j восстанавливаются с асимптотически сколь угодно высокой точностью в очень мелких масштабах. Энергия в точечном представлении (составляющей) полностью захватывается коэффициентами вейвлетов, а криволинейная составляющая полностью содержится в коэффициентах шиарлетов. Таким образом, показано, что задача геометрического разделения может быть успешно решена с помощью комбинированного набора вейвлетов и шиарлетов и надлежащей задачи ℓ_1 -минимизации.

1.3.2. Решение задачи геометрического разделения изображения

Представим решение задачи геометрического разделения точечных функций от криволинейных образов с помощью комбинированного набора вейвлетов и шарлетов. На практике, наблюдаемый сигнал f часто загрязнен шумом, который требует адаптации оптимизационной задачи (1.3.2). В многочисленных публикациях предлагается, как правило, изменить задачу оптимизации, так называемый основополагающий принцип шумоподавления.

Скорректированная задача может быть получена путем ослабления ограничений в (1.3.2) для того, чтобы работать с зашумленным наблюдаемым сигналом [139]. Для каждого масштаба j , задача оптимизации принимает вид:

$$(\hat{W}_j, \hat{S}_j) = \operatorname{argmin}_{W_j, S_j} \| \Phi_1^T W_j \|_1 + \| \Phi_2^T S_j \|_1 + \lambda \| f_j - W_j - S_j \|_2^2. \quad (1.3.3)$$

В этой форме в изображении находится шум, характеризующийся тем, что он не может быть представлен одной из двух систем представлений и будет размещен на остатке $f_j - W_j - S_j$. Решая эту задачу минимизации, не только разделяем точечные и криволинейные структуры, которые смоделированы с помощью $\mathcal{P}_j$ и $\mathcal{C}_j$, но также решаем задачу удаления элементов шума. Решение задачи оптимизации (1.3.3) для всех соответствующих масштабов j является затратным по вычислениям.

Этап предварительной обработки. Во избежание высокой сложности положим, что распределение частот точечных и криволинейных элементов обладает высокой концентрацией на высоких частотах. Следовательно, для точного разделения достаточно решения (1.3.3) в достаточно больших масштабах j , о чем свидетельствует теорема 1.

Эта идея упрощает задачу (1.3.3), изменяя исследуемый сигнал f следующим образом: для начала рассмотрим фильтры полосы пропускания $F_0, \dots, F_L$, где $(F_j)_{j=0, \dots, L}$ – это совокупность фильтров, вплоть до масштаба L , а F_0 – это низкочастотный фильтр. Таким образом, исследуемый сигнал f удовлетворяет следующему равенству:

$$f = \sum_{j=0}^L F_j * f_j \quad \text{с} \quad f_j = F_j * f.$$

Для каждого масштаба j аккуратно выбирается неоднородный вес $w_j > 0$, который удовлетворяет $w_j < w_{j'}$, если выполняется условие порога $j < j'$. В дальнейшем будем использовать эти веса для получения новой функции $\tilde{f}$, восстановленной из f , следующим образом:

$$\tilde{f} = \sum_{j=0}^L w_j \cdot (F_j * f_j). \quad (1.3.4)$$

Два морфологических элемента, а именно точки и кривые, могут быть усилены «избавлением» от низких частот. Подчеркнем, что и другие веса могут быть использованы в указанной расчетной схеме.

Решение задачи ℓ_1 -минимизации. Используя восстановление с новыми весами функции $\tilde{f}$ из (1.3.4), поставим следующую задачу минимизации:

$$(\hat{W}, \hat{S}) = \operatorname{argmin}_{W, S} \|\Phi_1^T W\|_1 + \|\Phi_2^T S\|_1 + \lambda \|\tilde{f} - W - S\|_2^2. \quad (1.3.5)$$

Можно заметить, что частотное распределение функции $\tilde{f}$ имеет высокую концентрацию при высоких частотах, другими словами, масштабирование поддиапазонов больших масштабов j , а теорема 1 подтверждает ожидаемое точное разделение, при использовании функции $\tilde{f}$ вместо функции f . Преимущество заключается в том, что задача (1.3.5) не содержит в себе различные масштабы j , а, следовательно, может быть решена различными быстрыми численными схемами.

Ссылаемся на работу [140] для детального описания алгебраического подхода к решению (1.3.5); так же ссылаемся на работу [139]. Здесь обсуждается частный случай матриц Φ_1^T и Φ_2^T , которые представляют из себя вейвлет- и шиарлет-преобразование в задаче минимизации (1.3.5), которую необходимо решить. Реализацию общей схемы расчета целесообразно начать с вейвлет-преобразования. Предполагается существование алгоритма дискретного вейвлет-преобразования, т.е. наличие подходящей версии вейвлет-преобразования для фильтрации данных.

Используется дискретное шиарлет-преобразование, реализованное с помощью 2D-свертки. Все это представлено в работах [164, 165]. Следуя этим работам, рассмотрим реализацию стратегии вычисления коэффициентов шиарлета $\langle f, \psi_{j,k,m} \rangle$ для $\psi_{j,k,m} \in \Psi(\psi, 1)$. Эта же процедура может быть применена к шиарлетам из $\tilde{\Psi}(\tilde{\psi}, 1)$.

Пусть $j/2$ – целое, для $J > 0$ предположим, что:

$$f(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}^2} f_J(n) 2^L \phi(2^L x - n),$$

где ϕ – сепарабельная масштабирующая функция 2-х переменных вида $\phi_1(x_1) \phi_1(x_2)$, удовлетворяющая соотношению:

$$\phi(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}^2} h(n) 2\phi(2x - n). \quad (1.3.6)$$

Пусть ψ – это 2-мерный сепарабельный вейвлет, определенный соотношением $\psi(x_1, x_2) = \psi_1(x_1)\phi_1(x_2)$, где ψ_1 – это одномерный вейвлет. Предположим, что ψ имеет вид:

$$\psi(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}^2} w(n) 2\phi(2x - n), \quad (1.3.7)$$

где $w(n)$ – это 2-мерный сепарабельный вейвлет, коэффициенты фильтра которого соответствуют масштабирующим коэффициентам фильтра $h(n)$. Для каждого $j \geq 0$ определим порождающую шиарлет-функцию:

$$\hat{\psi}_j^{non}(\xi) = P_{J^{-j}/2}(\xi) \hat{\psi}(\xi), \quad (1.3.8)$$

где $P_\ell(\xi) = P(2^{\ell+1} \xi_1, \xi_2)$ для $\ell \geq 0$, а тригонометрический полином P – это 2- мерный фильтр.

Чтобы обеспечить выполнение равенства $\langle f(\cdot), \psi_{j,k,m}^{non}(\cdot) \rangle = \langle f(\cdot), \psi_{j,0,m}^{non}(S_{2^{-j/2}k}) \rangle$, сделаем два замечания.

Во-первых, функции $\psi_{j,0,m}^{non}$ являются вейвлетами, порожденными улучшенными соотношениями (1.3.6), (1.3.7) и (1.3.8). Таким образом, для каждого j существует соответствующий 2-мерный вейвлет-фильтр w_j .

Во-вторых, сдвигающий оператор $S_{2^{-j/2}k}$ может быть дискретизирован с помощью цифрового оператора сдвига $S_{2^{-j/2}k}^d$ [151], см. также в [163, 165]. Цифровое (не сепарабельное) шиарлет-преобразование, использующее шиарлет-фильтры $\psi_{j,k}^d = S_{2^{-j/2}k}^d(w_j)$, определяется соотношением:

$$SH(f_J)(m_1, m_2) = (f_J * \psi_{j,k}^d)(2^{J-j}m_1, 2^{J-j/2}m_2) \quad \text{для } f_J \in \ell^2(\mathbb{Z}^2).$$

Если субдискретизация по $A_2 j$ не производится, то шиарлет-преобразование инвариантное относительно сдвига $(f_J * \psi_{j,k}^d)(m_1, m_2)$

получается в том случае, когда двойные шиарлет-фильтры $\tilde{\psi}_{j,k}^d$ могут быть легко вычислены с помощью обращения свертки, затем получается формула восстановления:

$$f_j = \sum_{j,k} (f_j * \psi_{j,k}^d(-\cdot)) * \tilde{\psi}_{j,k}^d.$$

Следовательно, задача геометрического разделения может быть успешно решена с помощью вейвлетов и шиарлетов, а также соответствующей задачи ℓ_1 -минимизации. И для шиарлет-преобразования используются рассмотренные алгоритмы дискретного шиарлет-преобразования. Таким образом, проведенный анализ существующего метода геометрического анализа показал, что при решении актуальных задач экологического мониторинга требуется развитие этого метода, применительно к визуальным данным.

1.4. Модификация метода геометрического анализа визуальных данных

1.4.1. Вычислительная методика геометрического разделения изображений

Исходя из описанных выше теоретических и методических представлений, рассмотрим модификацию метода геометрического анализа визуальных данных, позволяющую решать широкий класс задач обработки сложных изображений экологического мониторинга на основе шиарлет-преобразования. При этом решаются следующие задачи экологического мониторинга в рамках специализированной информационной системы:

1. Разделение точек и кривых на изображениях.
2. Выделение контура на изображениях.
3. Визуализация данных на основе четырех алгоритмов шиарлет-преобразования.

Предлагается вычислительная методика решения указанных задач, которая состоит из следующих этапов:

- *подготовительный этап*, когда исходное изображение форматируется под расчетный шаблон и намечается последовательность расчетных процедур для оптимального решения поставленной задачи;

- *запуск и настройка алгоритмического обеспечения шиарлет-преобразования*, выбор конкретного алгоритма в зависимости от поставленной задачи и от условий яркости и контрастности изображений;

- *загрузка и обработка исходных изображений* для различных расчетных условий в зависимости от поставленной задачи;

- *анализ получаемых расчетных изображений* в результате шиарлет-преобразования, контрастирование изображения на основе применения алгоритмов *A*, *B*, *C* и *D*, которые в результате определяются следующим образом: **A** – алгоритм *FFST* (Hauser, 2013); **B** – алгоритм *Shearlet toolbox* (Easley, Labate, 2013); **C** – алгоритм *Shearlab* (Kutyniok, Lim, 2011); **D** – алгоритм *TGVSHCS* (Jing, 2013), является аналогом алгоритма *A*.

В результате проведенного исследования в качестве количественного параметра оценки эффективности алгоритмов выбрано среднее время работы алгоритмов. Для сравнения расчеты проводились на изображениях различных размерностей (табл. 1.4.1, рисунок 1.4.1.).

Таблица 1.4.1

Среднее время работы алгоритмов (в сек)

Пиксели	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
64	0.0781		0.2969	14.2188
128	0.2969		0.3906	58.4844
256	1.2969	2.1250	1.1875	195.9375
512	6.8281	10.0156	3.5781	1312.4000

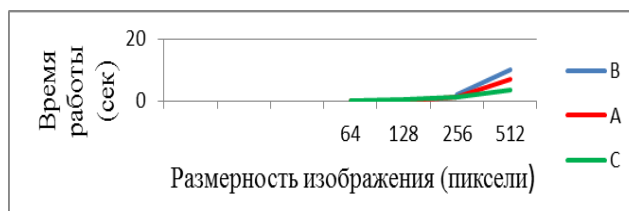
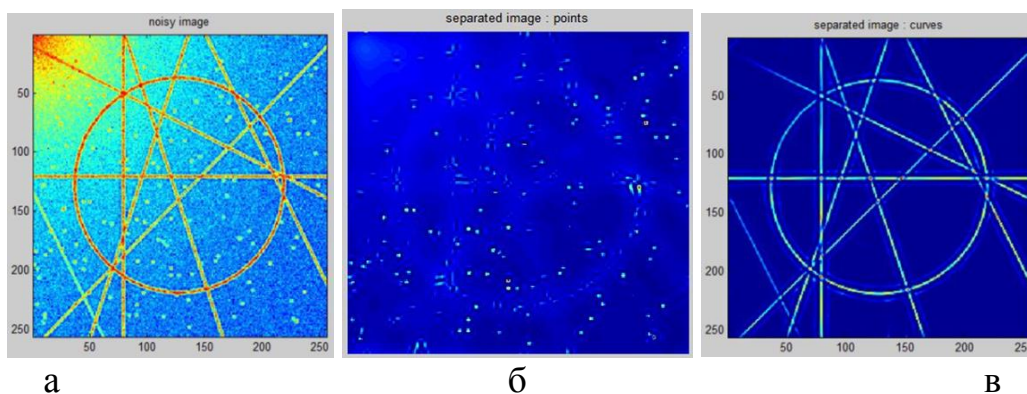


Рисунок 1.4.1 – Среднее время работы алгоритмов (*A*, *B* и *C*) для различных изображений

Из таблицы 1.4.1 и рисунка 1.4.1 видно, что с помощью алгоритма *C* расчеты выполняются быстрее, чем на основе алгоритма *A* на изображениях

больших размерностей, в то время как алгоритм *A* имеет незначительное преимущество по времени выполнения на изображениях небольшого размера. Изображения размерами более 512x512 анализируются по частям. Алгоритм *D* является самым медленным, поэтому не показан на графике.

С применением указанных алгоритмов анализировались изображения для ряда смежных областей (снимки распространения пожара, медицинская томография, геоэкология и геодинамика). Проводились исследования указанных типов снимков для различных условий яркости и контрастности. При исследовании возможностей шумоподавления выполнялись оценки для шума Гаусса. В соответствии с проведенным исследованием указанных алгоритмов шпурлет-преобразования предлагаем для решения первой задачи – геометрического разделения визуальных данных экологического мониторинга применять алгоритм *C*. Исходное изображение представлено на рисунке 1.4.2 (а), результаты разделения приведены: на рисунке 1.4.2 (б) – точки; на рисунке 1.4.2 (в) – линии и кривые. Повышение точности разделения оценивается на 5–12% по сравнению с применением кервлетов.



а) – исходное изображение: точки и кривые с шумом;
 б) – разделение точек; в) – разделение линий и кривых
 Рисунок 1.4.2 – Геометрическое разделение исходного изображения

1.4.2. Выделение контуров объектов на изображении

Рассмотрим вторую задачу – выделение контура объектов на изображении. Исследование алгоритма *A* [145] выявило, что контуры объектов можно получить как сумму коэффициентов шпурлет-преобразования фиксированного значения параметра для последнего

масштаба и всевозможных значений параметра сдвига. В связи с этим предлагается использовать эту особенность при решении нашей задач:

$f_{cont} = \sum_{k=0}^{k_{max}} \sum_{m=0}^{m_{max}} sh_{\psi}(f(j *, k, m))$, где sh_{ψ} ставит в соответствие исследуемой функции f коэффициенты $sh_{\psi}f(j *, k, m)$, полученные для последнего масштаба $j *$, поворотов (ориентацией) k и смещений m , где k_{max} – максимальное количество поворотов, m_{max} – максимальное количество смещений.

Результаты решения этой задачи с помощью модифицированного алгоритма *FFST* показаны на различных данных (рис. 1.4.3 – 1.4.5). Модифицированный алгоритм предлагается применять для выделения контуров.

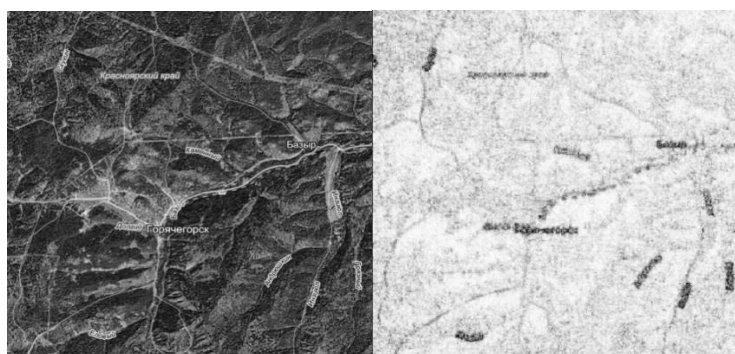


а

б

а) – исходное изображение; б) – результат анализа, выделение контура (инвертированное изображение)

Рисунок 1.4.3 – Выделение контура на модельном изображении



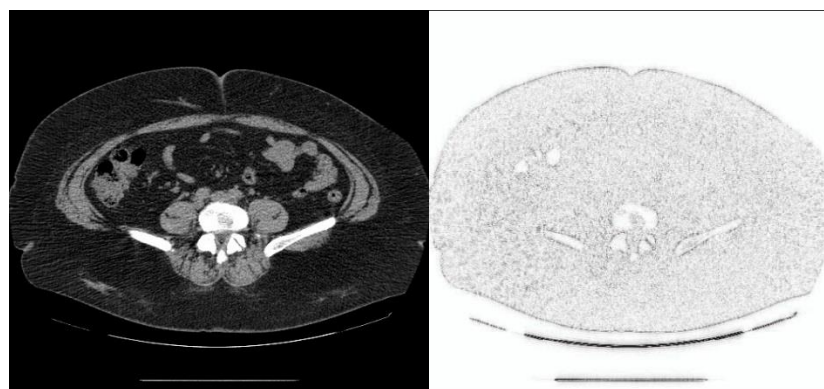
а

б

а) – исходное изображение данных экологического мониторинга;
б) – результат анализа: выделение контура объектов (инвертированное изображение)

Рисунок 1.4.4 – Выделение контура объектов на изображениях данных экологического мониторинга

Результаты решения этой задачи с помощью модифицированного алгоритма *FFST* при обработке данных томографии приведены на рисунке 1.4.5 (в специализированной системе решаются задачи экологии человека). В таблице 1.4.2 приведены результаты соответствующих расчетов для некоторых изображений и сравнение с фильтрами *Собела* (*Sobel*) и *Превитта* (*Prewitt*). Модифицированный алгоритм сравним по точности с классическими алгоритмами Собела и Превитта



а

б

а) – исходное изображение; б) – результат обработки: выделение контура (инвертированное изображение)

Рисунок 1.4.5 – Выделение контура объекта на изображения данных томографии

Таблица 1.4.2

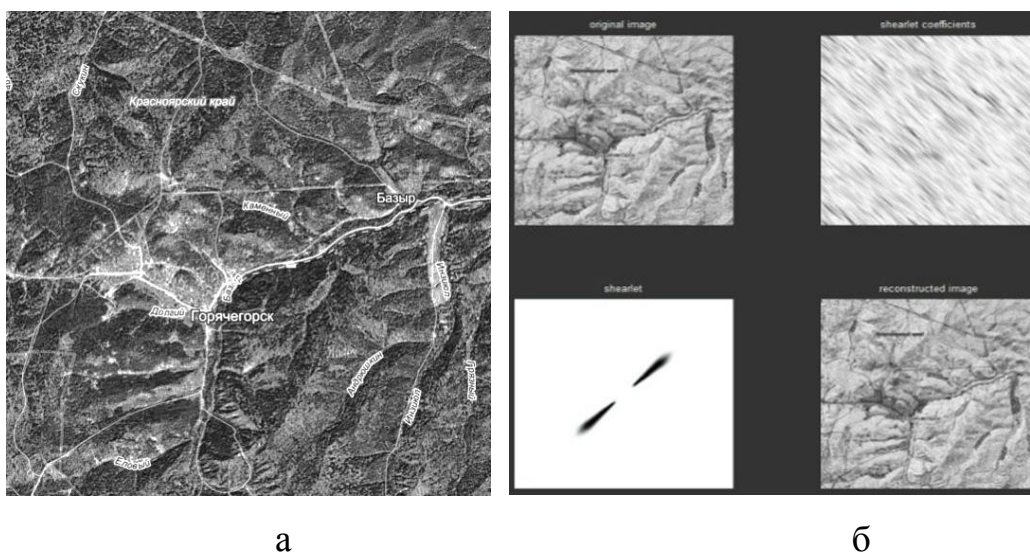
Значение метрик *PSNR (dB)* при решении задачи выделения контура для различных изображений

Изображение (512x512)	Модифицированный. алгоритм <i>FFST</i>	Алгоритм <i>Собела</i> (<i>Sobel</i>)	Алгоритм <i>Превитта</i> (<i>Prewitt</i>)
PA	27.05942	27.00415	27.00416
satg	24.24514	24.19391	24.19392
scene	24.09939	24.09939	24.09939
fire	24.10199	24.10134	24.10134
fire1	24.10234	24.10215	24.10215
fire2	24.10220	24.10188	24.10188

1.4.3. Сравнительный анализ алгоритмов для решения задачи шумоподавления

В рамках разработанной вычислительной методики выполнен сравнительный анализ алгоритмов дискретного шпурлет-преобразования для решения базовых прикладных задач специализированной информационной системы: фильтрации визуальных данных и шумоподавления на

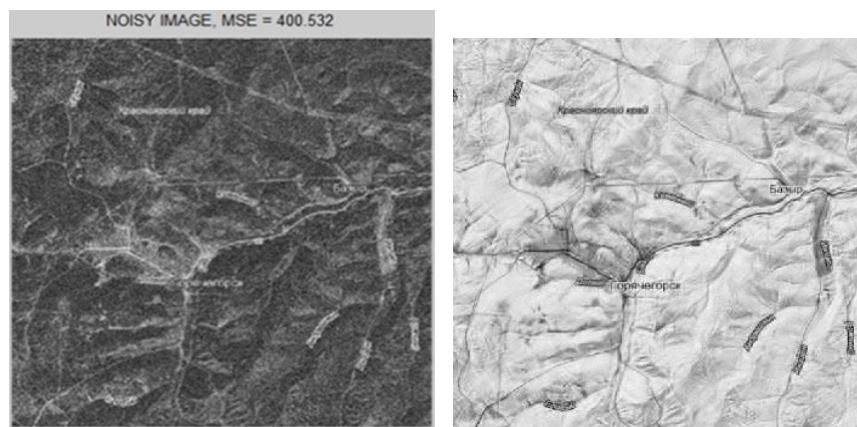
изображениях. Выполнено исследование алгоритма *A* и на рисунке 1.4.6 приведены результаты решения задачи выделения линейных особенностей для визуальных данных экологического мониторинга.



а) – исходное изображение; б) – обработка изображения (инвертированное изображение), где 1 – исходное изображение; 2 – шиарлет-коэффициенты; 3 – мгновенный шиарлет; 4 – восстановленное изображение

Рисунок 1.4.6 – Результаты решения задачи выделения линейных особенностей (сингулярности) на основе алгоритма *A*

Для решения третьей задачи – шумоподавления выполнено исследование алгоритмов *B*, *C* и *D* для снимков из различных предметных областей (распространение пожара, медицинская томография; геоэкология и геодинамика). Исследовались особенности работы алгоритмов *B*, *C* и *D* для различных условий яркости и контрастности изображений, проводились оценки для шума Гаусса. На рисунках 1.4.7 – 1.4.8 приведены решения задачи шумоподавления на основе алгоритмов *B*, *C* и *D*. Проведен анализ алгоритмов *B* и *C* с использованием метрики *PSNR* и оценки визуального восприятия качества для различных изображений (табл. 1.4.3). Оценки визуального восприятия качества проводились тремя группами экспертов по 5 человек. Эксперты проводили оценку по 10 бальной шкале. Сравнение алгоритмов *B* и *C* (метрика *PSNR*) при решении задачи шумоподавления для различных типов изображений представлено на рисунке 1.4.9.

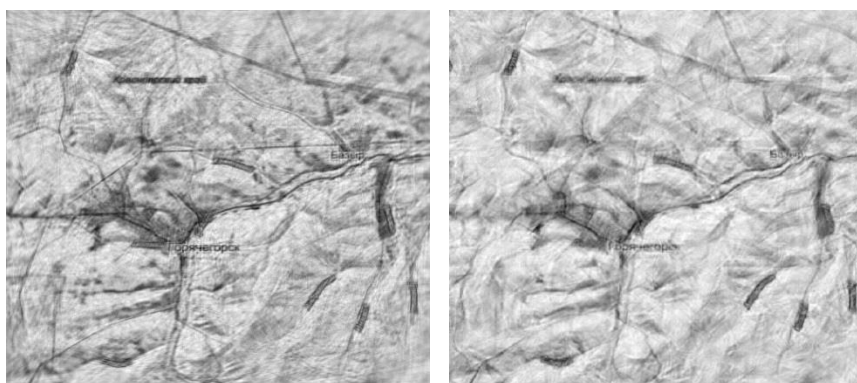


а

б

а) – исходное изображение с шумом; б) – обработка изображения (инвертированное изображение)

Рисунок 1.4.7 – Результаты решения задачи шумоподавления (алгоритм *B*)



а

б

а) – результаты решения задачи шумоподавления на основе алгоритм *C*;

б) – результаты решения задачи шумоподавления на основе алгоритм *D*.

Рисунок 1.4.8 – Результаты решения задачи шумоподавления (инвертированное изображения)

Метрика *PSNR* (*peak signal-to-noise ratio* – пиковое отношение сигнала к шуму) является соотношением между максимумом возможного значения сигнала и мощностью шума, искажающего значения сигнала. Метрика *PSNR* обычно измеряется в логарифмической шкале в децибелах и определяется через среднеквадратичную ошибку (*CKO* или *MSE* (*mean square error*)) для двух монохромных изображений *I* и *K* размера $m \times n$, одно из которых считается более зашумленным, чем другое, и вычисляется следующим образом:

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} |I(i,j) - K(i,j)|^2.$$

PSNR определяется так:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{MAX_I^2}{MSE} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{MAX_I}{\sqrt{MSE}} \right).$$

где MAX_I – это максимальное значение, принимаемое пикселем изображения.

Таблица 1.4.3

Значение метрики *PSNR* (dB) и оценки визуального восприятия качества изображений (в баллах) при решении задачи шумоподавления

Изображения 512x512	Алгоритм В	Алгоритм С	Виз. оценки алгоритма В	Виз. оценки алгоритма С
1. fire	35.10	28.63	7,2	6,85
2. fire2	42.43	33.49	6,15	6,1
3. tomograf	33.00	27.33	9,2	8,85
4. satellite	31.44	25.57	8,2	7,85
5. satellite2	34.95	29.52	7,1	7,05

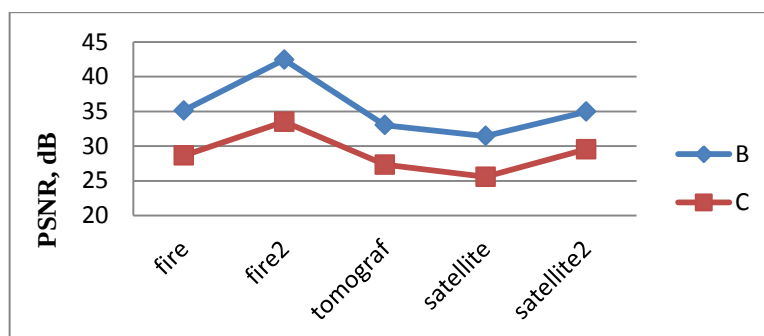


Рисунок 1.4.9 – Сравнение алгоритмов В и С в задаче шумоподавления для различных изображений

Как видно из таблицы и графиков, действие алгоритма В эффективнее по сравнению с алгоритмом С для всех наборов изображений как на основе количественных показателей (на 22–26 %), так и на основе визуального восприятия качества. В тоже время алгоритм С превосходит алгоритм В по быстродействию в 1.7–2.6 раза в зависимости от размера изображения.

Как показали исследования, для решения задачи разделения изображения на точки и кривые предлагается использовать алгоритм С, повышение точности оценивается в 5–12 % по сравнению с применением

кervлетов. Для решения задачи шумоподавления наиболее эффективен алгоритм *B* (на 22–26 % по сравнению с алгоритмом *C*). Решение задачи выделения контура на изображении предлагается выполнять с помощью модифицированного алгоритма *A*, который сравним по точности с классическими алгоритмами Собела и Превитта.

Детальные исследования указанных алгоритмов для изображений различной яркости и контрастности, а также рекомендации по их применению для обработки визуальных данных в различных предметных областях выполнены в главе 4.

1.5. Выводы по главе

В первой главе рассмотрены существующие методы и алгоритмы решения задач геометрического анализа визуальных данных на основе шиарлет- и вейвлет-преобразований. Представлено описание основных понятий непрерывного шиарлет-преобразования для обработки и геометрического анализа пространственных данных экологического мониторинга.

Выполнено теоретическое описание решение задачи геометрического разделения изображений. Проведенный анализ существующего метода геометрического анализа и алгоритмов шиарлет-преобразования показал, что требуется развитие этого метода, применительно к визуальным данным экологического мониторинга. Исходя из описанных выше теоретических и методических представлений, разработана модификация метода геометрического анализа визуальных данных, позволяющая решать широкий класс задач обработки сложных изображений путем выбора соответствующего алгоритма шиарлет-преобразования.

В работе решаются базовые задачи экологического мониторинга в рамках специализированной информационной системы: разделение точек и кривых на изображениях; выделение контура объектов на изображениях; фильтрация шума на визуальных данных на основе алгоритмов шиарлет-

преобразования. Автором разработана вычислительная методика решения указанных задач на основе применения алгоритмов *A*, *B*, *C* и *D*.

Для решения задачи разделения изображения на точки и кривые предлагается применять алгоритм *C* (повышение точности оценивается на 5-12% по сравнению с применением кервлетов), поскольку для этого алгоритма реализована расчетная схема выделения коэффициентов вейвлет- и шиарлет-преобразований.

Решение задачи выделения контура на изображении предлагается выполнять с помощью модифицированного алгоритма *A*, где на последнем шаге по масштабу предложено суммирование всех коэффициентов поворота. Модифицированный алгоритм сравним по точности с классическими алгоритмами Собела и Превитта.

В результате проведенных исследований выявлено, что для решения задачи шумоподавления наиболее эффективен алгоритм *B* (повышение эффективности оценивается на 22–26 % по сравнению с алгоритмом *C*) в зависимости от типа изображения, поскольку в рамках этого алгоритма более точно выполняется расчет коэффициентов шиарлет-преобразования. Оценки визуального восприятия качества изображения также выделяют алгоритм *B*. Следует отметить, что алгоритм *C* превосходит алгоритм *B* по быстродействию в 1.7–2.6 раза. Поэтому в зависимости от размера изображения, или в задачах, когда не требуется быстрого выполнения обработки данных, используется алгоритм *B*, в других случаях алгоритм *C*.

Исследований модифицирован метод геометрического анализа визуальных данных экологического мониторинга, основанный на шиарлет- и вейвлет-преобразованиях, повышающий точность выделения линейных структур и визуальное качество изображений изучаемых объектов путем выбора соответствующего алгоритма шиарлет-преобразования в зависимости от решаемой задачи.

ГЛАВА 2. АЛГОРИТМЫ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХААРА

Вторая глава посвящена исследованию алгоритмов вейвлет-преобразования сложных сигналов и изображений в рамках геометрического анализа данных экологического мониторинга. Изложены основы кратномасштабного анализа визуальных данных. Решаются задача сжатия сигналов и изображений на основе вейвлета Хаара, а также задача очистка сигналов и изображений от шума с применением других вейвлетов ('db' *Daubechies* и 'rbio' *Reverse biorthogonal*).

Исследован алгоритм и модифицирована методика сжатия сигналов и изображений на основе вейвлета Хаара с учета выбора эффективного коэффициента сжатия применительно к данным экологического мониторинга. Выполнено сравнение качества сжатия и показана оценка объема. На этой алгоритмической основе решены основные задачи обработки данных экологического мониторинга в рамках специализированной информационной системы. Основные результаты исследований опубликованы в [52, 54-55, 57, 67].

2.1. Кратномасштабный анализ: вейвлет Хаара

Кратномасштабный анализ. При анализе сложного сигнала полезно представить этот сигнал в виде совокупности его последовательных приближений. Например, при передаче изображения по сети можно сначала передать его грубую версию, а затем, исходя из пропускной способности канала, последовательно ее уточнять. Известна обширная литература по вейвлет-анализу сигналов и изображений, приведем некоторые из них [2, 5, 7, 10, 17, 23, 24, 32, 36-39, 43, 111, 121-124, 134, 152, 158].

Кратномасштабный анализ данных экологического мониторинга позволяет получить хорошее разрешение по времени (плохое по частоте) на высоких частотах и хорошее разрешение по частоте (плохое по времени) на низких частотах. Этот подход становится особенно эффективным, когда

сигнал имеет высокочастотные компоненты короткой длительности и протяженные низкочастотные компоненты.

Кратномасштабный анализ данных экологического мониторинга заключается в разложении сигнала по ортогональному базису, образованному сдвигами и кратномасштабными копиями вейвлетной функции. Свертка сигнала с вейвлетами позволяет выделить характерные особенности сигнала в области локализации этих вейвлетов, при этом, чем больший масштаб имеет вейвлет, тем более широкая область сигнала оказывает влияние на результат свертки [39, 123]. Кратномасштабный анализ обладает целым рядом полезных свойств, главным из которых является возможность выделения из исходного сигнала его деталей различных масштабов.

Кратномасштабный анализ: описание пространства $L^2(R)$ через иерархически вложенные подпространства V_m [69, 133], которые не пересекаются, и объединение которых дает в пределе $L^2(R)$, т.е.

$$\dots \subset V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \subset \dots,$$

$$\bigcap_{m \in \mathbb{Z}} V_m = \{0\}, \bigcup_{m \in \mathbb{Z}} V_m = L^2(R) .$$

Эти пространства имеют следующее свойство: для любой функции $f(x) \in V_m$, ее «сжатая» версия будет принадлежать V_{m-1} :

$$f(x) \in V_m \Leftrightarrow f(2x) \in V_{m-1} .$$

Также существует такая функция $\phi(x) \in V_0$, что ее сдвиги $\phi_{0,n}(x) = \phi(x-n)$, $n \in \mathbb{Z}$ образуют ортонормированный базис пространства V_0 . Из последнего свойства вытекает, что функции $\phi_{m,n}(x) = 2^{-m/2} \phi(2^{-m}x-n)$ образуют ортонормированный базис пространства V_m . Эти базисные функции называются масштабирующими. Таким образом, любая функция $f(x) \in L^2(R)$ может быть представлена множеством ее последовательных приближений $f_m(x) \in V_m$. Другими словами, функция $f(x)$ есть предел аппроксимаций $f_m(x) \in V_m$:

$$f(x) = \lim_{m \rightarrow -\infty} f_m(x).$$

Из определения кратномасштабного анализа следует, что функция $f_m(x)$ есть ортогональная проекция $f(x)$ на подпространство V_m , т.е.

$$f_m(x) = \sum_n \langle \phi_{m,n}(x), f(x) \rangle \phi_{m,n}(x) = \sum_n c_{m,n} \phi_{m,n}(x).$$

Так как $\phi(x) = \phi_{0,0}(x) \in V_0 \subset V_{-1}$, то

$$\phi_{0,0}(x) = \sqrt{2} \sum_n h_n \phi_{-1,n}(x) = 2 \sum_n h_n \phi(2x - n),$$

где h_n – некоторая последовательность.

Это равенство принято называть масштабирующим уравнением. Имеют место следующие соотношения:

$$\sum_n h_n = 1, \\ \delta_{0,k} = \langle \phi_{0,0}(x), \phi_{0,k}(x) \rangle = 2 \sum_n h_n h_{n+2k},$$

и в спектральной области $|H(\omega)|^2 + |H(\omega+\pi)|^2 = 1$, что приводит к $H(0)=1$, $H(\pi)=0$. Введем в рассмотрение еще один объект – пространства W_m :

$$V_{m-1} = V_m \oplus W_m, \bigcap_{m \in \mathbb{Z}} W_m = \{0\}, \overline{\bigcup_{m \in \mathbb{Z}} W_m} = L^2(\mathbb{R}).$$

Пусть $\psi(x) = \psi_{0,0}(x)$ – базисная функция W_0 , тогда

$$\psi_{0,0}(x) = \sqrt{2} \sum_n g_n \phi_{-1,n}(x)$$

для некоторой последовательности g_n .

Определим семейство вейвлет-функций $\psi_{m,n}(x) = 2^{-m/2} \psi(2^{-m}x - n)$.

Имеют место соотношение: $0 = \langle \phi_{0,0}, \psi_{0,0} \rangle = 2 \sum_n h_n g_n$. Легко видеть, что выбор $g_n = (-1)^n h_{-n+2t+1}$ корректен для всех целых t . Определение вейвлет-функций позволяет записать любую функцию $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ в виде суммы ее проекций на W_j , $j \in \mathbb{Z}$:

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} e_j(x).$$

Если осуществить анализ до некоторого масштаба m , то $f_m(x)$ будет представлена суммой ее грубой аппроксимации $f_m(x) \in V_m$ и множества деталей $e_j \in W_j$:

$$f(x) = f_m(x) + \sum_{j=-\infty}^m e_j(x) = \sum_n c_{m,n} \phi_{m,n}(x) + \sum_{j=-\infty}^m d_{j,k} \psi_{j,k}(x).$$

В задачах обработки и анализа больших массивов данных экологического мониторинга часто требуется представлять анализируемый

сложный сигнал в виде совокупности его последовательных приближений. Инструментом разделения (декомпозиции) сигналов на такие составляющие с учетом разрешения по времени и по частоте является кратномасштабный анализ данных наблюдений.

Вейвлет Хаара. Исследуем применение кратномасштабного анализа данных на основе вейвлета Хаара. Рассмотрим пространство функций $L^2(\mathbb{R})$, определенных на всей действительной оси $\mathbb{R}(-\infty, \infty)$, и обладающих конечной энергией (нормой):

$$E_s = \int_{-\infty}^{\infty} |s(x)|^2 dx < \infty.$$

В общем случае, для комплексных функций, норма определяется следующим образом:

$$\|s\| = \langle s, s \rangle^{1/2}, \quad \langle s, p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(x) p^*(x) dx.$$

Реальные сигналы, как правило, принадлежат пространству $L^2(\mathbb{R})$. Рассмотрим систему не пересекающихся вложенных подпространств $V_m \subset L^2(\mathbb{R})$, $m = 0, 1, \dots$: $V_0 \subset V_1 \subset \dots \subset V_j \subset \dots$. Базис для V_j задается множеством масштабированных и сдвинутых характеристических функций:

$$\phi_i^j = 2^{j/2} \phi(2^j x - i), \quad \text{где } i = 0, \dots, 2^j - 1,$$

при этом

$$\phi(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

т.е. имеем следующий вид функции (рис. 2.1.1).

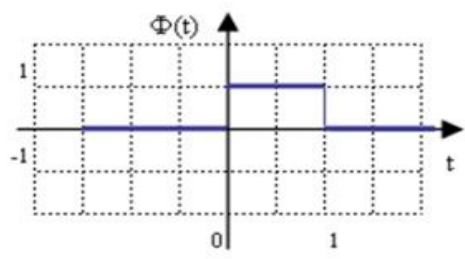


Рисунок 2.1.1 – Функция Хаара

Определим векторное пространство W_j , причем $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$. Совокупность всех линейно независимых функций ψ_i^j – базис пространства

W_j , называется множеством вейвлетов. Вейвлеты, соответствующие базису, состоящему из характеристических функций ϕ_i^j , носят название вейвлетов Хаара и определяются как

$$\psi_i^j = 2^{j/2} \psi(2^j x - i), \quad \text{где } i = 0, \dots, 2^j - 1,$$

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq x < 1/2, \\ -1, & \text{при } 1/2 \leq x < 1, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где график функции имеет вид (рис. 2.1.2):

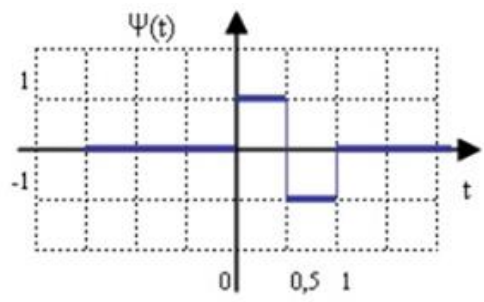


Рисунок 2.1.2 – Вейвлет Хаара

Эти функции образуют нормированные взаимно ортогональные базисы, по которым может быть разложен анализируемый сигнал. Пусть задан дискретный сигнал $\{x_0, x_1, \dots, x_{2^m-1}\}$, имеющий 2^m отсчетов. Приведем формулы для разложения анализируемого сигнала на уровни декомпозиции. Нулевой уровень разложения ($j=m$) может быть получен непосредственно из дискретных данных:

$$c_i^m = \frac{x_i}{\sqrt{2^m}}, \quad i = 0, \dots, 2^j - 1,$$

в результате сигнал представим в виде:

$$s(x) = \sum_{i=0}^{2^m-1} c_i^m \phi_i^m(x).$$

На каждом последующем уровне декомпозиции получаем аппроксимирующие коэффициенты c_i^{j-1} разложения сигнала по базису $\{\phi_i^{j-1}(x)\}$ пространства V_{j-1} и детализирующие коэффициенты d_i^{j-1} , характеризующие изменения сигнала в пределах каждого интервала усреднения, по следующим формулам:

$$c_i^{j-1} = \frac{c_{2i}^j + c_{2i+1}^j}{\sqrt{2}}, \quad d_i^{j-1} = \frac{c_{2i}^j - c_{2i+1}^j}{\sqrt{2}}.$$

Разложение функций на вейвлетные ряды на заданном уровне разрешения j выполняется по формуле:

$$s(x) = \sum_{i=0}^{2^j-1} c_i^j \phi_i^j(x) + \sum_{l=j}^{m-1} \sum_{i=0}^{2^l-1} d_i^l \psi_i^l(x).$$

Сигнал аппроксимируется набором простых локальных функций $\phi_i^j(x)$ и $\psi_i^j(x)$. Первая сумма в этом выражении дает «сглаженные средние» значения функции $s(x)$ на j -ом масштабном уровне, а вторая сумма вейвлетных функций добавляет к «грубой» аппроксимации сигнала все более подробные детали на все меньших масштабных интервалах. Заметим, что в областях «гладких» значений сигнала коэффициенты детализации близки к нулевым, и ими можно пренебречь, что позволяет осуществлять сжатие информации для хранения. Восстановление значений коэффициентов более высокого уровня, а, следовательно, восстановление исходного дискретного сигнала, осуществляется по формулам:

$$c_{2i}^j = \frac{c_i^{j-1} + d_i^{j-1}}{\sqrt{2}}, \quad c_{2i+1}^j = \frac{c_i^{j-1} - d_i^{j-1}}{\sqrt{2}}.$$

Кратномасштабный анализ данных является основой пирамидального алгоритма вычисления вейвлет-коэффициентов (алгоритма Малла) [39].

$$c_i^{j-1} = \sum_n h_n c_{2i+n}^j, \quad d_i^{j-1} = \sum_n g_n c_{2i+n}^j, \quad c_i^m = \int_{x_i}^{x_{i+1}} s(x) \phi(x-i) dx.$$

Для дискретных сигналов коэффициенты c_i^m рассчитываются по исходным данным. Здесь явный вид вейвлетной функции требуется только для расчета коэффициентов фильтров h_n и g_n . Сущность алгоритма заключается в последовательном разложении сигнала с помощью фильтров h_n и g_n на низкочастотные и высокочастотные составляющие. Другим способом разложения сигнала по функциям Хаара является осуществление дискретного преобразования Хаара [7]. Коэффициенты преобразования Хаара $\{Y_n(k)\}$, соответствующие входной последовательности $\{X_n(k)\}$, где $k = 0, 1, \dots, N-1$, получаются в результате вычисления преобразования:

$$Y_n = \frac{1}{N} H_n X_n.$$

где H_n – матрица Хаара размером $(N \times N)$, $n = \log_2 N$, получаемая путем дискретизации системы функций Хаара.

Обратное преобразование Хаара имеет вид:

$$X_n = H_n^T Y_n, \text{ где } H_n^T \text{ – транспонированная матрица Хаара.}$$

На рисунках 2.1.3 – 2.1.4 представлены результаты приближения функции $f(t)=t$ в пространстве V_0 и V_1 , соответственно.

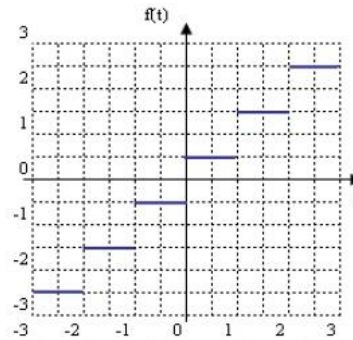


Рисунок 2.1.3 – Приближение $f(t) = t$ в пространстве V_0

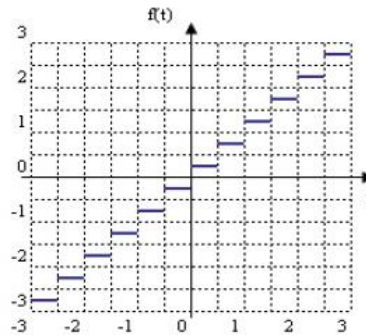


Рисунок 2.1.4 – Приближение $f(t) = t$ в пространстве V_1

Рассмотрим сохранение и уплотнение энергии в рамках преобразования Хаара [157]. Пусть 1 уровень преобразования Хаара $E(a_1 | d_1) = Ef$. Сумма квадратов часто появляется в физике, когда различные виды энергии рассчитаны. Например, если частицы массы m имеет скорость $v = (v_1, v_2, v_3)$, то ее кинетическая энергия $(m/2)(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)$. Следовательно, ее кинетическая энергия пропорциональна $v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = Ev$. Не обращая внимания на коэффициент пропорциональности $m/2$, получаем величину Ev , которую называем энергией v .

Рассмотрим как преобразование Хаара перераспределяет энергию в сигнале, сжимая большую часть энергии в a_1 . Например, для сигнала:

$$f = (4, 6, 10, 12, 8, 6, 5, 5) \text{ и преобразование Хаара: } a_1 = (5\sqrt{2}, 11\sqrt{2}, 7\sqrt{2}, 5\sqrt{2}),$$

$d_1 = (-\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$, энергия f , a_1 и d_1 представляют:

$$Ef = 4 \cdot 4 + 6 \cdot 6 + 10 \cdot 10 + 12 \cdot 12 + 8 \cdot 8 + 6 \cdot 6 + 5 \cdot 5 + 5 \cdot 5 = 446,$$

$$Ea_1 = 25 \cdot 2 + 121 \cdot 2 + 49 \cdot 2 + 25 \cdot 2 = 440,$$

$$Ed_1 = 2 + 2 + 2 + 0 = 6.$$

Энергия a_1 составляет $440/446 = 98,7\%$ от общей энергии сигнала. Другими словами, первый уровень преобразование Хаара перераспределяет энергию f так, что более 98% сосредоточено в сигнале a_1 , который составляет половину длины f , что называется уплотнением энергии.

2.2. Методика обработки сложного сигнала на основе вейвлета Хаара

Рассмотрим методику обработки сложного сигнала на основе применения преобразования Хаара в соответствии с теорией из параграфа 2.1 (с использованием синтаксиса *Matlab*):

1 шаг: очистка памяти для хранения переменных

```
clear %
```

2 шаг: ввод исходных данных

```
Y = [50 60 85 92 80 50 50 50 -50 400 800 400 -150 50 50 50 55 100 150 170  
150 100 55 50 50 50 110 130 110 50 50 50];
```

3 шаг: инициализация переменных

```
t = 1:length(Y);
```

```
X=Y;
```

```
medat=length(Y)/2;
```

```
nvec=ceil(log2(length(Y)));
```

4 шаг: расчет коэффициентов по формулам преобразования Хаара

```
for i=1:nvec
```

```
for j=1:medat
```

```
    MHA(j)=(X(2*j-1)+X(2*j))/sqrt(2);
```

```
    MHA(j+medat)=(X(2*j-1)-X(2*j))/sqrt(2);
```

```
end
```

```
X=MHA;
```

```
Z(i,:)=X;
```

```
medat=medat/2;
```

```
end
```

5 шаг: визуализация коэффициенты преобразования Хаара в целых числах

$Z = \text{int16}(Z)$

6 шаг: Восстановление сигнала с помощью коэффициентов Хаара

7 шаг: Сжатие зашумленного сигнала с использованием вейвлета Хаара

Рассмотрим результаты преобразования Хаара сложного сигнала для разных уровней.

Уровень 1 (приведены коэффициенты преобразования Хаара):

78	125	92	71	247	849	-71	71	110	226	177	74	71	170	113		
71	-7	-5	21	0	-318	283	-141	0	-32	-14	35	4	0	-14	42	0

Уровень 2 (приведены коэффициенты преобразования Хаара):

143	115	775	0	237	177	170	130	-34	15	-425	-100	-82	72	-			
70	30	-7	-5	21	0	-318	283	-141	0	-32	-14	35	4	0	-14	42	0

Уровень 3 (приведены коэффициенты преобразования Хаара):

183	548	293	212	20	548	42	28	-34	15	-425	-100	-82	72	-70		
30	-7	-5	21	0	-318	283	-141	0	-32	-14	35	4	0	-14	42	0

Уровень 4 (приведены коэффициенты преобразования Хаара):

517	357	-258	58	20	548	42	28	-34	15	-425	-100	-82	72	-70		
30	-7	-5	21	0	-318	283	-141	0	-32	-14	35	4	0	-14	42	0

Уровень 5 (приведены коэффициенты преобразования Хаара):

618	113	-258	58	20	548	42	28	-34	15	-425	-100	-82	72	-70		
30	-7	-5	21	0	-318	283	-141	0	-32	-14	35	4	0	-14	42	0

На рисунке 2.2.1 приведены результаты обработки изучаемого сигнала (коэффициенты преобразования Хаара). В качестве примера на рисунке 2.2.2 показаны аппроксимирующие сигналы на основе вейвлета Хаара для исходного сигнала ЭКГ. Код программы представлен в Приложении 2.

Рассмотрим задачу восстановления реального сигнала с помощью коэффициентов Хаара. Разложение сигнала на составляющие с учетом разрешения по времени и по частоте дает возможность анализа составляющих и выявления особенностей сигнала. Представление сигнала экологического мониторинга в виде совокупности его последовательных приближений позволяет получать в зависимости от целей задачи грубую версию или более детальную.

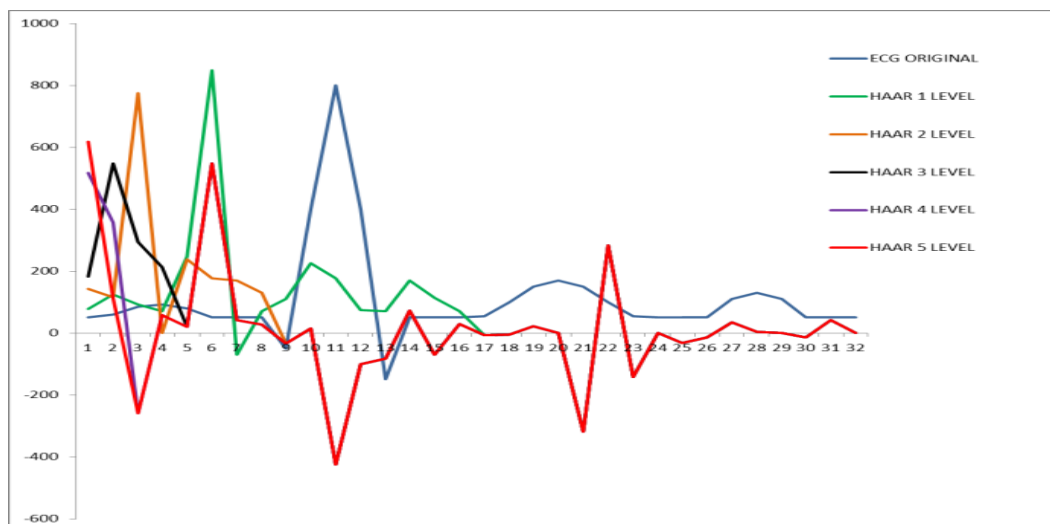


Рисунок 2.2.1 – Коэффициенты преобразования Хаара

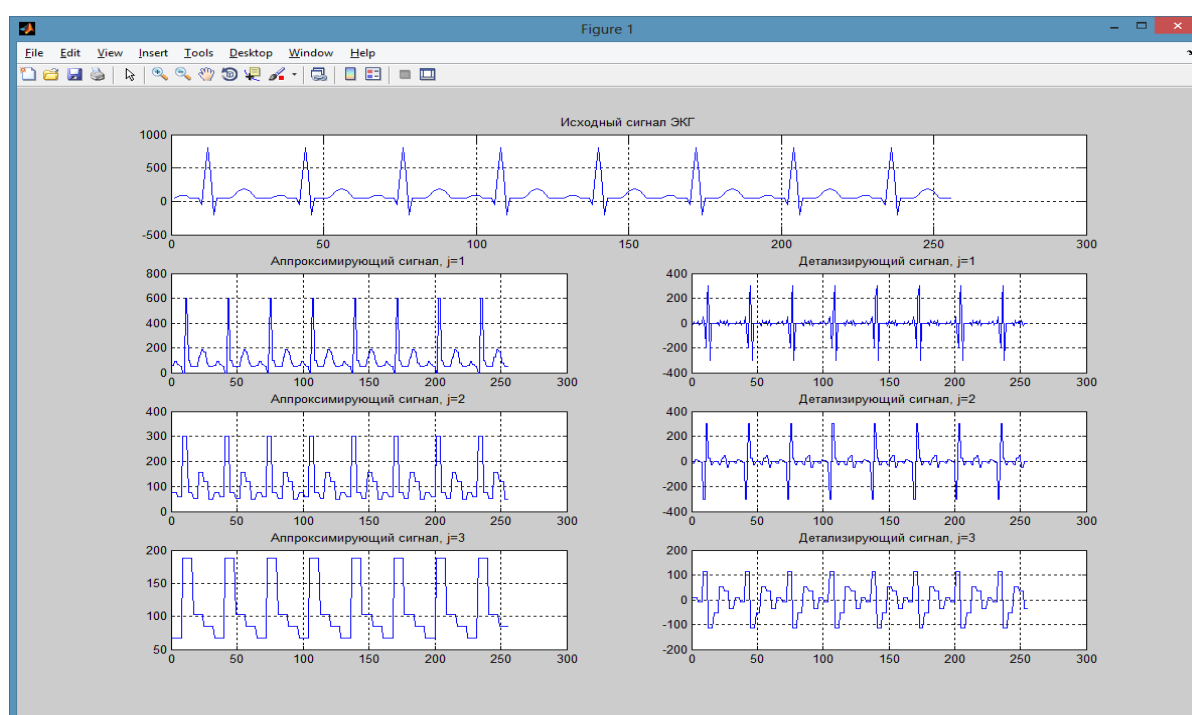


Рисунок 2.2.2 – Исходный сигнал ЭКГ и аппроксимирующие сигналы на основе вейвлета Хаара для различных уровней (1-3)

На рисунке 2.2.3 представлены результаты восстановления сигнала с помощью коэффициентов Хаара. На рисунке 2.2.4 показано решение задачи сжатия зашумленного сигнала с использованием вейвлета Хаара. Коэффициент сжатия предлагается выбирать на основе типа и особенностей входных изображений. Для исследуемых сигналов и изображений принимаем коэффициенты сжатия в диапазоне от 2 до 50, что соответствует коэффициенту разреженности от 50 % до 2 %.

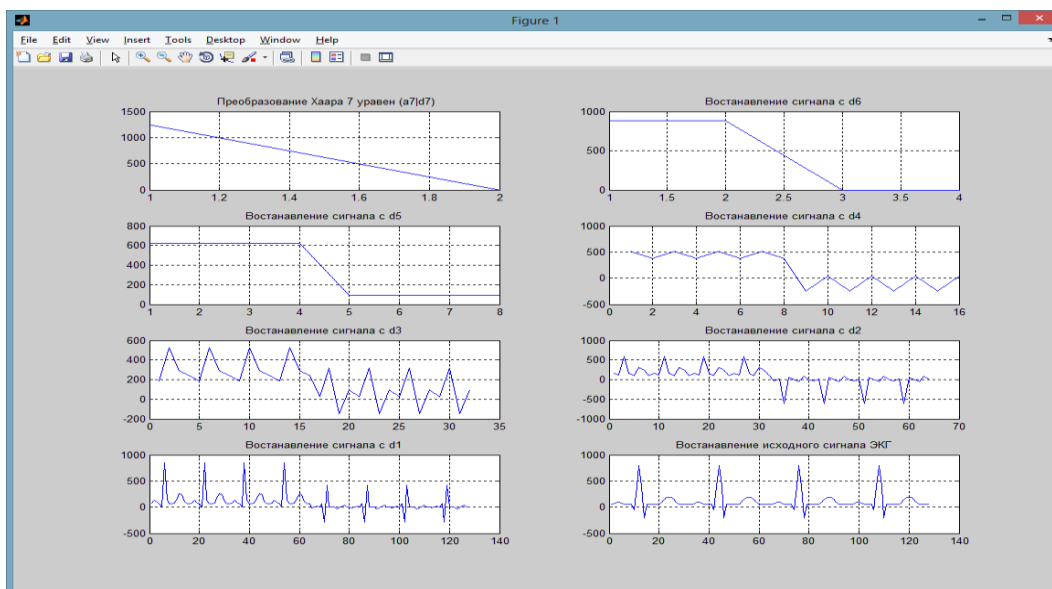


Рисунок 2.2.3 – Результаты восстановления сигнала с помощью коэффициентов Хаара

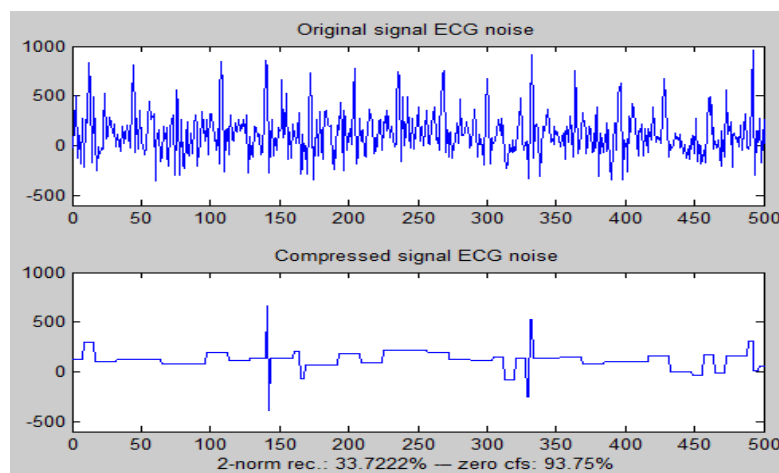


Рисунок 2.2.4 – Результаты сжатия зашумленного сигнала с использованием вейвлета Хаара

Представленные примеры демонстрируют решение задач экологического мониторинга на основе разработанного алгоритмического обеспечения с использованием вейвлета Хаара.

2.3. Удаление шума с использованием вейвлет-преобразования

Усовершенствована вычислительная методика вейвлет-преобразования для решения задач фильтрации (шумоподавления) применительно к пространственно-временным данным экологического мониторинга (при использовании пороговых функций различной формы происходит ограничение уровня детализирующих коэффициентов). Задав определенный

порог для их уровня и «отсекая» коэффициенты ниже этого порога, удастся получить значительное снижение уровня шума. Для обработки данных экологического мониторинга предлагается использовать вейвлеты *Daubechies* ('db') и *Reverse biorthogonal* ('rbio').

Теоретическую основу разрабатываемой вычислительной методики составляют использование пороговых функций различной формы, на основе которых происходит ограничение уровня детализирующих коэффициентов [2]. Задав определенный порог для их уровня и «отсекая» коэффициенты ниже этого порога, можно значительно снизить уровень шума и сжать сигнал. Известный пример пороговых функций представлен на рисунке 2.3.1 [2]. На рисунке 2.3.1 (а) приведена жесткая пороговая функция (жесткая пороговая оценка), описываемая следующим выражением:

$$y(x) = \begin{cases} x, & \text{если } |x| \geq T, \\ 0, & \text{если } |x| < T. \end{cases} \quad (2.2.1)$$

Здесь в качестве величины T выступает некоторое пороговое значение, о возможности определения которого будет сказано ниже, в качестве x и y выступают входное и выходное значения коэффициентов преобразования. На рисунке 2.3.1 (б) представлена мягкая пороговая функция (мягкая пороговая оценка), описываемая следующим выражением:

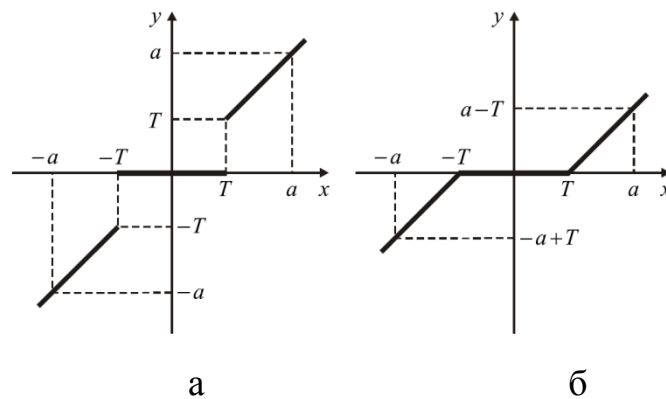
$$y(x) = \begin{cases} \text{sign}(x)(|x| - T), & \text{если } |x| \geq T, \\ 0, & \text{если } |x| < T. \end{cases} \quad (2.2.2)$$

Приведенные в выражении (2.2.2) обозначения те же, что и описанные выше. В качестве функции $\text{sign}(x)$, определяющей знак коэффициента x , выступает функция вида:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \\ -1, & \text{если } x < 0. \end{cases} \quad (2.2.3)$$

Известно, что основное отличие мягкой пороговой функции от жесткой заключается в том, что первая из них не содержит разрыва в точке, которая определяется пороговым значением T [2]. Иными словами, мягкая пороговая функция, в отличие от жесткой, является непрерывной. Последнее

обстоятельство, в случае мягкой пороговой обработки, позволяет лучшим образом обрабатывать зашумленный сигнал (изображение) в окрестности точки его разрыва.



а) – жесткая пороговая функция; б) – мягкая пороговая функция

Рис. 2.3.1 – Пороговые функции обработки коэффициентов преобразования

Понижение значения коэффициентов разложения на величину порогового значения, в случае мягкой пороговой обработки, в целом для большого количества сигналов оказывает неблагоприятное воздействие на итоговую оценку качества восстановленного сигнала. Как показывают эксперименты, более лучшей, с точки зрения численной оценки качества восстановленного сигнала, является жесткая пороговая оценка.

Согласно исследованиям в работе [2], для того, чтобы в случае мягкой пороговой обработки численная оценка качества восстановленного сигнала приближалась к последней в случае жесткой пороговой обработки, необходимо выбирать значение порога T равное половине значения порога жесткой обработки сигнала. Известно, что основной проблематикой использования пороговых методов обработки является выбор порогового значения [2]. Как правило, выбор порога осуществлялся с использованием следующего выражения [2]:

$$T = \sigma \sqrt{2 \ln(N)} . \quad (2.2.4)$$

Формула (2.2.4) записана для случая одномерного сигнала. В формуле использованы следующие обозначения: N – общее количество отсчетов обрабатываемого сигнала, σ – среднеквадратическое отклонение шума [2]:

$$\sigma = \frac{M_x}{0.6745} , \quad (2.2.5)$$

где M_x – медиана абсолютного значения множества коэффициентов $\{X\}$.

Поскольку вейвлеты *Daubechies* ('db') и *Reverse biorthogonal* ('rbio') широко применяются для решения задачи шумоподаления, то и для обработки данных экологического мониторинга предлагается использовать эти вейвлеты. Результаты решения задачи фильтрации шума для изучаемого сигнала ЭКГ приведены на рисунке 2.3.2 (на основе вейвлета *Daubechies4*).

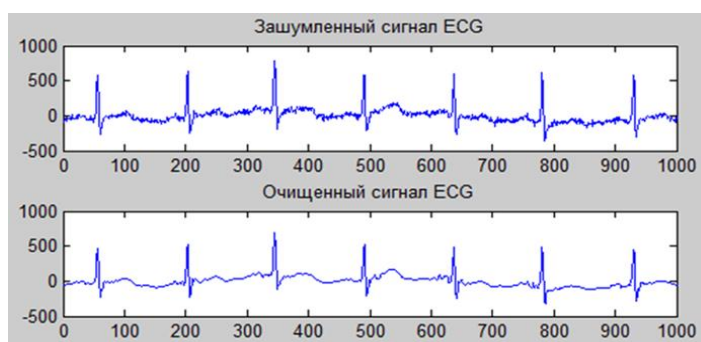


Рисунок 2.3.2 – Результаты решения задачи фильтрации шума сигнала
(на основе вейвлета *Daubechies4*)

2.4. Вейвлет-преобразование Хаара для двумерного сигнала

Двумерное преобразование Хаара – это композиция одномерных преобразований Хаара [17, 38, 39, 51, 134]. Пусть двумерный входной сигнал представляет собой матрицу A . После применения одномерного преобразования Хаара к каждой строке матрицы A , получаются две новые матрицы, строки которых содержат аппроксимированную и детализирующую часть строк исходной матрицы.

Аналогично, к каждому столбцу полученных матриц применяют одномерное преобразование Хаара и на выходе получают четыре матрицы, одна из которых является аппроксимирующей составляющей исходного сигнала, а три оставшиеся содержат детализирующую информацию – вертикальную, горизонтальную и диагональную. Рассмотрим применение вейвлет-преобразования Хаара для двухмерного случая.

Здесь имеем изображение размером $M \times N$ (M строк, N столбцов):

$$[X_{11}; X_{12}; \dots; X_{1n}]$$

$$[X_{21}; X_{22}; \dots; X_{2n}]$$

.....

$$[X_{m1}; X_{m2}; \dots; X_{mn}]$$

Построим двухмерный массив следующего вида:

$$\left[\frac{X_{11} + X_{12}}{2}; \frac{X_{13} + X_{14}}{2}; \dots; \frac{X_{1n-1} + X_{1n}}{2}; \left| \frac{X_{11} - X_{12}}{2}; \frac{X_{13} - X_{14}}{2}; \dots; \frac{X_{1n-1} - X_{1n}}{2} \right] \right.$$

$$\left[\frac{X_{21} + X_{22}}{2}; \frac{X_{23} + X_{24}}{2}; \dots; \frac{X_{2n-1} + X_{2n}}{2}; \left| \frac{X_{21} - X_{22}}{2}; \frac{X_{23} - X_{24}}{2}; \dots; \frac{X_{2n-1} - X_{2n}}{2} \right] \right.$$

.....

$$\left[\frac{X_{m1} + X_{m2}}{2}; \frac{X_{m3} + X_{m4}}{2}; \dots; \frac{X_{mn-1} + X_{mn}}{2}; \left| \frac{X_{m1} - X_{m2}}{2}; \frac{X_{m3} - X_{m4}}{2}; \dots; \frac{X_{mn-1} - X_{mn}}{2} \right] \right]$$

Каждая строка условно поделена на две части. Очевидно, правая часть каждой строки будет областью высоких частот. Для удобства обозначим элементы полученного массива как показано ниже:

$$[\hat{X}_{11}; \hat{X}_{12}; \dots; \hat{X}_{1n}]$$

$$[\hat{X}_{21}; \hat{X}_{22}; \dots; \hat{X}_{2n}]$$

.....

$$[\hat{X}_{m1}; \hat{X}_{m2}; \dots; \hat{X}_{mn}]$$

Произведем операции аналогичные вышеприведенным, но со столбцами:

$$\left[\frac{\hat{X}_{11} + \hat{X}_{21}}{2}; \frac{\hat{X}_{12} + \hat{X}_{22}}{2}; \dots; \frac{\hat{X}_{1n} + \hat{X}_{2n}}{2}; \right]$$

$$\left[\frac{\hat{X}_{31} + \hat{X}_{41}}{2}; \frac{\hat{X}_{32} + \hat{X}_{42}}{2}; \dots; \frac{\hat{X}_{3n} + \hat{X}_{4n}}{2}; \right]$$

.....

$$\left[\frac{\hat{X}_{m-11} + \hat{X}_{m1}}{2}; \frac{\hat{X}_{m-12} + \hat{X}_{m2}}{2}; \dots; \frac{\hat{X}_{m-1n} + \hat{X}_{mn}}{2}; \right]$$

$$\left[\frac{\hat{X}_{11} - \hat{X}_{21}}{2}; \frac{\hat{X}_{12} - \hat{X}_{22}}{2}; \dots; \frac{\hat{X}_{1n} - \hat{X}_{2n}}{2}; \right]$$

$$\left[\frac{\hat{X}_{31} - \hat{X}_{41}}{2}; \frac{\hat{X}_{32} - \hat{X}_{42}}{2}; \dots; \frac{\hat{X}_{3n} - \hat{X}_{4n}}{2}; \right]$$

.....

$$\left[\frac{\hat{X}_{m-11} - \hat{X}_{m1}}{2}; \frac{\hat{X}_{m-12} - \hat{X}_{m2}}{2}; \dots; \frac{\hat{X}_{m-1n} - \hat{X}_{mn}}{2}; \right]$$

Каждый столбец условно поделен на две части, нижняя часть – область высоких частот. Действие фильтра представлено на примере обработки данных экологического мониторинга (рис. 2.4.1), а также в виде известных схем (рис. 2.4.2 – 2.4.3).

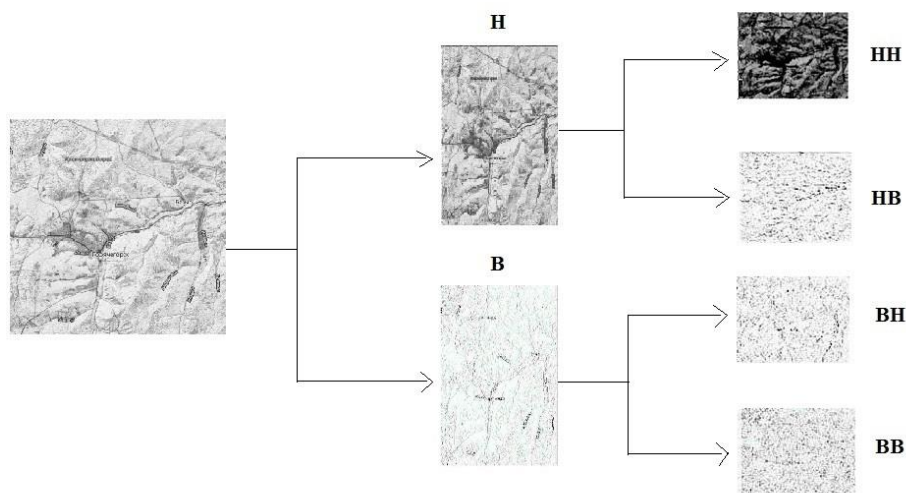


Рисунок 2.4.1 – Схема вейвлет-декомпозиции изучаемого изображения:

H – область низких частот, B – область высоких частот

НН	НВ
ВН	ВВ

Рисунок 2.4.2 – Схема вейвлет-разложения изображения на частотные диапазоны: H – область низких частот, B – область высоких частот

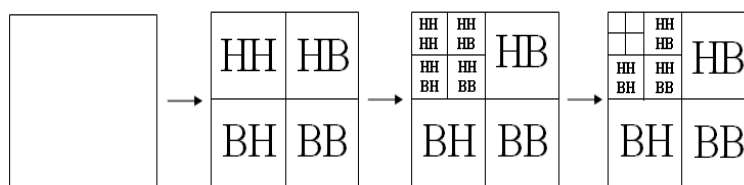
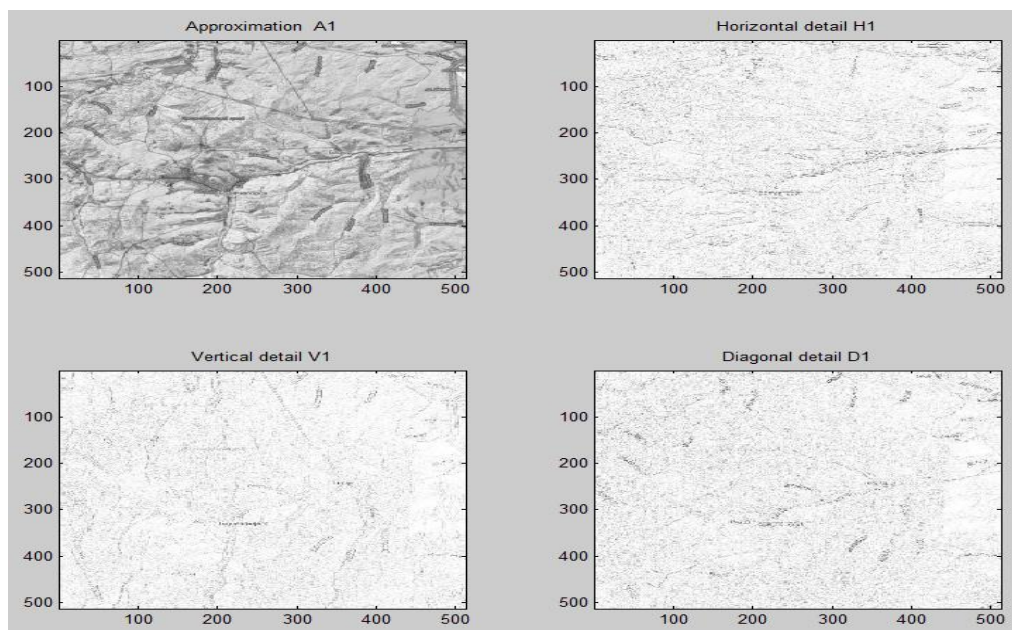


Рисунок 2.4.3 – Схема вейвлет-преобразования изображения:

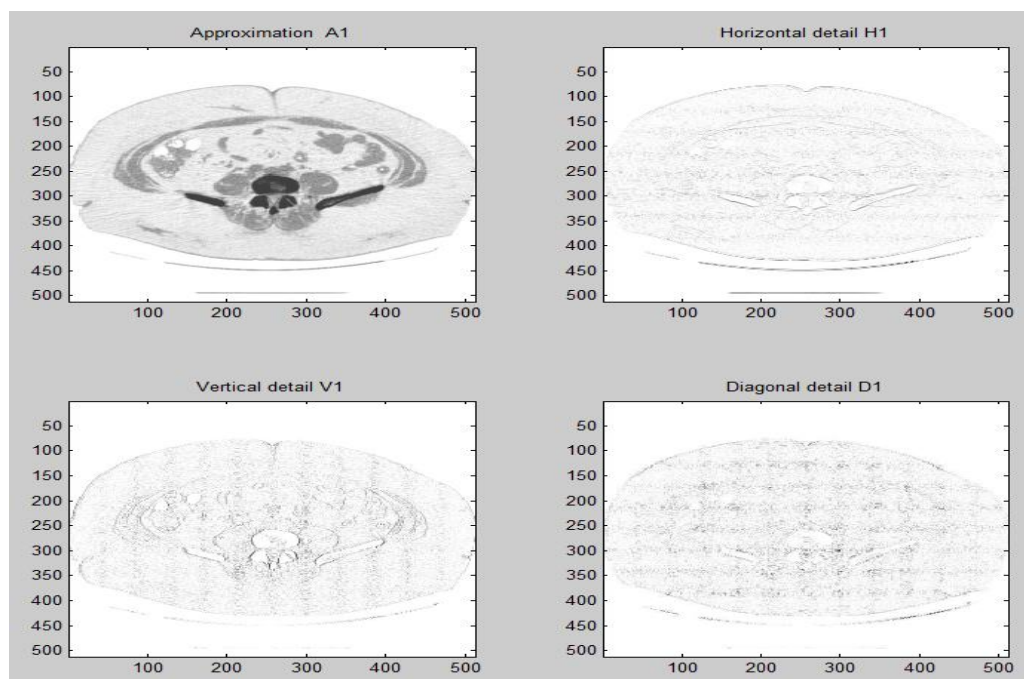
H – область низких частот, B – область высоких частот

Предлагаемая вычислительная схема реализована в разработанной методике и использована при обработке изображений для решения задач экологического мониторинга. Результаты обработки пространственных данных приведены на рисунках 2.4.4 – 2.4.5.



- 1 – аппроксимация изображения (область низких частот);
- 2 – горизонтальная детализация (область высоких и низких частот);
- 3 – вертикальная детализация (область низких и высоких частот);
- 4 – диагональная детализация (область высоких частот)

Рисунок 2.4.4 – Результаты обработки пространственных данных экологического мониторинга на основе вейвлета Хаара (1 уровень)



- 1 – аппроксимация изображения (область низких частот);
- 2 – горизонтальная детализация (область высоких и низких частот);
- 3 – вертикальная детализация (область низких и высоких частот);
- 4 – диагональная детализация (область высоких частот)

Рисунок 2.4.5 – Результаты обработка данных томографии на основе вейвлета Хаара (1 уровень)

В рамках исследования алгоритма приведены численные данные (табл. 2.4.1–2.4.2) обработки изображения (рис. 2.4.6) на основе вейвлета Хаара (1-2-3 уровни).

Таблица 2.4.1

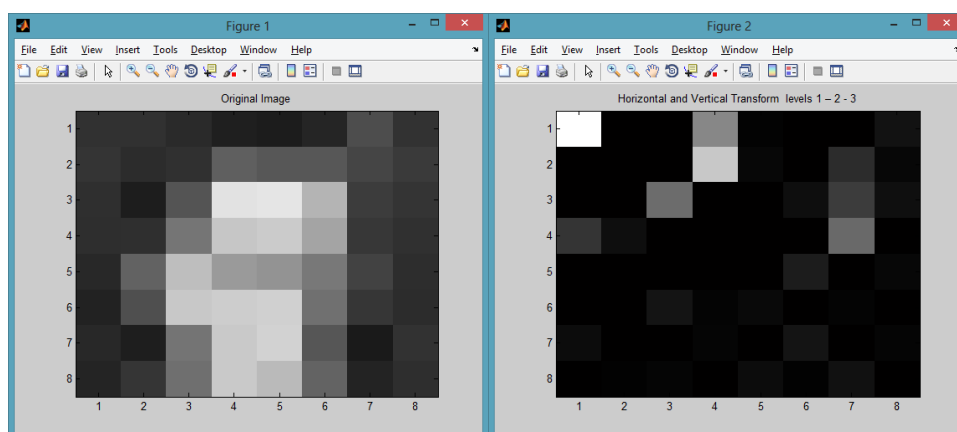
Исходные данные

50	50	43	32	29	39	78	51
53	45	49	96	88	89	70	59
48	30	85	227	230	181	61	53
47	48	118	199	204	165	56	49
41	99	191	155	148	121	67	46
35	80	201	206	209	114	55	45
41	31	117	202	211	87	27	51
37	54	112	202	187	100	36	47

Таблица 2.4.2

Результаты преобразования Хаара для 3-го уровня

759	-4	-120	136	4	-18	-6	19
-79	-66	-243	201	8	-111	45	8
-96	-125	109	-144	-52	15	61	16
53	15	-7	-11	-4	-88	106	-18
1	-35	-54	0	-4	29	-4	8
-8	-2	21	5	10	-30	5	1
13	-30	-27	6	-6	21	-34	6
-9	3	6	-3	13	3	18	-6



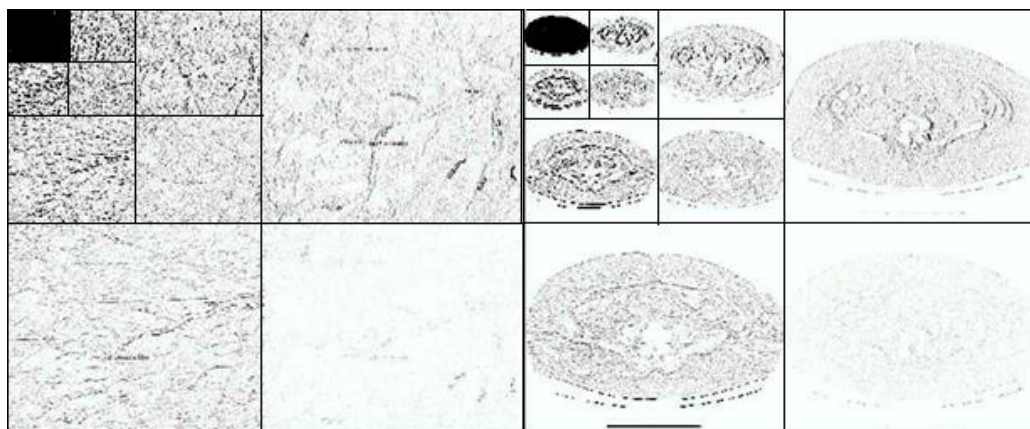
а

б

а) – исходные данные (табл. 2.4.1); б) – обработанные данные (табл. 2.4.2)

Рисунок 2.4.6 – Обработка данных на основе вейвлета Хаара (1-2-3 уровни) в рамках исследуемого изображения

На рисунках 2.4.7 представлены результаты обработки данных на основе вейвлета Хаара (1-2-3 уровни) в рамках исследуемых изображений.



а

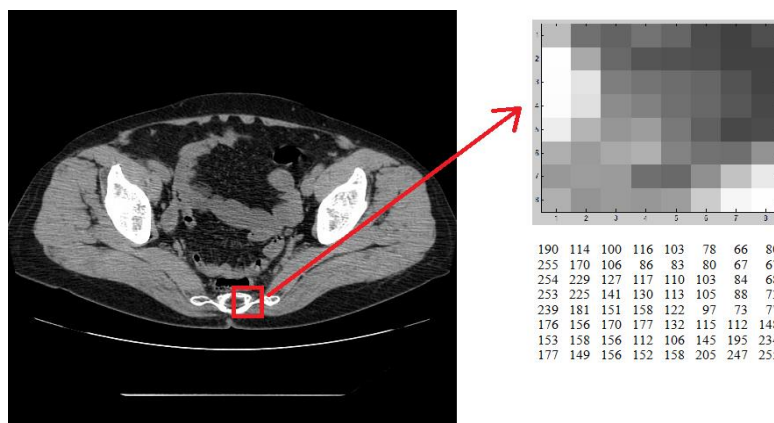
б

а) – данные экологического мониторинга; б) – данные томографии

Рисунок 2.4.7 – Обработка данных на основе вейвлета Хаара (1-2-3 уровни) для исследуемых изображений

2.5. Модифицированная методика решения задачи сжатия изображения на основе вейвлет-преобразования Хаара

Рассматривается задача сжатия изображения. Пусть изображения (состоят из пикселей) представлены числами, как показано на рисунке 2.5.1. Будем использовать методы линейной алгебры для максимального сжатия изображения и поддержки заданного уровня аппроксимации и детализации.



а

б

а) – реальное изображение; б) – матрица чисел

Рисунок 2.5.1 – Задача сжатия графического изображения в рамках информационной системы

Рассмотрим векторное преобразование с использованием вейвлета Хаара [88-90]. Выделяем одну строку матрицы 8x8 изучаемого изображения:

$$r = [420 \quad 680 \quad 448 \quad 708 \quad 1260 \quad 1420 \quad 1600 \quad 1600].$$

В общем, если строка данных имеет длину, равную 2^k , то процесс преобразования будет состоять из k шагов. В приведенном случае будет три шага. Далее, выполняем следующие операции с элементами вектора r :

1. Разделяем элементы вектора r на четыре пары: (420, 680), (448, 708), (1260, 1420), (1600, 1600).

2. Вычисляем среднее значение каждой из этих пар:

$$\frac{420+680}{2} = 550, \quad \frac{448+708}{2} = 578, \quad \frac{1260+1420}{2} = 1340, \quad \frac{1600+1600}{2} = 1600.$$

Они образуют первые четыре элемента следующего вектора r_1 .

3. Вычисляем среднее значение разности каждой пары, чтобы получить следующие значения:

$$-130, \quad -130, \quad -80, \quad 0.$$

Они образуют последние четыре элемента следующего вектора r_1 .

4. Сформируем новый вектор:

$$r_1 = [550 \quad 578 \quad 1340 \quad 1600 \quad -130 \quad -130 \quad -80 \quad 0].$$

Вектор r_1 может быть получен из r умножением r на матрицу:

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{bmatrix}$$

Первые четыре коэффициента r_1 называются коэффициентами аппроксимации, а последние четыре – коэффициентами детализации.

Для следующего шага рассматриваем первые четыре элемента из r_1 и повторяем процесс, получаем коэффициенты: 564, 1470, -14, -130; тогда элементы r_2 имеют следующие значения:

$$r_2 = [564 \quad 1470 \quad -14 \quad -130 \quad -130 \quad -130 \quad -80 \quad 0]$$

При этом вектор r_2 может быть получен из r_1 умножением r_1 на матрицу:

$$W_2 = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

На последнем этапе, для первых двух элементов из r_2 , повторяем процесс и получаем r_3 :

$$r_3 = [1017 \quad -453 \quad -14 \quad -130 \quad -130 \quad -130 \quad -80 \quad 0].$$

Как и прежде, r_3 может быть получена из r_2 путем умножения r_2 на матрицу:

$$W_3 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Вектор r_3 получается непосредственно из r с использованием следующего уравнения $r_3 = W_1 W_2 W_3 r$. Столбцы матрицы W_1 формируют ортогональное подмножество от R^8 , т.е. эти столбцы попарно ортогональны. Таким образом, они образуют базис R^8 , и W_1 имеет обратную матрицу. Имеем то же самое для W_2 и W_3 .

$$W = W_1 W_2 W_3 = \begin{bmatrix} 1/8 & 1/8 & 1/4 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/8 & 1/8 & 1/4 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/8 & 1/8 & -1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/8 & 1/8 & -1/4 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 0 \\ 1/8 & -1/8 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/8 & -1/8 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & -1/2 & 0 \\ 1/8 & -1/8 & 0 & -1/4 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 1/8 & -1/8 & 0 & -1/4 & 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{bmatrix}.$$

Как произведение обратных матриц, W также является обратной матрицей, и ее столбцы образуют ортогональный базис из R^8 . Обратная матрица W определяется по формуле:

$$W^{-1} = W_3^{-1}W_2^{-1}W_1^{-1}.$$

Следовательно, обратная матрица W позволяет восстановить изучаемое изображение из сжатой формы с помощью соотношения:

$$r = W^{-1}r_3.$$

Пусть A – это матрица изображения. Преобразование Хаара осуществляется путем выполнения описанных выше операций по каждой строке матрицы A . Затем, повторяем те же операции по столбцам полученной матрицы. Строки преобразованной матрицы представляют собой AW .

Преобразование столбцов AW получается путем умножения AW на матрицу W^T (транспонированная W). Таким образом, преобразование Хаара трансформирует матрицу и сохраняет ее как W^TAW .

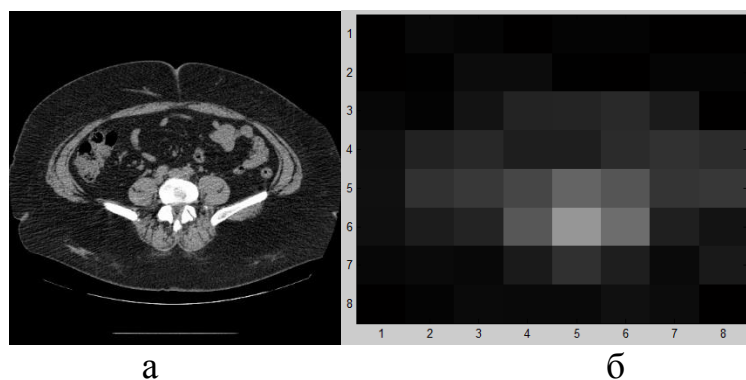
Пусть S обозначает преобразованную матрицу: $S=W^TAW$. Используя свойства обратной матрицы, можем получить исходную матрицу:

$$A=(W^T)^{-1}SW^{-1}=(W^{-1})^T SW^{-1}.$$

Это позволяет восстановить исходное изображение (декомпрессия сжатого изображения). Если выбираем пороговое значение ε положительным, то некоторые элементы преобразованной матрицы будут сброшены до нуля, и поэтому некоторые детали будут потеряны, когда изображение будет восстановлено. Ключевым вопросом является то, чтобы выбрать ε так, чтобы сделать сжатие эффективным с минимальным «ущербом» для исходного изображения (см. рис. 2.4.8).

Следует отметить, что коэффициент сжатия определяется как отношение ненулевых элементов в преобразованной матрице ($S = W^TAW$) к количеству ненулевых элементов в сжатой матрице, полученной из S , применяя пороговое значение ε .

Для расчета будем использовать матрицу 8×8 , полученную из реального изображения, представленного на рисунке 2.5.2.



а) – реальное изображение (512x512 пикселей);

б) – модельное изображение (8x8 пикселей), полученное из реального

Рисунок 2.5.2 – Реальное изображение томографии (512x512 пикселей)

Рассмотрим процесс расчета в рамках вычислительной среды *Matlab*.

Приведем матрицу модельного изображения (рис. 2.5.3).

```
H = [
0 8 5 0 4 4 0 0
0 1 12 13 1 0 5 5
7 3 19 35 36 41 27 0
15 34 40 30 30 43 49 44
16 49 56 70 100 85 52 55
15 28 35 88 150 109 31 19
7 10 8 26 48 30 10 25
0 4 10 9 9 16 13 0]
```

Далее, вводим матрицу *W*:

```
W = [
1/8 1/8 1/4 0 1/2 0 0 0 ;
1/8 1/8 1/4 0 -1/2 0 0 0 ;
1/8 1/8 -1/4 0 0 1/2 0 0 ;
1/8 1/8 -1/4 0 0 -1/2 0 0 ;
1/8 -1/8 0 1/4 0 0 1/2 0 ;
1/8 -1/8 0 1/4 0 0 -1/2 0 ;
1/8 -1/8 0 -1/4 0 0 0 1/2 ;
1/8 -1/8 0 -1/4 0 0 0 -1/2 ]
```

Затем получаем транспонированную матрицу:

```
WT = [
1/8 1/8 1/8 1/8 1/8 1/8 1/8 1/8 ;
1/8 1/8 1/8 1/8 -1/8 -1/8 -1/8 -1/8 ;
1/4 1/4 -1/4 -1/4 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 1/4 1/4 -1/4 -1/4 ;
1/2 -1/2 0 0 0 0 0 0 ;
0 0 1/2 -1/2 0 0 0 0 ;
0 0 0 0 1/2 -1/2 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 1/2 -1/2 ]
```

Расчет выполняется по формуле $S = W^T A W$:

$T = W^T * H * W$; () % – преобразование Хаара,

где $T \%$ – преобразование Хаара в вещественных числах;

$TE = \text{int16}(T) \%$ – преобразование Хаара в целых числах (рис. 2.5.4);

$TE = [$

26	-6	-8	12	-5	-5	3	2
-11	4	3	-10	2	5	-5	2
-12	3	3	-2	1	1	2	-4
23	-5	-7	15	-5	-6	6	1
-1	-1	3	2	-2	2	0	0
-7	0	-3	9	6	-7	2	6
1	3	2	-16	-5	10	-7	-4
6	-3	0	4	0	-5	6	-7]

Для сжатия изображения обнуляем элементы, которые по абсолютной величине меньше или равны коэффициенту сжатия ε . Если дано, что коэффициент сжатия $=10$, то получаем (рис. 2.5.5):

$T10 = [$

26	0	0	12	0	0	0	0
-11	0	0	0	0	0	0	0
-12	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	15	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-16	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0]

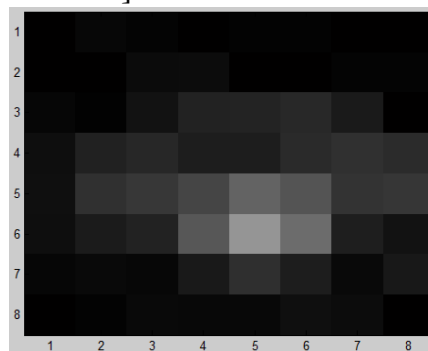


Рисунок 2.5.3 – Исходное изображение

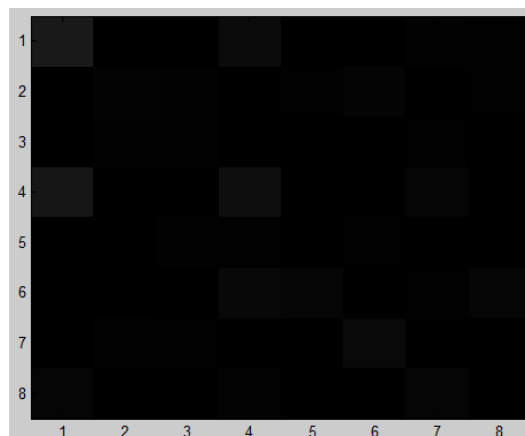


Рисунок 2.5.4 – Изображение, полученное после преобразования Хаара (TE)

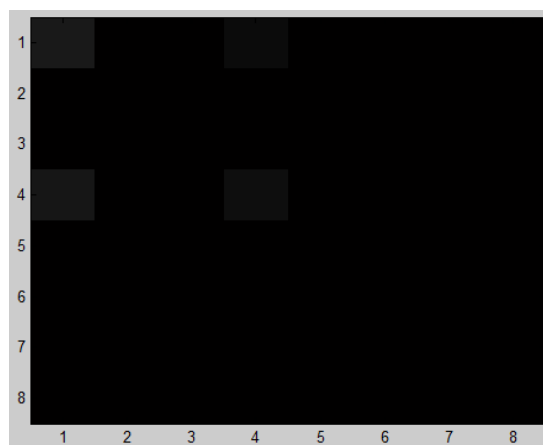


Рисунок 2.5.5 – Изображение, сжатое с коэффициентом 10 (TE_{10})

Восстановление изображения TE и TE_{10} (рис. 2.5.6 а, б) выполняется по формуле $A=(W^1)^T S W^1$:

$HR=inv(WT)*TE*inv(W)$; % code Matlab

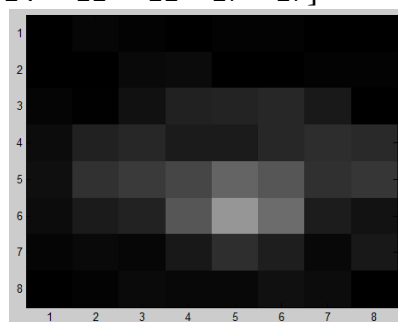
$HR=[$

-1	7	4	-2	4	4	0	0
1	1	10	12	0	0	4	4
6	2	18	34	36	40	26	-2
14	34	40	28	28	40	46	42
16	50	59	71	101	87	49	55
14	28	35	87	151	109	29	19
6	10	7	25	47	31	9	25
0	4	11	9	9	17	13	1]

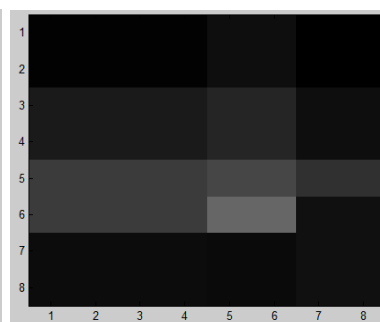
$HPROX10=inv(WT)*T10*inv(W)$; % code Matlab

$HPROX10=[$

3	3	3	3	15	15	-9	-9
3	3	3	3	15	15	-9	-9
27	27	27	27	39	39	15	15
27	27	27	27	39	39	15	15
60	60	60	60	71	71	49	49
60	60	60	60	103	103	17	17
14	14	14	14	11	11	17	17
14	14	14	14	11	11	17	17]



а



б

Рисунок 2.5.6 – Восстановленное изображение:

а) – после преобразования Хаара (HR); б) – после сжатия ($HPROX10$)

В информационной системе вейвлет-анализ применяется для сжатия визуальных данных наблюдений экологического мониторинга. Для разложения цифровых изображений использованы двумерное дискретное вейвлет-преобразование Хаара. Решается задача сжатия изучаемых изображений на основе модифицированного алгоритма вейвлет-преобразование Хаара для различных коэффициентов сжатия. Результаты действия модифицированного алгоритма при решении задачи сжатия изучаемого изображения показаны рисунке 2.5.7, показан также диапазон изменчивости степени сжатия для исследуемых изображений.

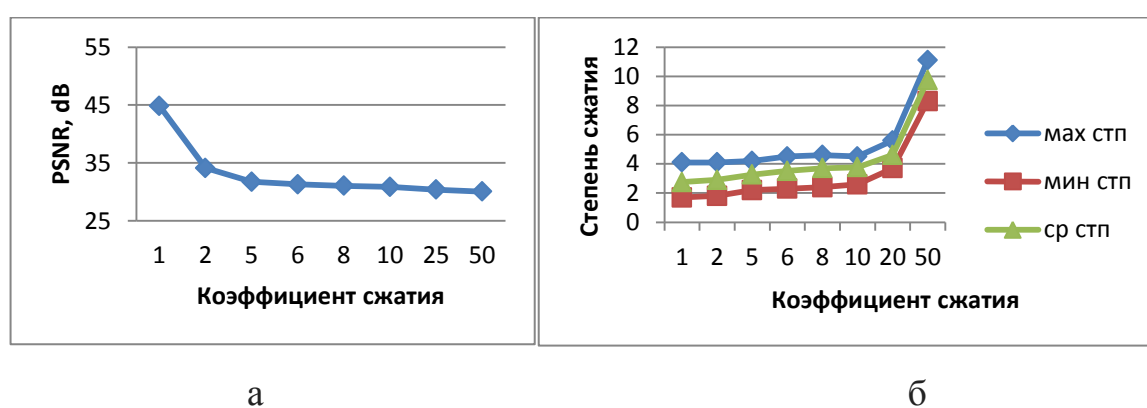


Рисунок 2.5.7 – Результаты решения задачи сжатия изучаемого изображения: а) – качество изображения в зависимости от коэффициента сжатия; б) – степень сжатия в зависимости от коэффициента сжатия,

Оптимальные условия для решения задачи сжатия данных наборов изображения в рамках экологического мониторинга специализированной информационной системы достигаются при коэффициентах сжатия 8-10.

В таблице 2.5.1 показаны результаты расчетов для решения задачи сжатия изображения данных экологического мониторинга на основе модифицированной вычислительной методики. В рамках модифицированной методики проведенные исследования задачи сжатия для изучаемых изображений с различными коэффициентами показали, что сжатие визуальных данных с коэффициентом сжатия 10 является оптимальным. Результаты проведенных исследований представлены в таблице 2.5.1.

Результаты решения задачи сжатия изображений на основе вейвлета Хаара (коэффициент сжатия 10) и сравнение с winrar

Изображение (512x512)	Исходное изображение (Kb)	Сжатие вейвлетом Хаара (Kb)	Степень сжатия	Сжатие с Winrar (Kb)
1.pa	50	25	2	48
2.satellite1	148	46	3.2	148
3.satellite2	97	23	4.2	85
4.fire	129	40	3.2	129
5.fire1	16	9	1.8	16
6.fire2	17	10	1.7	17

2.6. Выводы по главе

В рамках кратномасштабного анализа выполнено исследование алгоритма сжатия изображения на основе вейвлета Хаара. Изучены зависимость качества исследуемых изображений от коэффициента сжатия и зависимости степени сжатия от коэффициента сжатия. Получены также зависимости изменчивости степени сжатия для исследуемых изображений.

Показано, что коэффициент сжатия в диапазоне 8–10 является оптимальным для исследуемых данных экологического мониторинга. И при таком коэффициенте сжатия степень сжатия находится в диапазоне 1.7–4.2 в зависимости от типа набора изображений. Показано существенное преимущество предлагаемого алгоритма по сравнению с Winrar. Рекомендации для решения этой задачи с другими вейвлетами приведены в главе 4.

Модифицирована методика обработки сигналов и изображений на основе вейвлета Хаара, что позволило эффективно решать задачу сжатия информации и тем самым повысить объемы хранения информации в базе данных специализированной информационной системы.

ГЛАВА 3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ

Усовершенствована вычислительная методика построения аппроксимационных функций, основанная на быстрой многопараметрической нелинейной регрессии, позволяющая с повышенной точностью решать задачи аппроксимации и визуализации данных экологического мониторинга. Основные результаты исследований опубликованы в [52-54, 57, 61-62, 81-82, 119].

3.1. Методика построения аппроксимационных моделей на основе быстрой нелинейной регрессии

Основные понятия. Для построения нелинейных моделей на основе данных экологического мониторинга применяется вычислительная методика, разработанная В. Охоным, А. Щемелем и др. в рамках нейросетевых представлений [9, 29, 86, 95, 98]. Анализ данных наблюдений с помощью нелинейной регрессии в рамках нейросетевых представлений является в настоящее время формализованным, методически отлаженным и практически используемым методом решения задач аппроксимации неизвестных закономерностей на основе эмпирических данных [14, 25-27, 29, 50, 85].

Приведем базовые понятия в этой предметной области на основе [9, 25-27, 29, 50, 83, 86]. Активационная функция, составляющая основу структуры искусственной нейронной сети (ИНС), традиционно строится из сумматора и нелинейного функционального преобразователя вида $\varphi = s/(h + |s|)$, где h – характеристика крутизны преобразователя, а ИНС, получающая на входе некоторый сигнал, способна после прохода его по «нейронам» выдавать на выходе определенные ответ s , который зависит от весовых коэффициентов [27]. Для определения значений этих параметров необходимо провести обучение нейронной сети, представляющее собой автоматический поиск закономерности между совокупностью обучающих данных и заранее

известным результатом. С математической точки зрения эта задача может быть классифицирована как задача параметрической идентификации [25-27, 29]. Классы функций, закладываемые в структуру моделей в виде искусственных нейронных сетей, обладают свойством полноты. Полнота (способность сколь угодно точно аппроксимировать любую непрерывную зависимость) функций такого типа строго доказана [26].

В большинстве случаев в нейросетевом подходе используются оптимизационные принципы [8-9, 15-16, 19-22, 25-27, 29, 44-46, 50, 68, 73, 75-78, 83, 86, 95, 98, 128]. Для оценки качества нейросетевой модели строится функционал, который оптимизируется градиентными, либо другими методами. Основные проблемы состоят в быстродействии работы нейросети и сложном рельефе оценочной функции. Применение нейросетевого подхода и направлено на решение проблемы быстродействия.

Так как обычно ландшафт оценочной функции очень сложен, то при недостаточной избыточности числа подстроечных параметров, невозможно достигнуть глобального минимума, используя градиентные методы. Для решения этой проблемы разработаны методы глобальной оптимизации, такие как метод динамических ядер, генетические алгоритмы, методы Монте-Карло и др. [1, 8, 11, 19-22, 44-46, 68, 73, 76-77, 128, 131-133]. Однако существующая проблема переобучения показывает, что глобальный минимум обучающего функционала далеко не всегда обеспечивает оптимальное решение, что иллюстрируют регуляризационные методы и методы ранней остановки [25-27, 29, 86].

Для оценки экстраполяционных способностей обученных нейросетей типично разбиение выборки на обучающую и тестовую. Для исключения эксперта из процесса обучения используется большое количество вариантов разбиения выборки, при которых находятся в среднем оптимальные параметры регрессионной модели. Далее, найденные параметры используются для построения окончательного варианта модели, причем в обучающей выборке участвуют все примеры задачника. Например, в методе

перекрестной проверки [95, 98] каждая задача поочередно перемещается из обучающей выборки в тестовую, поэтому вычисление обучающего функционала состоит из суммирования многих незначительно отличающихся значений. Можно, используя теорию возмущений, приблизительно вычислять обучающий функционал и его градиенты, что значительно увеличивает скорость обучения.

Рассматривается задача уточнения данных [87, 95, 98]. Пусть априорно известно, что в данных имеется зависимость типа $F(\vec{x}, \vec{p}) = 0$, это может быть и традиционная линейная зависимость $\vec{p}_A \vec{x} = \vec{p}_b$. Построение модели состоит в минимизации функционала:

$$H = \min_{\substack{\forall \vec{x}' \in D \\ \vec{p}}} \sum_i \left\| \frac{\vec{x}_i - \vec{x}'_i}{\Delta \vec{x}_i} \right\|, \quad (3.1.1)$$

где D – область решений $F(\vec{x}, \vec{p}) = 0$.

Исходные данные $\vec{x}_i$ будут заменяться на более соответствующие найденной зависимости $\vec{x}'_i$. Если модель создана и доучиванию не подлежит, ей могут предъявляться вектора данных с пропусками, и, минимизируя функционал с фиксированным $\vec{p}$, модель будет их уточнять:

$$\vec{x}' = \arg \min_{\vec{x}' \in D} \left\| \frac{\vec{x} - \vec{x}'}{\Delta \vec{x}} \right\|. \quad (3.1.2)$$

Для нахождения достоверности параметров модели и найденных ответов в предположении, что все ошибки содержатся в исходных данных, а модель строится точно, можно воспользоваться следующим подходом. Каждая компонента таблицы данных влияет на параметры модели. Можно найти силу этого влияния по формуле $\frac{\partial p_k}{\partial x_{ij}}$. Тогда в первом приближении наибольший результат ошибок данных скажется на достоверности параметра модели следующим образом:

$$\Delta p_k = \sum_{i,j} \left| \frac{\partial p_k}{\partial x_{ij}} \Delta x_{ij} \right|. \quad (3.1.3)$$

Аналогично находится верхнее ограничение на доверительные интервалы уточненных данных:

$$\Delta x_{ij}' = \sum_k \left| \frac{\partial x_{ij}'}{\partial p_k} \Delta p_k \right|. \quad (3.1.4)$$

Реальное значение доверительных интервалов почти всегда значительно меньше, поскольку оценивается худший случай, когда все эксперименты специально устроены так, чтобы как можно дальше увести модель от правильного решения. Основой является метод наименьших квадратов [76-77, 95, 98], где минимизируется функционал:

$$H = \sum_i (f(\vec{x}_i, \vec{p}) - y_i)^2, \quad (3.1.5)$$

i – номер эксперимента, y – экспериментальное значение, $\vec{x}$ – вектор переменных, от которых находится зависимость, $f(\vec{x}, \vec{p})$ – аппроксимирующая функция, $\vec{p}$ – вектор настраиваемых параметров функции. В результате получается стандартная функция (обычно линейная), аппроксимирующая экспериментальную зависимость, сглаживающая возможные выбросы. Но в эксперименте не все данные могут иметь одинаковую достоверность. Для повышения достоверности вводятся веса C_i , отражающие влияние каждого эксперимента. При нормальном законе распределения вероятность нахождения случайной величины равна:

$$P = k \exp(\vec{x} - \langle \vec{x} \rangle), \quad (3.1.6)$$

где $\langle \vec{x} \rangle$ – наиболее вероятное значение величины $\mathbf{x}$.

В этой связи предлагается оптимизировать следующий функционал [95, 98]:

$$H = \sum_i^n \sum_j^m \left(\frac{x_{ij} - \tilde{x}_{ij}}{\delta \tilde{x}_{ij}} \right)^r + \left(\frac{f(\vec{x}_i, \vec{p}) - \tilde{y}_i}{\delta \tilde{y}_i} \right)^r, \quad (3.1.7)$$

где $\tilde{y}$ – величина, полученная в эксперименте; $\delta \tilde{x}$ – доверительный интервал; n – количество задач; m – размерность; r – четная степень. $\tilde{x}$ – переменные (исходные данные в эксперименте).

При оптимизации находятся не только уточненные объекты (y), но и их признаки (x). Если в методе наименьших квадратов (МНК) подстраиваемые параметры можно было найти вручную, то тут их количество увеличивается на $n \cdot m$. В то же время, при приближении к стандартным задачам, т.е. к методу наименьших квадратов, устремляя все $\delta \tilde{x}$ к нулю, или к решению алгебраических уравнений, полагая $\delta x_{ik} = \infty$, а δy_k равным нулю, получаем затраты времени близкие к данным задачам.

Общее описание вычислительной методики. Методика предназначена для оперативного синтеза по большим массивам эмпирическим и экспериментальным данным аналитических моделей [95, 98]. Синтезируемые аналитические модели приближенно воспроизводят характерные для исходного объекта причинно-следственные связи, в той мере в какой эти связи проявили себя при сборе эмпирических данных. Имея аналитическую модель, можно вместо экспериментов с исходным объектом прибегать к численным экспериментам с моделью.

Базовая методика состоит из следующих вычислительных процедур: предварительный анализ данных, размещение данных и формирование расчетных таблиц, синтез модели, построение аппроксимационной функции. Проблемным этапом здесь является построение модели с заданной точностью. Рассмотрим основные этапы базовой методики.

1. Этап предобработки. Над экспериментальными значениями и доверительными интервалами в качестве предобработки проводятся следующие действия. Центрирование:

$$x_i' = x_i - \frac{\sum_i \varepsilon_i x_i}{\sum_i \varepsilon_i}, \quad (3.1.8)$$

где ε – вес величины, обратно пропорционален доверительному интервалу.

Нормирование:

$$x_i' = \frac{x_i}{\sigma_x}. \quad (3.1.9)$$

2. *Этап расчета регрессии.* Одновременно с этими же действиями производится расчет линейной части регрессии. В качестве базисной функции применяется:

$$a_{it} = b_i + c_i \sum_j \sin(\varphi_{ij} + \sum_k w_{jk} X_{kt}), \quad (3.1.10)$$

где X – входы, b , c , w , φ – подстраиваемые параметры (b и c , определяются при предобработке); a_{it} – i -й выход задачи t ; j – меняется от единицы до числа подстраиваемых параметров.

3. *Оценка гладкости.* Гладкость функции, точнее не гладкость, оценивается как:

$$U = \sum_j \sum_{k=1}^n w_{jk}^2. \quad (3.1.11)$$

На эту величину накладывается ограничение сверху, и при предобработке, если необходимо, матрица связей нормируется для удовлетворения наложенного условия.

4. *Этап оптимизации.* При оптимизации используется метод быстрого вычисления многомерных градиентов, или метод множителей Лагранжа и вариант метода сопряженных градиентов (Приложение 3).

5. *Быстрый метод перекрестной проверки.* Для наилучшего использования экстраполяционных возможностей регрессионных методов необходимо применение какого-либо из методов проверки получаемых моделей на данных, не включенных в обучающую выборку. Для этой цели применяется метод быстрого тестирования, основывающийся на методе перекрестной проверки (Приложение 3).

3.2. Усовершенствование вычислительной методики

На основе исследования базовой методики предлагается в рамках третьего этапа этой методики усовершенствовать построение модели путём анализа гладкости входных данных в зависимости от задачи обработки данных экологического мониторинга, а также выбора количества используемых гармоник при построении аппроксимационной функции с

заданной точностью. Для оценки количества гармоник предлагается также использовать вейвлет-преобразование исследуемых данных. Предлагается следующая вычислительная процедура (формула) для оценки параметров расчета U и k_W в зависимости от типа данных x_N и точности **eps** построения аппроксимационной функции:

$$F_{eps}(x_N, U, k_W(U)), \quad \text{где } k_W(U) = \begin{cases} 3 - 5, & \text{если } U \in 0.5 - 1 \\ N - 1, & \text{если } U \notin 0.5 - 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

т.е. для построения функции тренда при обработке данных экологического мониторинга рекомендуем рассчитывать параметры по условию (1); для построения функций при обработке пространственно-временных данных предлагается применять условие (2), при этом для синусоидальных колебаний параметр $U \in 10 - 50$, для «негладких» данных и сигналов импульсного типа $U \in 100 - 2000$.

Описание связи используемого программного модуля вычислительной методики с информационной системой в рамках вычислительной среды «*Excel*» приведено в главе 4. При этом для удобства организации и проведения численных экспериментов разработанный комплекс программ [95, 98] размещается в среде «*Excel*». После установки в меню «*Сервис*» программы «*Excel*» появится опция «*Модель*», вызывающая диалоговое окно управления программой, а также набор функций, дублирующих основные процедуры программы.

На примере решения задачи построения аппроксимационной функции – контура исследуемой области (модельные экспертные данные) рассмотрим основные этапы усовершенствованной вычислительной методики. Пусть имеем набор точек с координатами (x, y) , являющихся вершинами многоугольника (табл. 3.2.1).

Таблица 3.2.1

Исходные данные

х	у
1	12
4	17
7	19
13	19
19	13

20	8
18	5
13	1
6	2
3	4
2	6

Найти: построить по данным точкам аппроксимационную модель искомого контура, то есть аналитическую функцию задающую зависимость $y=f(x)$. Если в качестве независимой переменной выбрать x , то выпуклый многоугольник можно рассматривать как двузначную функцию, то есть каждому значению независимой переменной x соответствует два значения y .

Этап 1. Предварительный анализ данных. Разбиваем множество вершин таким образом, чтобы по каждому из наборов точек можно было построить однозначную функцию. Для этого на интервале $[a, b]$, где a – минимальное и b – максимальное значения x , выделяем «верхнюю» и «нижнюю» ветви (рис. 3.2.1). Получаем два набора точек, по каждому из которых строим модель – визуализацию искомого модельного контура. Заметим, что крайние точки $(a, y(a))$ и $(b, y(b))$ входят как в первый, так и во второй наборы (табл. 3.2.2, а, б).

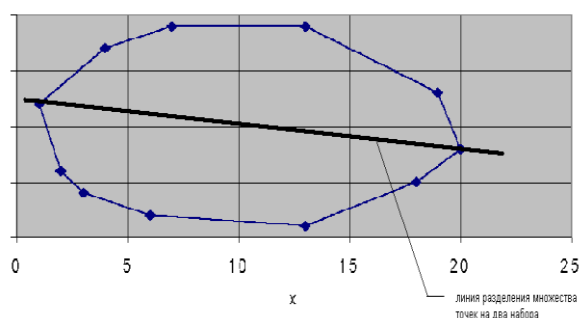


Рисунок 3.2.1 – Разделение множества точек на два подмножества

Таблица 3.2.2 а

Первый набор точек (верхняя часть)

y	x
12	1
17	4
19	7
19	13
13	19
8	20

Второй набор точек (нижняя часть)

y	x
8	20
5	18
1	13
2	6
4	3
6	2
12	1

Рассмотрим построение модели верхней части многоугольника (модель № 1) по первому набору точек.

Этап 2. Процедура размещения данных. Для работы вычислительной методики необходимо указать расположение в рабочих книгах «Excel» исходных данных, а также позиций, в которые будут размещаться итоги работы. Данные организовываются в виде бимассива, состоящего из двух связанных между собой массивов – массива входов («причин») и массива выходов (ответов, «следствий»). Причем первая строка массива входов соответствует первой строке массива ответов (первому причинно-следственному сочетанию), вторые строки – второму причинно-следственному сочетанию и т.д. (рис. 3.2.2). При управлении процедурами через диалоговое окно необходимо располагать оба массива, составляющие бимассив причинно-следственных сочетаний, рядом – слева массив следствий, справа – массив причин.

	Ответ1	Ответ2	Вход1	Вход2	Вход3	
Задача1		Адрес				
Задача2						
Задача3						
Задача4						
Задача5						
Задача6						
Тест1						
Тест2						
Тест3						

Рисунок 3.2.2 – Формат размещения данных на листе Excel

В модельной задаче один вход (x) и один выход (y) (рис. 3.2.3). Размещаем два столбца (массива) рядом: слева – столбец выходов (y), справа – столбец входов (x).

y	x
12	1
17	4
19	7
19	13
13	19
8	20

Рисунок 3.2.3 – Размещение модельных данных на листе Excel

Этап 3. Процедура синтеза модели. После размещения данных на рабочем листе переходим к процедуре синтеза модели. В главном меню выбираем *Сервис\Модель*. После чего появляется диалоговое окно, где обозначены обязательные параметры, такие как *Данные*, *Ответы*, *Входы* и т.д. (рис. 3.2.4).

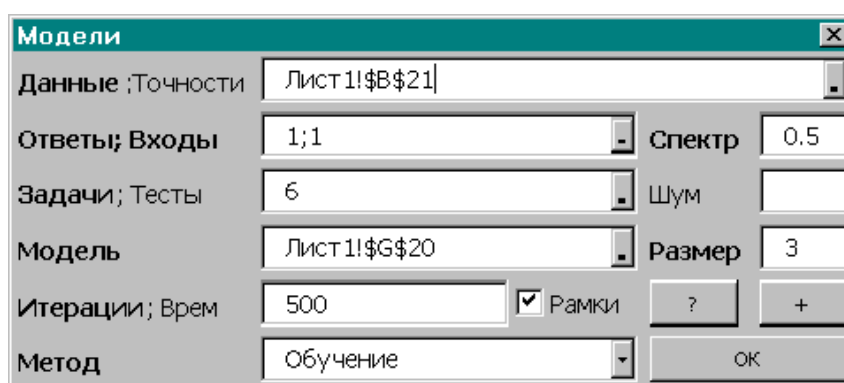


Рисунок 3.2.4 – Диалоговое окно

В пункте *Данные* диалогового окна указывается адрес бимассива данных – это последняя ячейка первой строки массива ответов (рис. 3.2.2).

Для вывода результатов необходим бимассив «*Модель*», имеющий те же горизонтальные размеры, что и бимассив исходных данных, но отличающийся по вертикальным размерам, задаваемым пользователем.

В пункте «*Модель*» задается адрес ячейки, где будет помещен результат – бимассив «*Модель*». Минимально допустимый вертикальный размер бимассива «*Модель*» равен трем. Размеры бимассивов определяются по пунктам: «*Ответы*» (количество выходов); «*Входы*» (количество входов);

«Задачи» (количество задач); «Тесты» (количество тестовых задач); «Размер» (вертикальные размеры бимассива «Модель» минус два).

Расположение адресов бимассивов должно позволять им разместиться, не выходя за края рабочего листа и не перекрываясь друг с другом. Можно размещать бимассивы на различных рабочих листах, и в различных рабочих книгах. Если задать «флажок» в пункте «Рамки», рисуются стандартные рамки для всех бимассивов, облегчая визуальный контроль над правильностью указания данных.

Синтез модели осуществляет процедура «Обучение», посредством итерационного поиска таких параметров модели, при котором среднеквадратичное отклонение ответов (мнений) модели и соответствующих эмпирических данных в массиве ответов минимизируется. Количество итераций задается пунктом «Итерации», временной предел работы программы в секундах – пунктом «Время».

Для обучения задаем строго больший нуля уровень не гладкости, т.е. уровень спектральной плотности (пункт «Спектр»). Обучение начинается со значений параметров, указанных в бимассиве «Модель», а если этот бимассив пуст, то автоматически генерируется случайный стартовый бимассив. Пункт «Шум» позволяет в начале каждого цикла обучения добавить к параметрам модели случайную компоненту регулируемой величины. В нашей модельной задаче количество выходов = 1; количество входов = 1; количество задач = 6 (количество строк в бимассиве исходных данных); размер = 3; спектр = 0,5; шум не задавался. После заполнения всех необходимых полей в диалоговом окне в заданном месте возникает бимассив «Модель» (рис. 3.2.5).

-888,25	0,009122
-1171,21	0,5
-1,03168	0,113572
1,881095	0,113845
-2,10759	0,053518

Рисунок 3.2.5 – Бимассив «Модель»

Две верхние строки бимассива «*Модель*» имеют информационный статус, в частности, в первой строке второго входного столбца размещена ошибка модели по результатам обучения (в нашем примере 0,009122), а в первой строке второго входного столбца – значение спектра (0,5).

Величины во второй строке указывают значимость соответствующего входного параметра для предсказаний – чем меньше эта цифра, тем менее важна соответствующая входная информация. В задаче лишь один вход, т.е. его значимость = 1, а значение спектра располагается во второй строке столбца входов. Оставшиеся ячейки – коэффициенты базовой функции. В рамках этого этапа выполнен учет гладкости данных и выбрано количество гармоник аппроксимационной функции при заданной точности ее построения.

Этап 4. Процедура построения аппроксимационной функции (прогноз). Для прогноза по построенной модели пользуемся функцией «ПРОГНОЗ». Активируем ячейку, в которую хотим поместить результат прогноза. В главном меню выбираем *Вставка \ Функция...* Появляется диалоговое окно «Мастер функций». Из категории «Полный алфавитный перечень» выбираем функцию «ПРОГНОЗ». Появляется диалоговое окно (рис. 3.2.6).

В поле «*Модель*» задается диапазон массива «*Модели*». В поле «*Вход*» – ячейку (или диапазон ячеек, если несколько входов) в которой находится значение аргумента модели. В модельной задаче произведен прогноз, при котором в качестве входов использовались значения входов исходных данных.

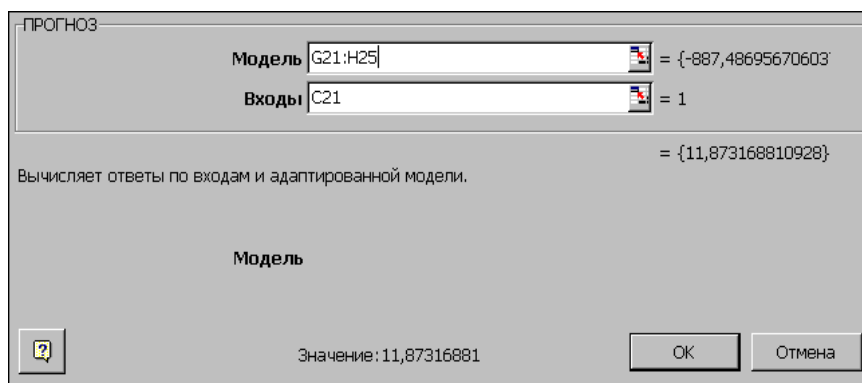


Рисунок 3.2.6 – Диалоговое окно функции «ПРОГНОЗ»

На рисунке 3.2.7 изображен лист *Excel*. Результат прогноза размещен в ячейке D21. В диалоговом окне «Прогноз» в поле «Модель» задается диапазон G21:H25. В поле «Вход» – ячейка C21, в ячейке D21 появляется результат прогноза (расчета). В следующем столбце (E) в модельной задаче размещается относительная ошибка прогноза: $=ABS((B21-D21)/B21)$, где столбец B – исходные данные (выходы), D – прогнозируемые значения.

	у	х	прогноз(м1)	ошибка	модель1	модель2
21	12	1	11,87316881	0,010569	-887,487	0,009142
22	17	4	17,45314545	0,026656	-1170,43	0,5
23	19	7	18,49751809	0,026446	-1,03733	0,113545
24	19	13	19,30653199	0,016133	1,874851	0,113863
25	13	19	12,53892598	0,035467	-2,10981	0,053536
26	8	20	8,330709692	0,041339		
27			прогноз(м2)			
28	8	20	8,360115914	0,045014	318,6406	0,059134
29	5	18	4,285768388	0,142846	321,6728	0,5
30	1	13	1,693331421	0,693331	-0,86219	-0,07211
31	2	6	0,958066645	0,520967	-2,76522	0,093608
32	4	3	4,505434573	0,126359	2,954409	-0,11817
33	6	2	7,209789399	0,201632		
34	12	1	10,98749366	0,084376		

Рисунок 3.2.7 – Размещение данных решаемой задачи на листе *Excel*

Аналогичные действия по построению аналитической модели и последующего прогнозирования произведены для второго набора точек (нижняя часть многоугольника). Результат расчета по модифицированной методике приведены на рисунке 3.2.8.

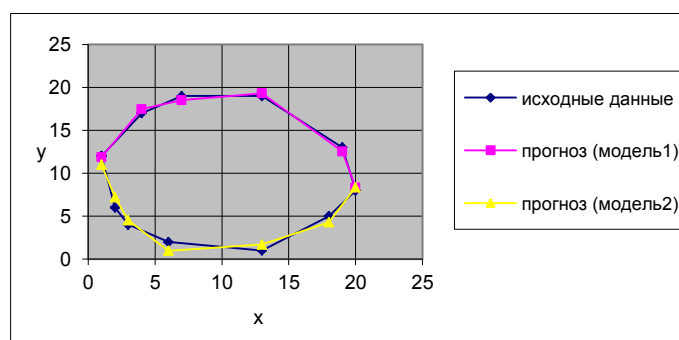


Рисунок 3.2.8 – Построение аппроксимационной функции контура исследуемой области по расчетным моделям с заданной точностью и с учетом гладкости данных ($U=0.5$, $w=3$)

Таким образом, для построения нелинейных моделей и эффективной визуализации данных предлагается усовершенствованная вычислительная методика, позволяющая с повышенной точностью решать задачи аппроксимации и визуализации данных экологического мониторинга (с оценкой ошибки 1–2 %).

3.3. Анализ сложных сигналов на основе нелинейной регрессии

В рамках усовершенствования вычислительной методики представлено решение задачи обработки сложных сигналов экологического мониторинга в сочетании вейвлет-анализа с нелинейной регрессией. Для решения прикладных задач экологического мониторинга на основе указанных вычислительных инструментов выполнены соответствующие расчеты [52-54, 57, 67].

В своей дискретной форме вейвлет-преобразование составляет основу эффективных вычислительных методик для разделения соответствующих компонентов сигнала. Также вейвлет-преобразование является гибким инструментом для частотно-временного разложения сложного сигнала, который может стать основой для выполнения различных процедур, имеющих прогностический характер.

Применение различных методов вейвлет-анализа отличается высокая способность выделить соответствующие компоненты сигнала. В своей непрерывной форме он также позволяет выполнять анализ нестационарных сигналов, что делает его подходящим для высокого разрешения записей сложных сигналов при решении широкого класса задач [5, 18, 24, 37, 43, 51, 71-72, 79, 88-90, 96-97, 103, 106, 123, 129].

В рамках поставленной задачи выполнено изучение структуры сложного сигнала ЭКГ (1) на основе вейвлета Хаара. На рисунке 3.3.1 представлены результаты расчетов. Выделены основные частотные компоненты изучаемого сигнала.

На рисунке 3.3.2 показаны результаты обработки сложного сигнала ЭКГ (2) двумя различными вейвлетами (Morlet и MHat).

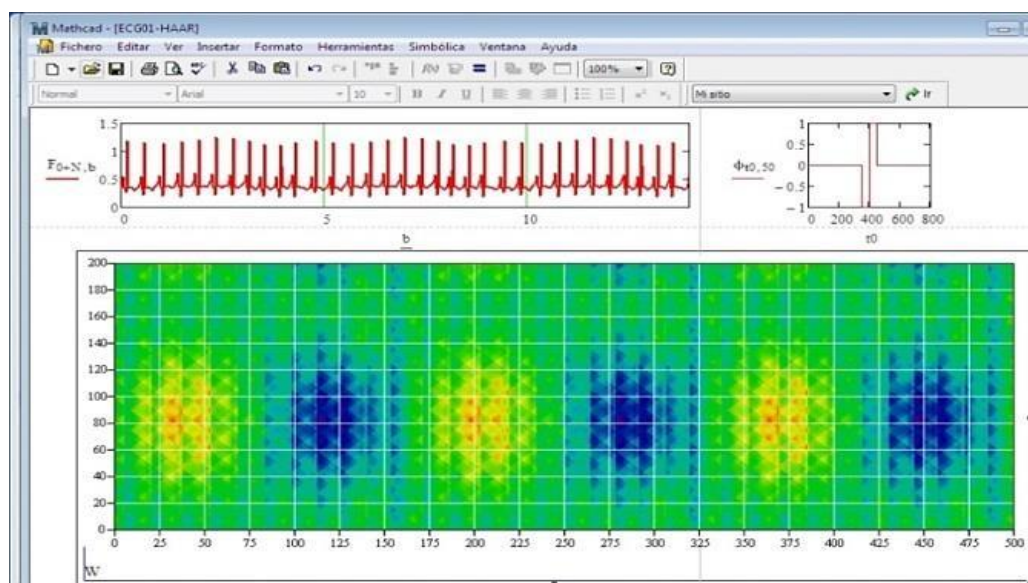
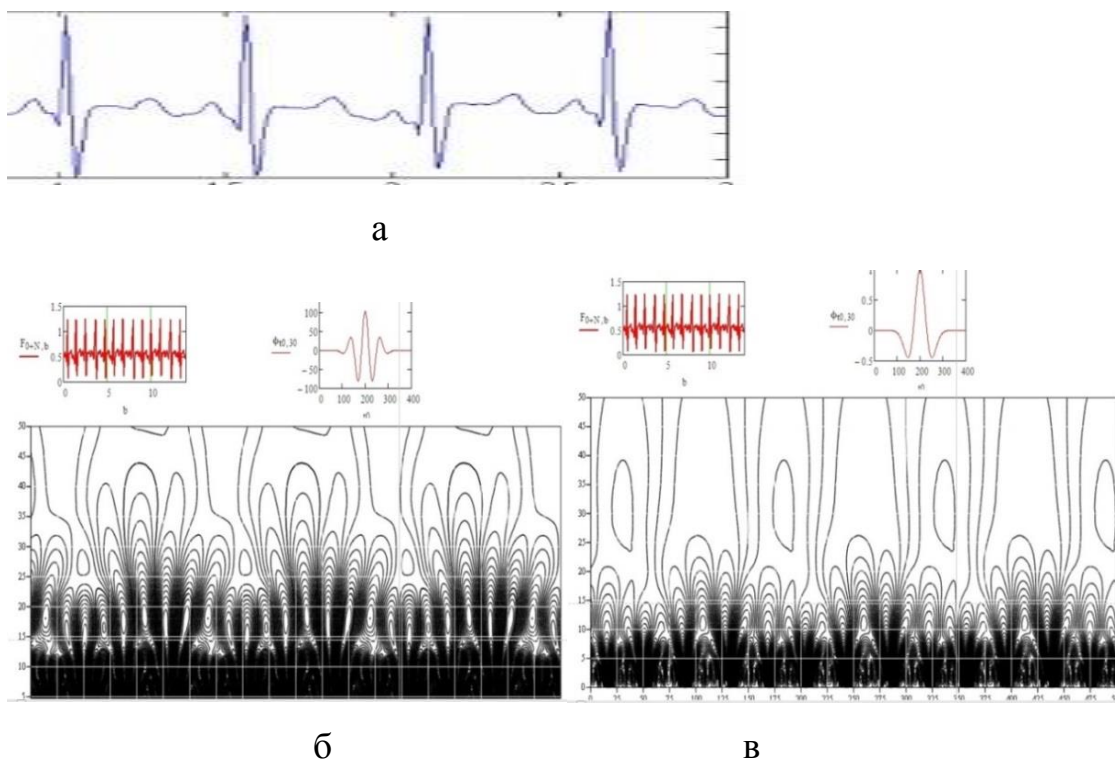


Рисунок 3.3.1 – Структура сложного сигнала (1) на основе вейвлета Хаара

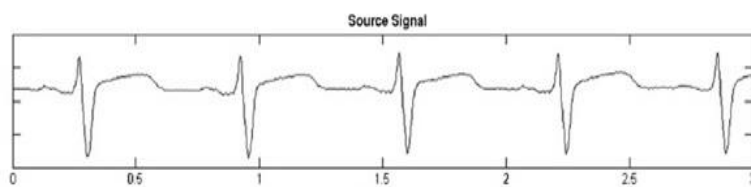
На рисунке 3.3.3 показаны результаты обработки сложного сигнала ЭКГ (3) двумя различными вейвлетами (*Morlet* и *MHat*). Также на этих рисунках видны частотные характеристики изучаемых сигналов.



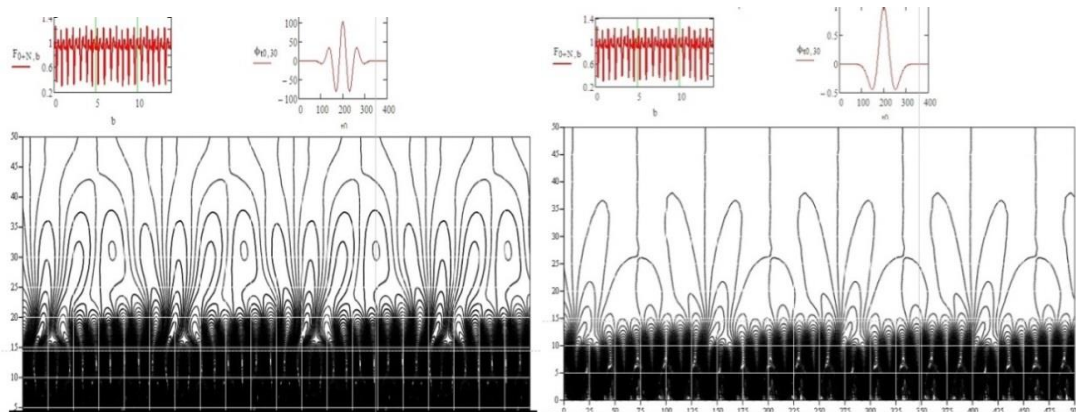
а) – изучаемый сигнал (2): б) – обработка вейвлетом *Morlet*;

в) – обработка вейвлетом *MHat*.

Рисунок 3.3.2 – Обработка сложного сигнала (2) различными вейвлетами



а



б

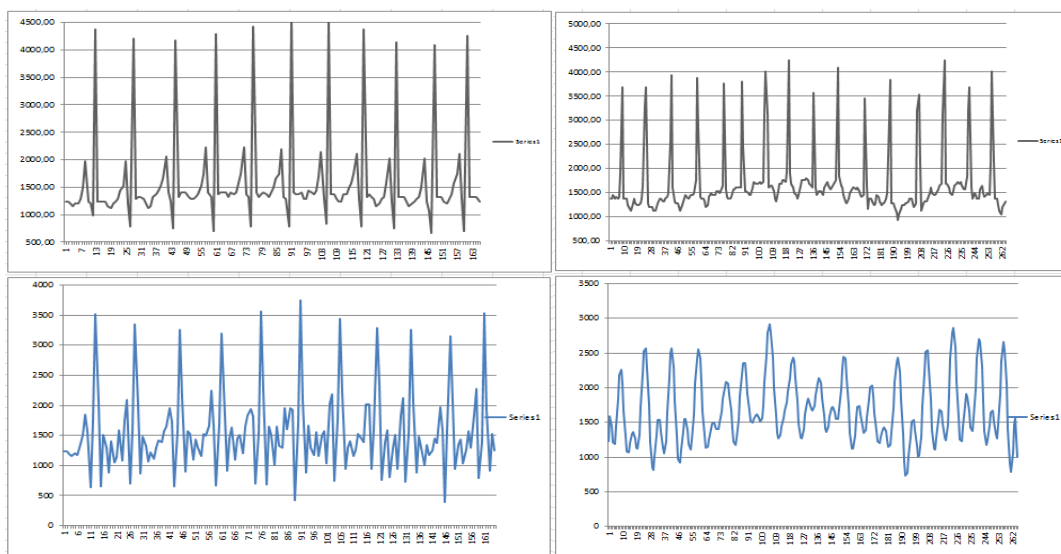
в

а) – изучаемый сигнал (3); б) – обработка вейвлетом *Morlet*;

в) – обработка вейвлетом *MHat*.

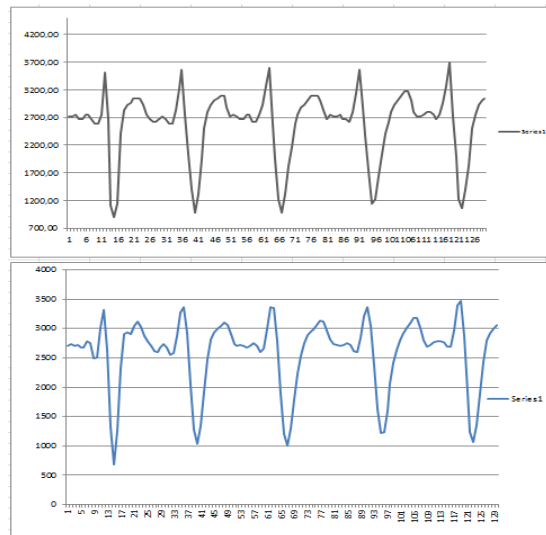
Рисунок 3.3.3 – Обработка сложного сигнала (3) различными вейвлетами

Результаты проведенного вейвлет-анализа позволили выбрать и уровень негладкости данных (600–1000), и количество гармоник (100–300) для построения искоемых аппроксимационных функций с заданным уровнем точности. На рисунке 3.3.4 (а, б, в) приведены результаты анализа данных и построение нелинейных моделей сложных сигналов ЭКГ (1, 2, 3).



а

б



В

а) – модель сигнала 1; б) – модель сигнала 2; в) – модель сигнала 3

Рисунок 3.3.4 – Анализ данных и построение нелинейных моделей сложных сигналов ЭКГ (1, 2, 3)

В рамках усовершенствованной методики решена задача построения аппроксимационной модели сложного сигнала импульсного типа (на примере данных ЭКГ) на основе нелинейной регрессии (параметр негладкости равен 1000, количество гармоник соответствовало количеству отсчетов сигнала и минус 1). Предварительный вейвлет-анализ сигналов выявил их характерные энергонесущие гармоники. Таким образом, имея аналитическую модель изучаемого сигнала, можно вместо экспериментов с исходным объектом прибегать к численным экспериментам с моделью.

3.4. Построение модели зависимости заболеваемости от факторов окружающей среды

Постановка задачи. В работах [40, 48] предложен способ построения прогнозной модели на основе аппроксимации рассматриваемой функции пяти переменных. Для этих целей авторы статей используют следующую математическую формализацию зависимости заболеваемости населения от наиболее влиятельных факторов [40, 48]:

$$Z_i = a_1 \cdot T_i + a_2 \cdot W_i + a_3 \cdot V_i + a_4 \cdot \frac{\ln P_i}{\ln V_i} + a_5 \cdot \ln C_i,$$

где T_i – среднегодовая температура воздуха ($^{\circ}\text{C}$), W_i – обеспеченность врачами (число специалистов на 1000 населения), V_i – среднегодовая скорость ветра (м/с), P_i – интегральный показатель загрязнения атмосферного воздуха (условные единицы), C_i – социальные условия, характерные для города (экспертная оценка, баллы).

В указанных работах [40, 48] данные представлены наблюдениями за период с 1995 по 2006 гг. Расчет неизвестных коэффициентов $a_k, k = \overline{1,5}$ проводился методом наименьших квадратов; находился минимум суммы квадратов разностей расчетных и экспериментальных данных:

$$F(a) = \sum_{i=1}^{12} (Z_i(a) - H_i)^2,$$

где $Z_i(a)$ – расчетные данные, H_i – фактические данные о заболеваемости населения.

Поставленная задача сводится к поиску минимума функции нескольких переменных $F(a)$ по всем a из множества D , где D – многомерный параллелепипед: $\min_{a \in D} F(a), D = \{a \in R^n : \underline{a}_i \leq a_i \leq \overline{a}_i, i = \overline{1, n}\}, n = 5$ –

размерность искомого вектора. Получено решение этой задачи с помощью программы PARABOL [40, 48], в которой реализован метод поиска глобального экстремума минимизируемого функционала.

В результате решения задачи оптимизации исходной математической модели получена зависимость показателя заболеваемости взрослого населения от рассматриваемых факторов. При изучении зависимости заболеваемости от комплекса факторов наиболее адекватным для населения (взрослые) представляется следующее уравнение:

$$Z = 62.72 \cdot T + 521.39 \cdot W + 86.13 \cdot V + 90.17 \cdot \frac{\ln P}{\ln V} - 181.81 \cdot \ln C.$$

Графически результаты аппроксимации реальных показателей расчетными данными приведены на рисунке 3.4.1. Полученные зависимости позволили авторам этой модели разработать прогноз заболеваемости

различных групп населения на основе экспертных оценок социальных факторов [40, 48].

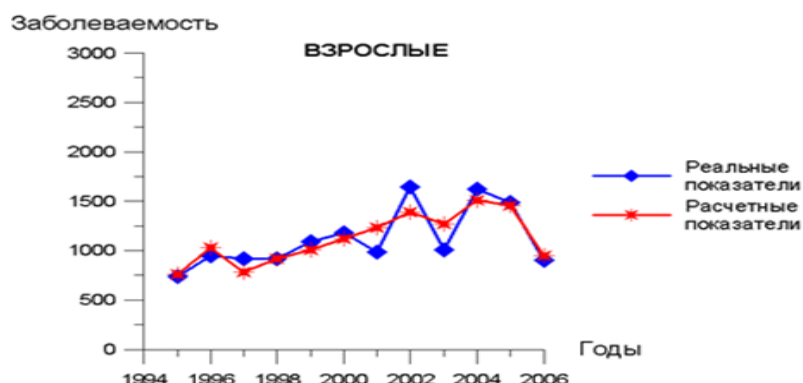


Рисунок 3.4.1 – Результаты сравнительного анализа реальных показателей и расчетных данных на основе построенной модели (взрослые)

Построение нелинейной регрессионной модели. В рамках исследования усовершенствованной методики решена задача установления регрессионной зависимости заболеваемости от факторов окружающей среды на основе анализа данных наблюдений. В соответствии с описанным выше подходом, в качестве базисной функции использовано:

$$Y^t_a = b_a + c_a \sum_j \sin(\varphi_{aj} + \sum_i w_{ji} X^t_i)$$

где X – входные данные, i – номер входа, j – номер нейрона, t – номер задачи в выборке; a – номер выхода нейросети; b , c , w , φ – подстраиваемые параметры; b и c , определяются при предобработке; a , w , φ – при обучении.

На рисунке 3.4.2 показаны исходные данные для нейросетевого моделирования, на рисунке 3.4.3 – окно программы: задание параметров нейросетевого моделирования и на рисунках 3.4.4 – 3.4.6 представлены результаты сравнительного анализ реальных данных (дети, подростки и взрослые) и нейросетевой модели (получено полное совпадение).

Таким образом, проведены численные эксперименты для сравнительного анализа с данными наблюдений заболеваемости отдельных групп населения при изменении условий окружающей среды. Построенные модели выявляют зависимость заболеваемости отдельных групп населения при изменении условий окружающей природной и социальной среды.

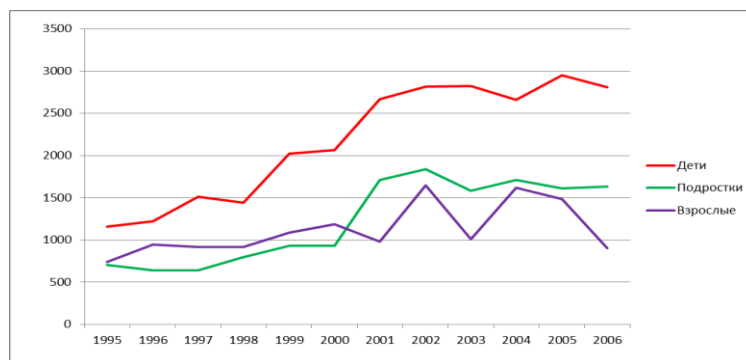


Рисунок 3.4.2 – Исходные данные для построения моделей

Рисунок 3.4.3 – Окно программы: задание параметров

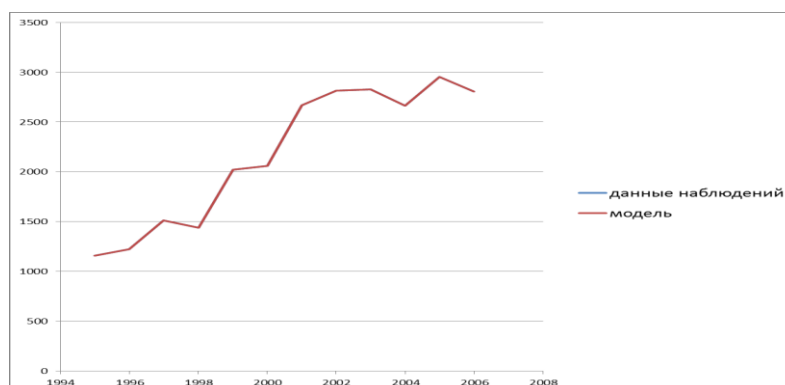


Рисунок 3.4.4 – Результаты сравнительного анализа реальных данных (дети) и регрессионной модели (полное совпадение)

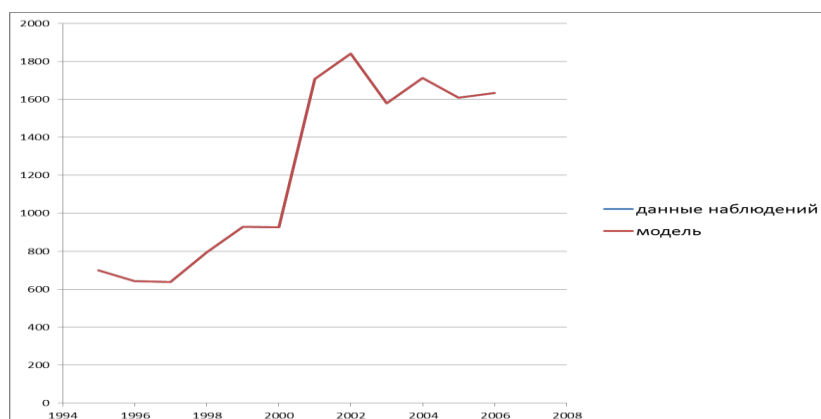


Рисунок 3.4.5 – Результаты сравнительного анализа реальных данных (подростки) и регрессионной модели (полное совпадение)



Рисунок 3.4.6 – Результаты сравнительного анализа реальных данных (взрослые) и нейросетевой модели (полное совпадение)

Анализ данных экологического мониторинга. Выполнен анализ данных экологического мониторинга, которые представлены в базе данных специализированной информационной системы. На рисунке 3.4.7 приведены результаты анализа выбросов загрязняющих веществ в атмосферу в городах Красноярского края в 2012 г.

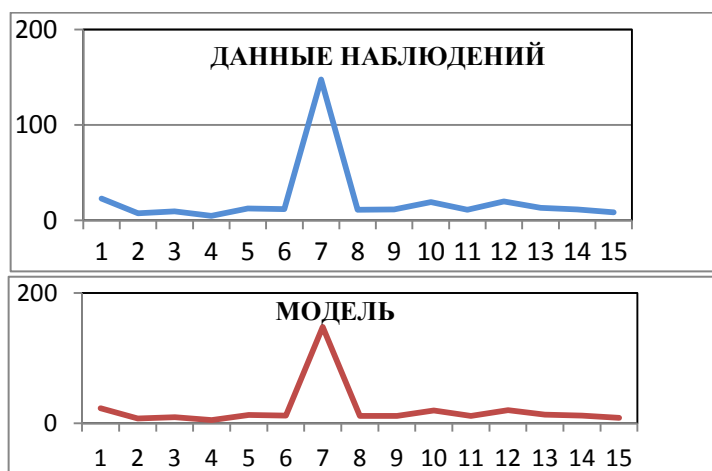


Рисунок 3.4.7 – Построение модели (исходные данные и расчеты): выбросы загрязняющих веществ в атмосферу в городах края в 2012 г.

На рисунке 3.4.8 приведены результаты анализа динамики выбросов загрязняющих веществ в атмосферу Красноярского края с учетом выбросов Норильского промрайона (тыс. тонн в год). Из представленных графиков видно успешное решение базовых задач обработки данных экологического мониторинга и построение нелинейных моделей повышенной точности в рамках усовершенствованной методики (учет гладкости данных и оценка

количества гармоник при заданной точности построения аппроксимационной функции).

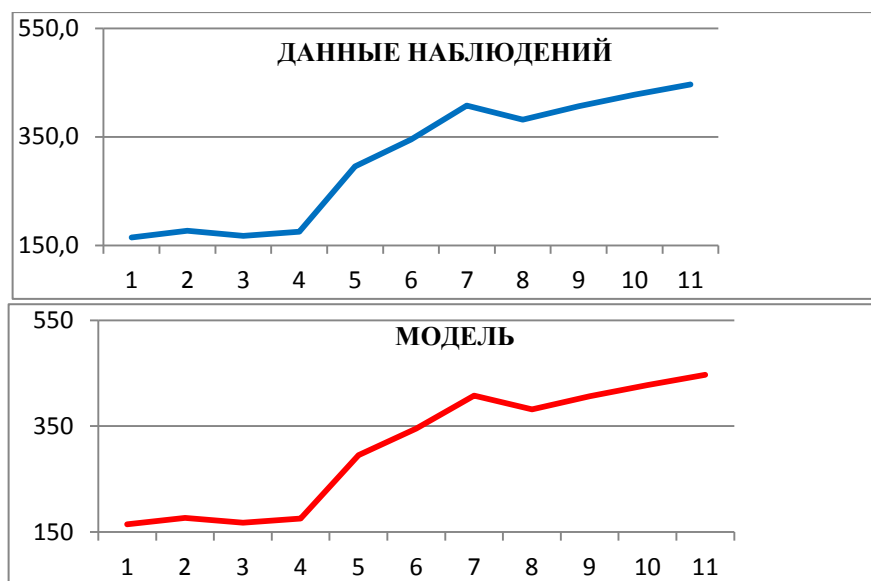


Рисунок 3.4.8 – Построение модели (исходные данные и расчеты):
динамика выбросов загрязняющих веществ в атмосферу Красноярского края
с учетом выбросов Норильского промрайона (тыс. тонн в год)

Дополнительные расчетные процедуры усовершенствованной методики позволили с заданной точностью успешно решить типовые задачи экологического мониторинга в рамках информационной системы

3.5. Выводы по главе

На основе исследования базовой методики предложено усовершенствовать построение нелинейной модели с заданной точностью путём анализа гладкости входных данных и выбора количества используемых гармоник при построении аппроксимационной функции в зависимости от поставленной задачи. Для оценки количества гармоник предлагается также использовать вейвлет-преобразование исследуемых данных.

Предложена вычислительная процедура для оценки параметра гладкости и количества гармоник в зависимости от типа данных и точности построения аппроксимационной функции:

- при построении функции тренда рекомендуем значения параметра не гладкости в диапазоне 0.5-1 и количество гармоник в диапазоне 3-5;

- при построении пространственно-временных функций рекомендуем для синусоидальных колебаний параметр не гладкости в диапазоне 10-50, для «негладких» данных и сигналов импульсного типа – 100-2000, количество гармоник равно числу отсчетов минус один.

В рамках усовершенствованной методики представлено решение задачи вейвлет-анализа в сочетании с нелинейной регрессией для обработки сложных сигналов ЭКГ (параметр не гладкости в диапазоне 300-1000).

Решена задача установления регрессионной зависимости заболеваемости от факторов окружающей среды на основе анализа данных наблюдений.

В ходе экспериментальных исследований выполнен анализ данных экологического мониторинга, которые представлены в базе данных информационной системы, содержащей специализированную информацию обо всех муниципальных образованиях и городах Красноярского края.

Приведены результаты построения модели выбросов загрязняющих веществ в атмосферу в городах Красноярского края в 2012 г., а также построения модели динамики выбросов загрязняющих веществ в атмосферу с учетом выбросов Норильского промрайона.

В результате проведенных исследований усовершенствована вычислительная методика построения нелинейных моделей (учет гладкости данных и оценка количества гармоник при заданной точности построения аппроксимационной функции), основанная на быстрой многопараметрической нелинейной регрессии, включая вейвлет-анализ данных, позволяющая с повышенной точностью решать задачи экологического мониторинга (с оценкой ошибки 1–2 %).

ГЛАВА 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАЗРАБОТАННОГО АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Проведены экспериментальные исследования разработанного алгоритмического обеспечения при решении актуальных задач экологического мониторинга в рамках специализированной информационной системы.

Показано, что разработанное алгоритмическое обеспечение позволяет повысить качество изображения исследуемых объектов и повысить объемы хранимой в базе данных информации, а также с повышенной точностью решать задачи аппроксимации и визуализации данных.

Основные результаты исследований опубликованы в [53, 58, 59, 62-63, 66, 81-82, 112-119].

4.1. Решение задач на основе алгоритмов шиарлет-преобразования

В рамках информационной системы предлагаются решения типовых задачи геометрического анализа данных на основе алгоритмов шиарлет-преобразования: шумоподавления изображений; выделения контура объекта на изображении; разделение изображения. В соответствии с полученными результатами в главе 1 предлагаются для применения 4 алгоритма (A-D):

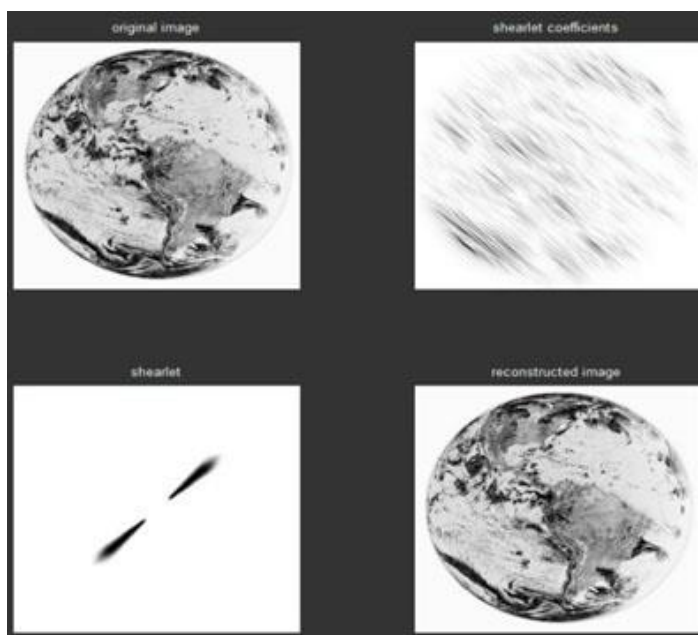
Алгоритм А демонстрирует действие шиарлет-преобразования и выделение сингулярности объекта, модификацию которого предлагаем применять для выделения контура объектов на изображении;

Алгоритм В – показывает работу шиарлет-преобразования для решения задач шумоподавления изображения (проводились оценки с шумом Гаусса);

Алгоритм С – демонстрирует работу шиарлет-преобразования для решения задач шумоподавления, а также для разделения изображений (применяется шум Гаусса);

Алгоритм D – решает задачу фильтрации шума.

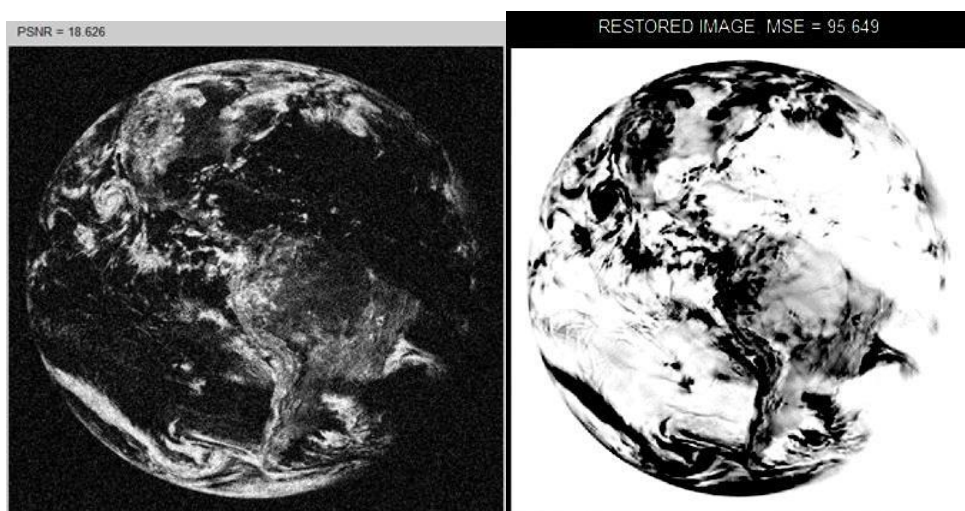
В качестве примера обработки данных экологического мониторинга выполнено исследование используемых алгоритмов шиарлет-преобразования для решения указанных прикладных задач (рис. 4.1.1 – 4.1.3).



1 – исходное изображение; 2 – шиарлет-коэффициенты;

3 – мгновенный шиарлет; 4 – восстановленное изображение

Рисунок 4.1.1 – Алгоритм А показывает возможности решения задачи выделения линейных особенностей (инвертированные изображения)



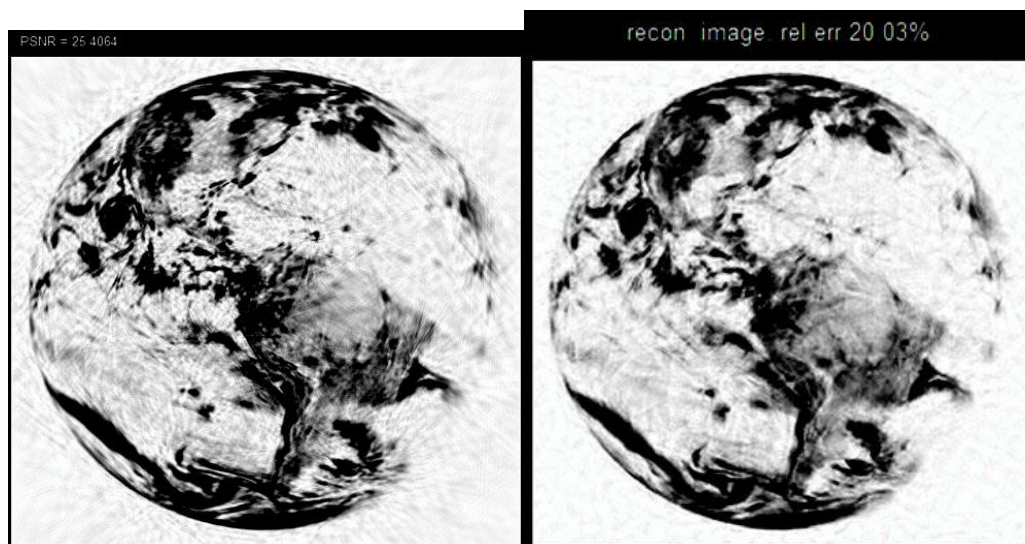
а

б

а) – исходное изображение с шумом;

б) – обработка изображения (инвертированное изображение)

Рисунок 4.1.2 – Алгоритм В показывает возможности решения задачи фильтрации шума



а

б

а) – результаты решения задачи фильтрации шума на основе алгоритма *C*;

б) – результаты решения задачи фильтрации шума на основе алгоритма *D*

Рисунок 4.1.3 – Результаты решения задачи фильтрации шума

(инвертированные изображения)

Из приведенных рисунков видно, что алгоритм *B* предпочтителен для решения задачи шумоподавления.

Выполнен сравнительный анализ алгоритмов *B* и *C* при решении задачи шумоподавления изображений для разных предметных областей: 1-2 – снимки распространения пожара; 3 – снимки медицинской томографии; 4 – снимки данных геоэкологии и рельефа; 5 – снимки данных геоструктур и рельефа. В таблицах 4.1.1 – 4.1.4 приведены результаты исследований для различных условий яркости и контрастности (применялся шум Гаусса).

Таблица 4.1.1

Результаты сравнительного анализа алгоритма *B* (PSNR, dB)

Изображения (512x512)	Яркость, %						
	-75	-50	-25	0	25	50	75
1. fire	47.65	43.57	37.91	35.10	34.66	34.16	44.18
2. fire2	63.67	48.36	43.43	42.43	40.40	42.08	46.70
3. PA	48.65	43.66	38.66	33.00	32.91	32.61	32.88
4. satg	58.57	44.36	36.70	31.44	31.61	31.07	31.30
5. scene	51.15	49.18	40.58	34.95	34.69	33.75	39.50

Таблица 4.1.2

Результаты сравнительного анализа алгоритма B (PSNR, dB)

Изображения (512x512)	Контрастность, %						
	-75	-50	-25	0	25	50	75
1. fire	41.22	38.01	36.62	35.10	35.08	34.65	34.43
2. fire2	47.09	45.09	43.30	42.43	40.68	40.05	39.48
3. PA	39.06	36.15	34.47	33.00	35.09	36.19	36.83
4. satg	36.64	33.70	32.89	31.44	32.87	33.45	34.27
5. scene	42.14	39.34	37.29	34.95	35.64	35.52	35.65

Таблица 4.1.3

Результаты сравнительного анализа алгоритма C (PSNR, dB)

Изображения (512x512)	Яркость, %						
	-75	-50	-25	0	25	50	75
1. fire	36.75	33.70	30.71	28.63	28.00	27.63	29.97
2. fire2	38.09	37.29	35.80	33.49	31.99	30.33	30.48
3. PA	37.12	35.26	32.10	27.33	27.10	26.35	26.09
4. satg	38.17	35.90	30.65	25.57	25.38	24.62	25.12
5. scene	37.54	35.60	32.79	29.52	28.98	27.92	29.62

Таблица 4.1.4

Результаты сравнительного анализа алгоритма C (PSNR, dB)

Изображения (512x512)	Контрастность, %						
	-75	-50	-25	0	25	50	75
1. fire	33.90	31.50	29.96	28.63	28.24	27.80	27.51
2. fire2	35.32	35.00	34.56	33.49	33.70	33.49	33.19
3. PA	33.52	31.27	29.33	27.33	28.99	28.96	28.64
4. satg	32.11	29.02	27.57	25.57	26.46	26.38	26.32
5. scene	34.47	32.90	31.35	29.52	29.74	29.42	29.27

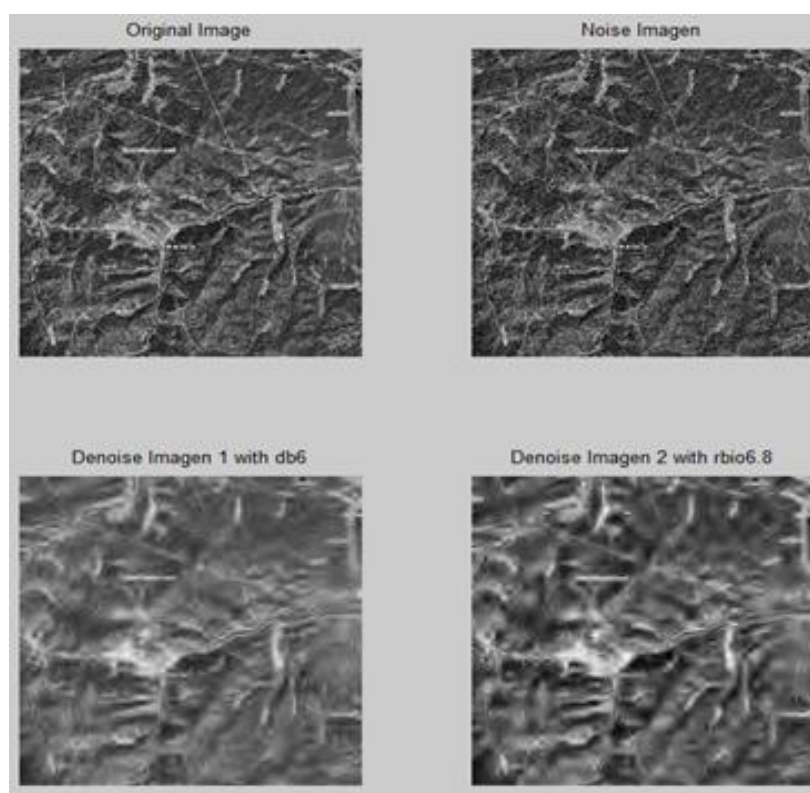
Результаты, приведенные в таблицах, демонстрируют существенные различия в действиях исследуемых алгоритмов при изменении изучаемых изображений. В таблицах 4.1.1 – 4.1.4 для каждого алгоритма B и C отмечены наилучшие варианты (условия яркости и контрастности) решения задачи шумоподавления для каждого набора изображений (1-5)

4.2. Решение задач шумоподавления и сжатия изображений на основе вейвлет-анализа данных

Разложение сигнала на составляющие с учетом разрешения по времени и по частоте дает возможность анализа составляющих и выявления

особенностей сигнала. Представление сигнала мониторинга сложного процесса в виде совокупности его последовательных приближений позволяет получать, в зависимости от целей задачи, грубую версию или более детальную, а так же исключать определенные составляющие, например шумы или малозначимые детали.

Представлено решение типовых задач обработки сложных сигналов и изображений на основе модифицированной методики вейвлет-анализа. Результаты анализа изображений на основе вейвлет-преобразования при решении задач шумоподавления приведены на рисунках 4.2.1.



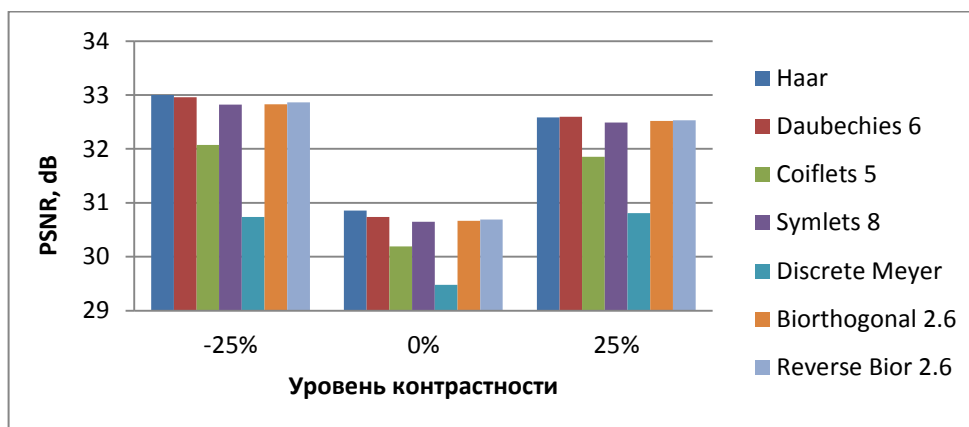
1 – исходное; 2 – зашумленное; очищенное вейвлетами:

3 – вейвлет *db6*, 4 – вейвлет *rbio6.8*

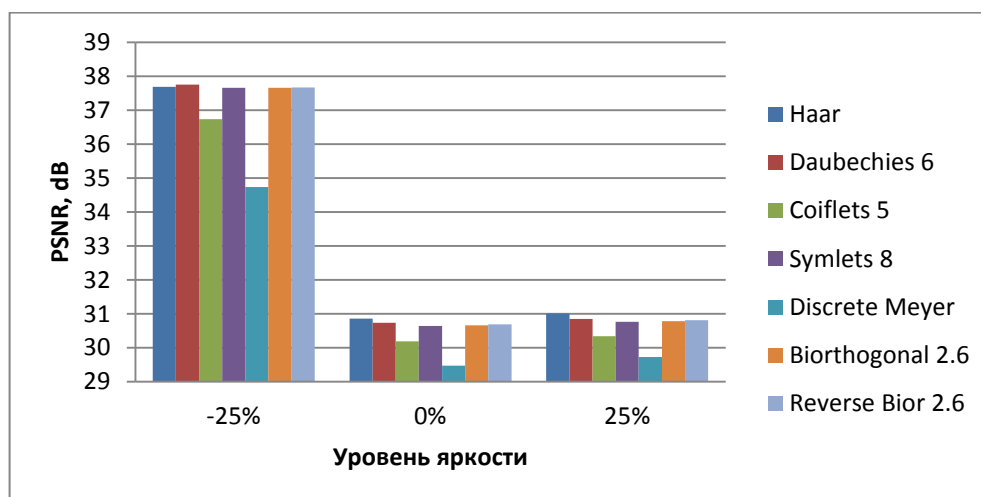
Рисунок 4.2.1 – Результаты обработки изображения экологического мониторинга: фильтрация шума изображения

Выполнен сравнительный анализ результатов решения задачи сжатия изображения на основе различных вейвлетов в зависимости от яркости и контрастности изображений. Результаты приведены в таблицах 4.2.1 – 4.2.2 и на рисунке 4.2.2 (а, б). Оценки визуального качества изображения строились на основе данных, полученных от трех групп экспертов в баллах (в диапазоне

от 1 до 10). Показано, что применение вейвлета Хаара для коэффициентов сжатия в диапазоне 8-10 дает наилучшее качество изображения по сравнению с расчетами на основе других вейвлетов.



а



б

Рисунок 4.2.2 – Результаты обработки изображения различными вейвлетами: решение задачи сжатия в зависимости контрастности и яркости

Таблица 4.2.1

Сравнительный анализ решения задачи сжатия изображения (в Kb) на основе различных вейвлетов с коэффициентом сжатия 10

Вейвлеты	Изображение satellit.jpg (111 Kb)	Яркость -25%	Яркость +25%	Контр. -25%	Контр. +25%
Haar	38	14	38	28	31
Daubechies 6	32	15	32	26	28
Coiflets 5	24	11	24	19	21
Symlets 8	33	14	34	26	28
Discrete Meyer	5	4	5	5	5
Biorthogonal 2.6	36	14	36	27	29
Reverse Biorthogonal 2.6	35	14	35	26	29

Визуальная оценка сжатия изображения (в баллах) на основе различных вейвлетов с коэффициентом сжатия 10

Вейвлеты	Изображение satellit.jpg	Яркость -25%	Яркость +25%	Контр. -25%	Контр. +25%
Haar	9.3	9,7	9,4	9.6	9.5
Daubechies 6	9.2	9.8	9.3	9.5	9.5
Coiflets 5	7.0	7.8	7.1	7.4	7.3
Symlets 8	8.1	8.9	8.2	8.5	8.4
Discrete Meyer	5.2	6.4	5.3	5.9	5.8
Biorthogonal 2.6	8.1	8.9	8.2	8.5	8.4
Reverse Biorthogonal 2.6	8.1	8.9	8.2	8.5	8.4

Анализ обработки результатов исследуемых изображений показал, что вейвлеты *Haar* и *Daubechies 6* дают превосходное качество изображений для различных условий яркости и контрастности по сравнению другими вейвлетами при решении задачи сжатия: вейвлеты *Symlets 8*, *Biorthogonal 2.6*, *Reverse Biorthogonal 2.6* – дают хорошее качество изображений; вейвлет *Coiflets 5* дает удовлетворительное качество изображений; вейвлет *Discrete Meyer* дает неприемлемое качество изображений. При этом важно отметить, что алгоритм на основе вейвлета *Haar* по сравнению с вейвлетом *Daubechies 6* обладает большим быстродействием (в среднем скорость обработки в 1.4 раза больше). Также исследования показали, что коэффициент сжатия в диапазоне 8-10 является оптимальным при решении задачи обработки изучаемых наборов изображений

4.3. Алгоритмическое обеспечение решения задачи анализа данных в рамках информационной системы

На основе разработанного алгоритмического обеспечения для созданной информационной системы предлагается ряд вычислительных инструментов с целью обработки и анализа данных экологического мониторинга [53, 58, 59, 62-63, 66, 81-82, 112-119].

Этапы обработки данных. Предлагаемое алгоритмическое обеспечение содержит вычислительные инструменты для трех этапов

обработки данных: алгоритмы предобработки; алгоритмы геометрического анализа; алгоритмы построения нелинейных аппроксимационных функций.

Этап 1 «Предобработка». Предлагается алгоритм построения ранговых распределений и методика их использование в целях ранжирования исследуемых экологических объектов. Также для применения предлагается такой показатель как коэффициент альфа-Кронбаха α , который отмечает внутреннюю согласованность характеристик, описывающих объекты. Далее, будет показана эффективность применения указанного показателя для оценки качества анализируемой информации.

Этап 2. «Основные расчеты». Здесь предлагаются алгоритмы для обеспечения проведения геометрического анализа визуальных данных, также представлены алгоритмы и вычислительная методика вейвлет-анализа изображений и сигналов. На основе указанных вычислительных инструментов выполнены соответствующие расчеты и созданы атласы расчетных номограмм для решения прикладных задач в предметной области.

Этап 3. «Построение аппроксимационных моделей и эффективная визуализация». В рамках этого этапа обработки данных предлагается использование алгоритма и усовершенствованной методики быстрой нелинейной многопараметрической регрессии.

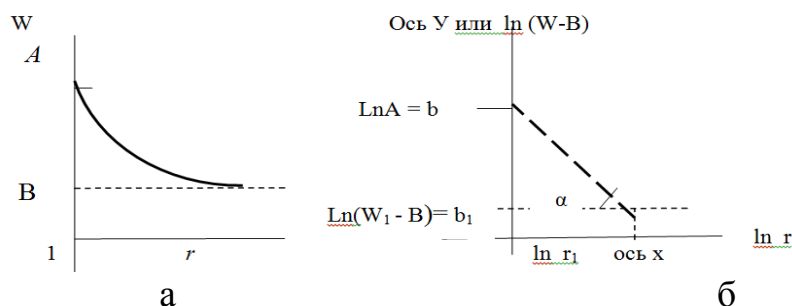
Рассмотрим более подробно алгоритмы первого этапа – *предобработки данных*.

Ранговое распределение. Под ранговым распределением понимается распределение, полученное в результате процедуры ранжирования последовательности значений параметра, поставленных соответственно рангу. Ранжирование – процедура упорядочения объектов по степени выраженности какого-либо качества [70, 125]:

$$W = \frac{A}{r^\beta},$$

где W – ранжируемый параметр объектов; r – ранговый номер объектов (1, 2, 3....); A – максимальное значение параметра лучшего объекта с рангом $r=1$, т.е. в первой точке (или коэффициент аппроксимации); β – ранговый

коэффициент, характеризующий степень крутизны кривой распределения (наилучшим состоянием является такое состояние, при котором параметр β находится в пределах $0,5 < \beta < 1,5$). В двойных логарифмических координатах тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс определяет параметр β (рис. 4.3.1).



а) – гипербола; б) – «спрямленная» гиперболическая зависимость
в двойном логарифмическом масштабе

Рисунок 4.3.1 – Аппроксимация данных

Коэффициент β определяется: $\beta = \operatorname{tg} \alpha$, коэффициент A определяется из условия: $r=1$, $W_1=A$, следовательно, $W=A/r^\beta$, чтобы найти a и b используется метод наименьших квадратов. В качестве примера в таблице 4.3.1 и на рисунке 4.3.2 приведены результаты анализа данных экологического мониторинга из базы данных информационной системы.

Таблица 4.3.1

Пример анализа данных экологического мониторинга

	W yini	r p an r xini	a= - beta =	b=lnA	A	(xi)<-> lnr	(yi)<-> lnW	xi^2	xi*yi		lnW = -beta*lnr + lnA	W=A/r^b
Минусинск	15,10	1	-0,4621	2,8843	17,8917	0,0000	2,7147	0,0000	0,0000		2,8843	17,8917
Красноярск	14,66	2				0,6931	2,6851	0,4805	1,8612		2,5641	12,9884
Лесосибирск	13,49	3	beta=			1,0986	2,6019	1,2069	2,8585		2,3767	10,7694
Ачинск	10,30	4	0,4621			1,3863	2,3321	1,9218	3,2330		2,2438	9,4289
Назарово	7,58	5				1,6094	2,0255	2,5903	3,2599		2,1407	8,5052
Канск	6,73	6	ecuacion-1	a*I8+b*G8=J8		1,7918	1,9066	3,2104	3,4161		2,0564	7,8180
			ecuacion-2	a*G8+nb=H8		6,5793	14,2660	9,4099	14,6288			
			a=(J8-b*G8)/I8									
			b=(H8*I8-G8*J8)/(n*I8-G8^2)									

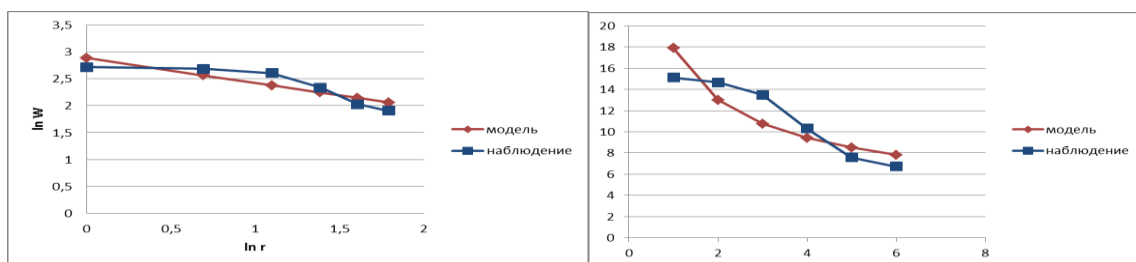


Рисунок 4.3.2 – Результаты анализа данных экологического мониторинга

Коэффициент альфа-Кронбаха. Коэффициент α используется при построении тестов. Полагаем, что коэффициент α показывает внутреннюю согласованность характеристик, описывающих исследуемые экологические объекты, и определяется по формуле [Кронбах, 1951; Шмитт, 1996]:

$$\alpha = \frac{N}{N-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^N S_i^2}{S_t^2} \right),$$

где: S_t^2 – дисперсия суммарных баллов; S_i^2 – дисперсия элемента i ; N – число элементов (табл. 4.3.2).

Таблица 4.3.2

Значение α	
α	Значение
> 0.9	очень хорошее
> 0.8	хорошее
> 0.7	достаточное
> 0.6	сомнительное
> 0.5	плохое
$\leq 0,5$	недостаточное

Приведен пример построения коэффициента α в результате экспертного анализа состояния изучаемого объекта (табл. 4.3.3).

Таблица 4.3.3

Пример анализа данных					
Критерии	I	II	III		Сумма критериев
Эксперты					
Иван (1)	3	5	5		13
Павел (2)	5	4	5		14
Света (3)	4	4	5		13
Ирина (4)	4	5	3		12
Мария (5)	1	2	2		5
Марина (6)	4	3	3		10
VARP	1,58	1,14	1,47	ST2 :	9,14
		$\Sigma S_i^2 :$	4,19		
				K:	3
				$\Sigma S_i^2 :$	4,19
				ST2 :	9,14
				$\alpha =$	0,81

Разработанные алгоритмы анализа экспертной информации показали свою эффективность при решении соответствующих задач на тестовых и реальных примерах в рамках специализированной информационной системы экологического мониторинга окружающей среды.

4.4. Компьютерная оболочка информационной системы

Представлена программная оболочка информационной системы, в рамках которой разработано новое алгоритмическое обеспечение для геометрического анализа визуальных данных экологического мониторинга. Рассмотрим более подробно компьютерную оболочку информационной системы, которая предназначена для решения актуальных задач экологического мониторинга территории Красноярского края [81-82].

Компьютерная оболочка информационной системы. Программное обеспечение оболочки создано в среде *Microsoft Visual Studio 2008* на языке программирования *C#*. Базы данных размещены на локальном сервере *SQL Server 2005* в Экологическом центре рационального освоения природных ресурсов (ЭЦ РОПР, г. Красноярск). Визуальное оформление производилось по *GUI* стандартам *Microsoft* (расстановка элементов управления и отображения информации на формах). Программный комплекс имеет внутреннее разделение на модули (отдельные проекты, содержащиеся в *dll* файлах, настройки в *ini* файлах, и карты районов в графических файлах формата *PNG*).

Отметим, что в настоящее время в рамках информационной системы, в частности, решена задача создания и обоснования типовой формы экологического паспорта муниципального образования (МО) Красноярского края. Данная работа выполнена в рамках целевой программы «Охрана окружающей среды в Красноярском крае».

Рассмотрим более подробно прикладную задачу экологической паспортизации исследуемой территории, которая является базовой задачей в рамках представленной компьютерной оболочки созданной информационной системы. Главная форма программного комплекса информационной системы, которая решает эту задачу, представлена на рисунке 4.4.1. В рамках этой формы приведен перечень всех МО края, где отражены сведения о разработчике и о структуре, ответственной за заполнение и ведение экопаспорта.

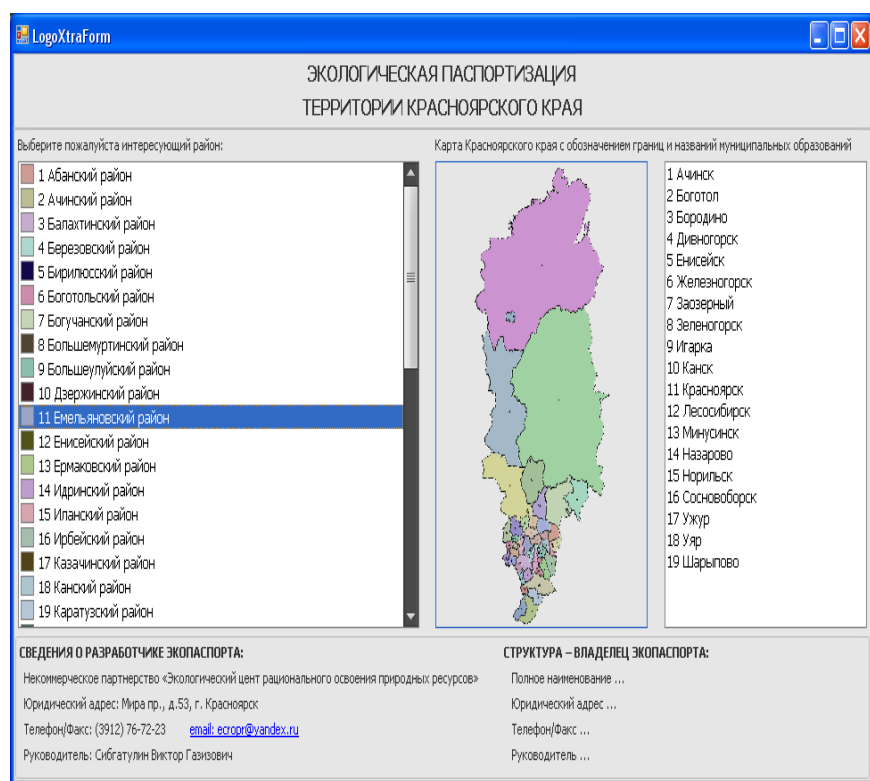


Рисунок 4.4.1 – Главная форма программного комплекса

Рассмотрим более подробно способы хранения экспертной информации в рамках информационной системы. Представленная форма содержит общие сведения о МО, карту МО с нанесением населенных пунктов и три основных информационных блока: 1 – воздействие на окружающую среду; 2 – состояние компонентов окружающей среды; 3 – эколого-экономические показатели. Каждый блок содержит несколько подблоков, представленных в виде таблиц в базе данных. Навигация по таблицам баз данных, а так же редактирование таблиц (добавление, удаление, изменение информации) происходит при помощи «навигационной панели», которая расположена внизу табличной формы.

Обработка экспертной информации. Базы данных разработанного программного комплекса сформированы таким образом, чтобы пользователь имел возможность осуществлять оперативный поиск необходимой информации по какому-либо запросу с помощью фильтрации списков.

По табличным данным из закладки «Таблица» можно строить графики по различным цифровым (не текстовым) столбцам. На рисунке 4.4.3 приведен вариант обработки данных и построения графика в 3D проекции.

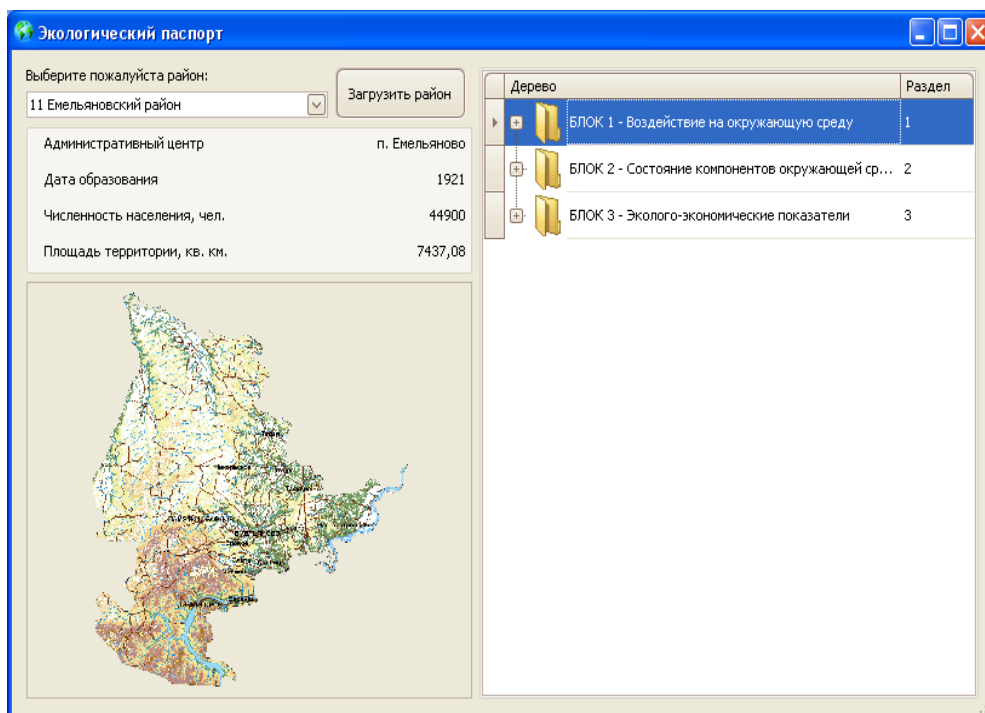
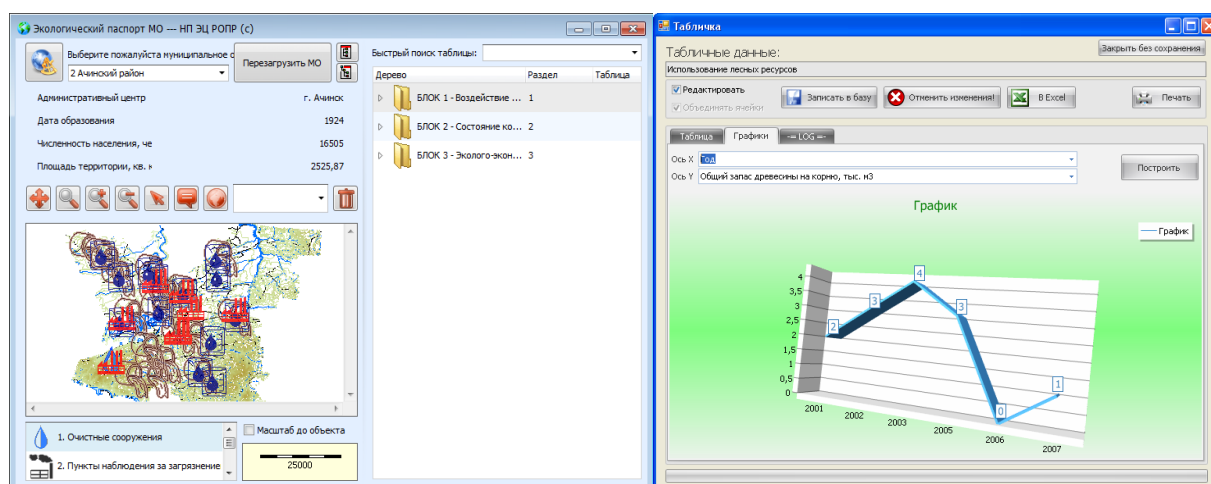


Рисунок 4.4.2 – Форма экологического паспорта
муниципального образования



а

б

Рисунок 4.4.3 – Обработка данных (а) и построение графика (б)

Пользователи также могут осуществлять группировку сходного содержимого по любому из представленных в таблице столбцов с помощью контекстного меню. Например, в базе данных «Сбросы загрязняющих веществ» на рисунке 4.4.4 представлена сгруппированная информация по типам приемника сточных вод. Необходимо отметить, что компоненты окружающей среды будут автоматически оцениваться по состоянию и оказываемому на них воздействию по полученным значениям показателей,

исходя из критериев оценки экологического состояния, что позволит провести комплексную оценку экологической обстановки в каком-либо МО.

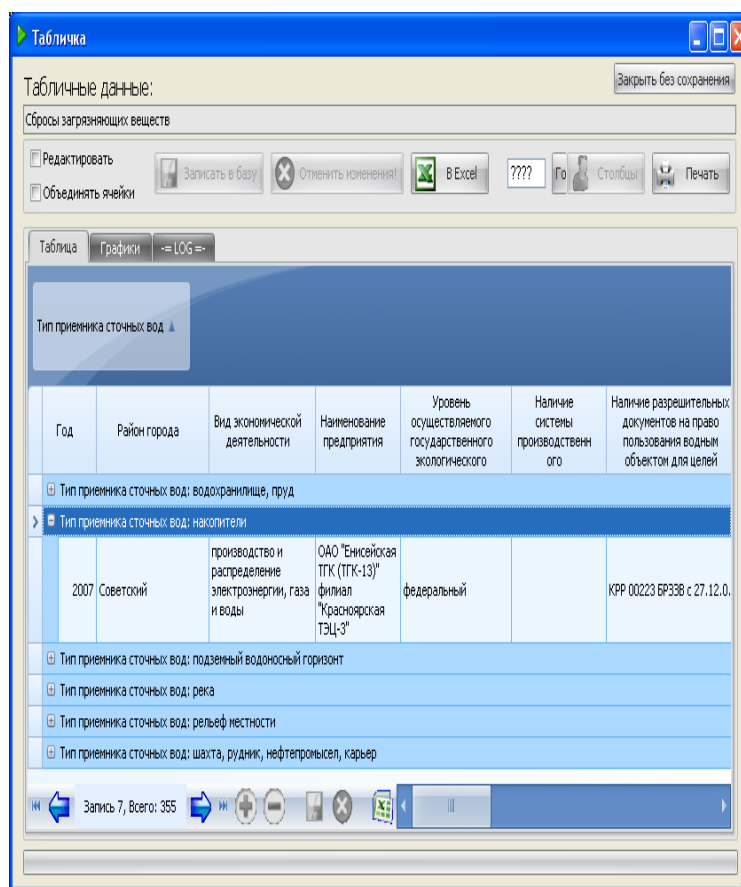


Рисунок 4.4.4 – Группировка информации для решения прикладных задач

В рамках информационной системы принято, что расчетные данные экспортируются в вычислительную среду *Excel*, разработана библиотека для *Excel*, где выполняются расчеты по построению аппроксимационных моделей в соответствии с результатами, описанными в главе 3, а также формируются расчетные таблицы для экспортирования и выполнения анализа данных в рамках вычислительной среды *Matlab*.

4.5. Выводы по главе

В четвертой главе представлены результаты экспериментальных исследований разработанного алгоритмического обеспечения при решении актуальных задач экологического мониторинга в рамках специализированной информационной системы.

Для алгоритмов шпатель-преобразования *B* и *C* отмечены наилучшие варианты (с учетом условий яркости и контрастности) решения задачи шумоподавления для различных наборов изображений на основе количественных оценок и оценок визуального восприятия качества изображений. Алгоритм *B* предпочтителен для решения задачи шумоподавления на 22–26 % по сравнению с алгоритмом *C*. В тоже время алгоритм *C* обладает большим быстродействием.

Экспериментальные исследования задачи сжатия изображения показали, что вейвлеты *Haar* и *Daubechies 6* дают лучшее качество изображений по сравнению с другими вейвлетами, при этом алгоритм на основе вейвлета Хаара обладает большим быстродействием. Применение вейвлета Хаара для коэффициента сжатия в диапазоне 8–10 дает оптимальное качество изображения и степени сжатия по сравнению с расчетами на основе других вейвлетов с учетом яркости и контрастности изображений. При этом выяснено, что в зависимости от исходных данных степень сжатия находится в диапазоне 1.7–4.2, что является значительным для хранения специализированных данных. Эти результаты получены на основе количественных оценок и оценок визуального восприятия качества изображений.

Предлагается алгоритм построения ранговых распределений и его последующее использование в целях ранжирования экологических объектов. В рамках разработанного комплекса алгоритмов для оценки качества анализируемой информации об экологическом объекте предлагается такой показатель как коэффициент альфа-Кронбаха. Показано, что для выполненных экспертиз объектов коэффициент альфа-Кронбаха α превышает значение 0,8. Представлено краткое описание программной оболочки специализированной информационной системы, в рамках которой разрабатывается алгоритмическое обеспечение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе исследовалась проблема повышения качества обработки и интерпретации визуальных данных путем разработки новых алгоритмических средств решения задач геометрического анализа. Проведен анализ методов и алгоритмов геометрического анализа визуальных данных, основанных на вейвлет- и шиарлет-преобразованиях.

Модифицирован метод геометрического анализа визуальных данных экологического мониторинга, основанный на шиарлет- и вейвлет-преобразованиях, что позволило существенно повысить точность выделения линейных структур и визуальное качество изображений изучаемых объектов.

Рекомендуется применение: модифицированного алгоритма **A** – для выделения контура объектов на изображении, модифицированный алгоритм сравним по точности с классическими алгоритмами Собела и Превитта; алгоритма **B** – для решения задач шумоподавления изображения (повышение качество шумоподавления на 22–26 % по сравнению с алгоритмом **C**); алгоритма **C** – для решения задач шумоподавления и разделения изображений (повышение точности на 5–12 % по сравнению с применением кервлетов). Алгоритм **B** уступает алгоритму **C** в быстродействии при решении задачи шумоподавления, поэтому для крупных снимков (картография и пожары) возможно применение алгоритма **C**.

Модифицирована методика обработки сигналов и изображений на основе вейвлета Хаара, что позволило эффективно решать задачу сжатия информации и тем самым значительно повысить объемы хранения информации в базе данных специализированной информационной системы.

Рекомендуется применение вейвлета Хаара для решения задачи сжатия изображения с коэффициентом сжатия в диапазоне 8–10 для получения оптимального качества изображения, степени сжатия и быстродействия алгоритма. Алгоритм на основе вейвлета Добеши близок по качеству к алгоритму вейвлета Хаара, различие составляет 1–5%, но уступает ему по быстродействию (на 30–40 % медленней). Эти результаты получены на

основе количественных оценок и оценок визуального восприятия качества изображений.

Усовершенствована вычислительная методика построения аппроксимационных функций, основанная на быстрой многопараметрической нелинейной регрессии, позволяющая с повышенной точностью решать задачи аппроксимации и визуализации данных экологического мониторинга (с оценкой ошибки 1–2 %).

Представлены рекомендации для построения нелинейных аппроксимационных моделей для соответствующих типов данных в зависимости от выбора уровня гладкости и числа гармоник при заданной точности построения искомой зависимости: для функции тренда параметр гладкости выбирается в диапазоне 0.5-1, количество гармоник в диапазоне 3-5; для гармонических функций параметр гладкости – 10-50, количество гармоник – 3-5; для не гладких функций, а также для различного вида импульсных сигналов – 100-2000, где количество гармоник выбирается из условия – число отсчетов минус 1.

Предложенные в диссертационной работе модифицированный метод геометрического анализа, модифицированная методика вейвлет-преобразования Хаара и усовершенствованная вычислительная методика нелинейной многопараметрической регрессии предназначены для практического применения в программно-аппаратных комплексах обработки сложных сигналов и изображений, а также для построения аппроксимационных моделей, с целью повышения качества обработки и анализа визуальных данных, полученных в рамках экологического мониторинга.

Таким образом, в данной диссертации разработаны и исследованы алгоритмы обработки сигналов и изображений экологического мониторинга, что является существенным вкладом в теорию и практику обработки и анализа визуальной информации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Исследование зависимостей. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 464 с.
2. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов: практический подход. 2-е изд. – М.: Вильямс, 2004.
3. Акимов В.А., Лесных В.В., Радаев Н.Н. Основы анализа и управления риском в природных и техногенной сферах. – М.: ЗАО ФИД «Деловой экспресс», 2004 – 352 с.
4. Акимов В.А., Новиков В.Д., Радаев Н.Н. Природные и техногенные ЧС: опасности угрозы, риски. – М.: ЗАО ФИД «Деловой экспресс», 2001. – 344 с.
5. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук, 1998. – Т. 166. – № 11. – С. 1145-1170.
6. Афанасьев К.Е., Стуколов С.В. Многопроцессорные вычислительные системы и параллельное программирование. – Кемерово: Кузбассвуиздат, 2003. – 233 с.
7. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов: Пер. с англ. / Под ред. И. Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
8. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс / Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.
9. Барцев С.И., Гилев С.Е., Охонин В.А. Принцип двойственности в организации адаптивных сетей обработки информации // Динамика химических и биологических систем. – Новосибирск: Наука, 1989. – С. 6-55.
10. Бат М. Спектральный анализ в геофизике. – М.: Недра, 1980.
11. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 632 с.

12. Безопасность России. Правовые, социально-экономические и научно-технические аспекты. Региональные проблемы безопасности. Красноярский край – М.: МГФ «Знание», 2001. – 576 с.
13. Белолипецкий В.М., Шокин Ю.И. Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды. – Новосибирск: Инфолио-пресс, 1997. – 240 с.
14. Бельчанский Г.И., Коробков Н.В. Использование искусственных нейронных сетей для анализа спутниковых данных дистанционного зондирования // Исследование Земли из космоса. – 1998. – № 4. – С. 111-120.
15. Бендат Д., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
16. Берзин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. – М.: Физ.-мат. лит, 1962.
17. Блаттер К. Вейвлет-анализ. Основы теории. – М.: УРСС, 2004. – 280 с.
18. Будников Е.Ю., Кукоев И.Ф., Максимов А.В. Вейвлет- и Фурье-анализ электрических флуктуаций в полупроводниковых и электрохимических системах // Измерительная техника. – 1999. – № 11. – С. 40-44.
19. Вапник В.Н. Восстановление зависимостей по эмпирическим данным. – М.: Наука, 1979. – 448 с.
20. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
21. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1991. – 384 с.
22. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1959. – 576 с.
23. Витязев В.В. Вейвлет-анализ временных рядов: Учеб. Пособие. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2001. – 58 с.
24. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. – СПб.: Изд-во ВУС, 1999. – 208 с.

25. Гилев С.Е., Горбань А.Н., Миркес Е.М. Малые эксперты и внутренние конфликты в обучаемых нейронных сетях // ДАН. – 1991. – Т. 320. – № 1. – С. 220-223.
26. Горбань А.Г. Обобщенная аппроксимационная теорема и вычислительные возможности нейронных сетей // Сиб. ЖВМ. – 1998. – Т. 1. – № 1. – С. 11-24.
27. Горбань А.Н. Обучение нейронных сетей. – М.: СП «ParaGraph», 1990. – 160 с.
28. Горбань А.Н., Зиновьев А.Ю. Питенко А.А. Визуализация данных методом упругих карт // Информационные технологии. – 2000. – № 6. – С. 26-35.
29. Горбань А.Н., Россиев Д.А. Нейронные сети на персональном компьютере. – Новосибирск: Наука, 1996. – 276 с.
30. Григорьев Ал.А., Кондратьев К.Я. Природные и антропогенные экологические катастрофы // Исследование Земли из космоса. – 2000. – № 2. – С. 72-82.
31. Григорьев Ал.А., Кондратьев К.Я. Спутниковый мониторинг природных и антропогенных катастроф // Исследование Земли из космоса. – 1996. – № 3. – С. 68-79.
32. Давыдов А.В. Вейвлетные преобразования сигналов. [Электронный ресурс]: [курс лекций для вузов] // Вейвлеты. – 2009.
33. Дегтярев Ю.И. Системный анализ и исследование операций. – М.: Высшая школа, 1996. – 335 с.
34. Джексон П. Введение в экспертные системы. – М.: «Вильямс». – 2001.
35. Джефферс Дж. Введение в системный анализ: применение в экологии. – М.: Мир, 1981. – 256 с.
36. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – М.: «РХД», 2001.
37. Дремин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А. Вейвлеты и их использование // Успехи физических наук, 2001. – Т. 171. – № 5. – С. 465-501.

38. Дьяконов В., Абраменкова И. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002.
39. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. – М.: СОЛОН-Р, 2002. – 446 с.
40. Ефимова Н.В., Рукавишников В.С., Кауров П.К., Пережогин А.Н., Зайкова З.А., Безгодков И.В., Горнов А.Ю., Зароднюк Т.С. Факторы окружающей среды: опыт комплексной оценки / Под общей редакцией член.-корр. РАН В.С. Рукавишникова. – Иркутск: НЦ РВХ СО РАН, 2010. – 232 с.
41. Ермаков С.М. Математическая теория планирования эксперимента. – М.: Наука, 1983. – 392 с.
42. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. – М.: Наука, 1982.
43. Желудев В.А. О цифровой обработке сигналов при помощи сплайн вейвлетов и вейвлет-пакетов // ДАН, 1997. – Т. 355. – № 5. – С. 592-596.
44. Загоруйко Н.Г. Методы обнаружения закономерностей. – М.: Наука, 1981. – 115 с.
45. Загоруйко Н.Г. Таксономия в анизотропном пространстве. – В кн.: Эмпирическое предсказание и распознавание образов (Вычислительные системы, вып.76). – Новосибирск. 1978, – С. 26-33.
46. Загоруйко Н.Г., Елкина В.Н., Лбов Г.С. Алгоритмы обнаружения эмпирических закономерностей. – Новосибирск: Наука, 1985.
47. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – С. 165.
48. Зароднюк Т.С., Горнов А.Ю. Технология поиска глобального экстремума в задаче оптимального управления // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – Иркутск: ИрГУПС, 2008. – №3 (19). – С. 70–76.

49. Зиновьев А.Ю. Визуализация многомерных данных. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2000. – 168 с.
50. Ижикевич Е.М., Малинецкий Г.Г. Модель нейронной сети с хаотическим поведением // Нейрокомпьютер. – М.: 1993. – № 1/2, – С. 17-23.
51. Истомина Т.В., Чувыкин Б.В., Щеголев В.Е. Применение теории wavelets в задачах обработки информации: Монография. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2000. – 188 с.
52. Кадена Л. Application of wavelet analysis to the electrocardiogram // Тезисы докладов XII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям – Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2011. – С. 45.
53. Кадена Л. Анализ медико-экологических показателей на основе комплекса данных наблюдений // Тезисы докладов II Российско-монгольской конференции молодых ученых по математическому моделированию, вычислительно-информационным технологиям и управлению. – Иркутск: РИО ИДСТУ СО РАН, 2013. – С. 34.
54. Кадена Л., Кириллова С.В., Симонов К.В. Анализ сложных сигналов на основе вейвлет-преобразования // Материалы Всероссийской конференции «Кубатурные формулы, методы Монте-Карло и их приложения». – Красноярск: СФУ, 2011. – С. 59-63.
55. Кадена Л., Кириллова С.В., Симонов К.В. Кратномасштабный анализ данных наблюдений // Тезисы докладов XVI Всероссийского симпозиума «Сложные системы в экстремальных условиях». – Красноярск: КНЦ СО РАН, 2012. – С. 49.
56. Кадена Л., Кириллова С.В., Симонов К.В. Сдвиговое преобразование данных наблюдений (обзор) // Труды XVII Всероссийской Байкальской конференции «Информационные и математические технологии в науке и управлении». – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2012. – Т. 2. – С. 130-133.

57. Кадена Л., Симонов К.В. Вейвлет-преобразование сигналов ЭКГ // Материалы XIX Всероссийского семинара «Нейроинформатика, её приложения и анализ данных» – Красноярск: ИВМ СО РАН, 2011. – С. 55-59.
58. Кадена Л., Симонов К.В. Геометрический анализ данных наблюдений // Материалы XX Всероссийского семинара «Нейроинформатика, её приложения и анализ данных». – Красноярск: ИВМ СО РАН, 2012. – С. 51-55.
59. Кадена Л., Симонов К.В. Оценка территориальных рисков на основе комплекса данных экологического мониторинга // Труды VI Евразийского симпозиума. Часть 3. – Якутск: ЯНЦ СО РАН, 2013. – С. 15-20.
60. Канасевич Э.Р. Анализ временных последовательностей в геофизике. – М.: Недра, 1985. – 400 с.
61. Капсаргин Ф.П., Кадена Л., Кириллова С.В., Симонов К.В. Математические модели в проблеме экологии человека (обзор) // Труды десятой международной конференции по финансово-актуарной математике и эвентоконвергенции технологий. – Красноярск: СФУ, 2011. – С. 171-173.
62. Капсаргин Ф.П., Кадена Л., Кириллова С.В., Симонов К.В. Эффективная вычислительная технология построения математических моделей по данным наблюдений // Труды X Региональной научно-практической конференции урологов Сибири. Актуальные вопросы диагностики и лечения урологических заболеваний. – Барнаул: АГМУ, 2011. – С. 33-34.
63. Капсаргин Ф.П., Симонов К.В., Кадена Л., Зуев Д.В., Ершов А.В. Диагностика сложных явлений на основе геометрического анализа изображений // Вестник СибГАУ. – 2012. – 6 (46). – С. 77-82.
64. Кириллова С.В., Симонов К.В., Кадена Л. Алгоритм дискретного вейвлет-преобразования // Труды Пятой международной конференции «Системный анализ и информационные технологии». Т. 2. – Красноярск: ИВМ СО РАН, 2013. – С. 356-361.

65. Кириллова С.В., Симонов К.В., Кадена Л. Вычислительная методика дискретного шварц-преобразования // Тезисы докладов III Всероссийской конференции «Математическое моделирование и вычислительно-информационные технологии в междисциплинарных научных исследованиях». – Иркутск: РИО ИДСТУ СО РАН, 2013. – С. 30.

66. Кириллова С.В., Симонов К.В., Кадена Л. Методика анализа данных наблюдений на основе шварц-преобразования // Труды XVIII Байкальской Всероссийской конференции «Информационные и математические технологии в науке и управлении». Часть II. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2013. – С. 16-23.

67. Кириллова С.В., Симонов К.В., Кадена Л., Шлепкин А.А. Непрерывные вейвлет- и шварц-преобразования для анализа сложных сигналов // Материалы Всероссийской конференции «VII Всесибирский конгресс женщин-математиков». – Красноярск: СФУ, 2012. – С. 79-83.

68. Кокс Д., Льюис П. Статистический анализ последовательности событий – М.: Мир, 1969. – 312 с.

69. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа: Учебник для вузов. – М.: Наука, 1989. – 624 с.

70. Кондаков Ю.П., Суховольский В.Г., Тарасова О.В. Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. – Л.: Гидрометеоздат. – 1985. – Т. VII. – С. 123-133.

71. Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 176 с.

72. Кравченко В.Ф., Рвачев В.А. «Wavelet»-системы и их применение в обработке сигналов // Зарубежная радиоэлектроника, 1996. – № 4. – С. 3–20.

73. Крамер Г. Математические методы статистики – М.: Мир, 1975. – 648 с.

74. Кузьмин И.И., Махутов Н.А., Хетагуров С.В. Безопасность и риск: эколого-экономические аспекты. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 1997. – 164 с.

75. Лбов Е.С. Методы обработки разнотипных экспериментальных данных. – Новосибирск, 1981. – 156 с.
76. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. – М.: Физматгизд., 1958.
77. Литтл Р., Рубин Д. Статистический анализ данных с пропусками. – М.: Финансы и статистика, 1991. – 336 с.
78. Лорьер Ж.Л. Системы искусственного интеллекта. – М.: Мир 1991. 586 с.
79. Малоземов В.Н., Певный А.Б., Третьяков А.А. Быстрое вейвлетное преобразование дискретных периодических сигналов и изображений // Проблемы передачи информации, 1998. – Т. 34. – Вып. 2. – С. 77-85.
80. Марпл.-мл. С.А. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
81. Милькова И.А., Кадена Л., Симонов К.В. Построение экологических моделей на основе нейросетей // Вестник Московского университета имени С.Ю. Витте. Образовательные ресурсы и технологии. – 2014. – № 1 (4). – С. 369-377.
82. Милькова И.А., Симонов К.В., Кадена Л. Построение экологических моделей на основе нейросетей // Материалы Всероссийской конференции «VIII Всесибирский конгресс женщин-математиков». – Красноярск: СФУ, 2014. – С. 369-377.
83. Миркес Е.М. Нейрокомпьютер: проект стандарта. – Новосибирск: Наука, 1998.
84. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1981.
85. Назаров Л.И. Нейронные сети на основе радиальных функций и их использование для классификации земных покровов в составе

многозональных изображений // Исследованиями Земли из космоса. – 2002. – № 3. – С. 44-52.

86. Нейроинформатика. Сборник статей / Под. ред. А.Н. Горбаня. – Новосибирск: Наука, 1998. – 296 с.

87. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения. / Под. ред. Р.Р. Ягер. – М.: Радио и связь, 1986. – С. 405.

88. Новиков И.Я., Стечин С.Б. Основы теории всплесков // Успехи математических наук. 1998. –Т. 53. –№ 6.– С. 9-13.

89. Новиков Л.В. Адаптивный вейвлет-анализ сигналов // Научное приборостроение, 1999. – Т. 9. – № 2. – С. 30-37.

90. Новиков Л.В. Спектральный анализ сигналов в базисе вейвлетов // Научное приборостроение, 2000. – Т. 10. – № 3. – С. 70-76.

91. Ноженкова Л.Ф. Применение гибридных технологий интеллектуальной поддержки принятия решений по предупреждению и ликвидации ЧС // Природно–техногенная безопасность Сибири. Труды научных мероприятий. – Красноярск: ИВМ СО РАН, 2001. – Т. 1. – С. 305-311.

92. Носков М.В., Кадена Л., Шлепкин А.А., Симонов К.В. Кратномасштабный анализ данных геомониторинга (обзор) // Материалы XII Всероссийской конференции «Проблемы информатизации региона» (ПИР-2011)». – Красноярск: СФУ, 2011. – С. 205-210.

93. Носков М.В., Симонов К.В., Кириллова С.В., Кадена Л. Быстрые алгоритмы шпур-преобразования данных наблюдений // Тезисы докладов Международной конференции «Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений», посвященной 105-летию со дня рождения академика С.Л. Соболева. – Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2013. – С. 405.

94. Носков М.В., Симонов К.В., Кириллова С.В., Кадена Л. Кратномасштабный анализ данных наблюдений в анизотропных средах // Материалы XI Всероссийской конференции «Теоретические и прикладные

вопросы современных информационных технологий». – Улан-Удэ: ВСГУТУ, 2012. – С. 149-152.

95. Носков М.В., Симонов К.В., Охонин В.А., Щемель А.А. Комплексная фильтрация сложных временных сигналов // Кубатурные формулы и их приложения. Материалы VI Международного семинара. – Уфа: ИМВЦ УНЦ РАН, 2002. – С. 94-110.

96. Носков М.В., Симонов К.В., Перетокин С.А. Быстрое вейвлет-преобразование пространственных данных геомониторинга // Вычислительные технологии. – 2004. – Т. 9. – Часть 3 (совм. вып., КазНУ) – С. 242-245.

97. Носков М.В., Симонов К.В., Перетокин С.А. Быстрое вейвлет-преобразование: реализация и примеры применения // Вопросы математического анализа. – Красноярск: ИЦП КГТУ, 2003. – Вып. 7. – С. 92-102.

98. Носков М.В., Симонов К.В., Щемель А.Л. Нелинейная многопараметрическая регрессия данных наблюдений // Вопросы математического анализа. – Красноярск: ИЦП КГТУ, 2003. – Вып. 7. – С. 103-120.

99. Опасные экзогенные процессы / Под ред. В.И. Осипова. – М.: ГЕОС, 1999.

100. Осипов В.И. Оценка природных рисков // Геоэкология. Инженерная экология. Гидрогеология. Геокриология. – 2004. – № 6. – С. 483-490.

101. Осипов В.И. Природные катастрофы и устойчивое развитие // Геоэкология. – 1997. – № 2.

102. Осипов В.И. Управление природными рисками // Вестник РАН. – 2002. – № 8. – С. 678-686.

103. Осоков Г.А., Шитов А.Б. Применение вейвлет-анализа для обработки дискретных сигналов гауссовой формы / Сообщ. Объед. Ин-та ядерных исследований. – Дубна, 1997. – 22 с., Р-11-97-347.

104. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов: основные методы. – М.: Мир, 1982. – 428 с.
105. Пентл Р. Методы системного анализа окружающей среды. – М.: Мир, 1981.
106. Переберин А.В. О систематизации вейвлет-преобразований // Вычислительные методы и программирование, 2002. – Т. 2. – С. 15-40.
107. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Основы системного анализа. 3–е изд., испр. и доп. – Томск: НТЛ, 2001.
108. Петухов А.П. Введение в теорию базисов всплесков. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1999. – 132 с.
109. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. В 2-х книгах. – М.: Мир, 1982.
110. Саати Т. Математические методы исследования операций. – М.: МО, 1963.
111. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – 2–е изд. – СПб.: Питер, 2005.
112. Симонов К.В., Кадена Л. Алгоритм обработки пространственных данных на основе вейвлет-преобразования // Тезисы докладов Всероссийской научной конференции «Обработка пространственных данных и дистанционный мониторинг природной среды и масштабных антропогенных процессов» (DPRS'2013). – Барнаул: ИВТ СО РАН, 2013. – С. 70.
113. Симонов К.В., Кадена Л. Моделирование геоэкологических рисков на основе вейвлет-преобразования данных наблюдений // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Мониторинг, моделирование и прогнозирование опасных природных явлений и чрезвычайных ситуаций». – Железногорск, 2013. – С. 127-131.
114. Симонов К.В., Кадена Л. Непрерывное вейвлет-преобразование данных мониторинга // X конференция «Вычислительные и информационные

технологии в науке, технике и образовании». Тезисы докладов. – Врнячка Баня (Сербия), Будва (Черногория): ИВТ СО РАН, 2013. – С. 136-137.

115. Симонов К.В., Кадена Л. Оценка данных экологического мониторинга на основе шпиралей-преобразования // Вычислительные технологии. – Совместный выпуск. Часть 2. – 2013. – С. 181-185.

116. Симонов К.В., Кадена Л. Элементы информационной системы экологического мониторинга: шпиралей-преобразование данных // Тезисы докладов Всероссийской конференции «Индустриальные информационные системы». – Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2013. – С. 29.

117. Симонов К.В., Кадена Л., Кириллова С.В. Сдвиговой анализ данных диагностики сложных объектов // Труды IV Всероссийской конференции «Безопасность и живучесть технических систем». Т. 2. – Красноярск: Институт физики им. Л.В. Киренского СО РАН, 2012. – С. 155-159.

118. Симонов К.В., Кириллова С.В., Кадена Л. Анализ данных экологического мониторинга на основе шпиралей-преобразования // Информатизация и Связь. – 2013. – № 2. – С. 125-127.

119. Симонов К.В., Кириллова С.В., Кадена Л. Построение регрессионных моделей на основе нейросетей в задачах экологии человека // Информатизация и Связь. – 2013. – № 5. – С. 85-88.

120. Системный анализ и принятие решений / под ред. В.Н. Волковой, В.Н. Козлова. – М.: Изд-во Высш. школа. – 2004. – 800 с.

121. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. – М.: Пресс, 2005. – 304 с.

122. Солонина А.И., Арбузов С.М. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008.

123. Столниц Э., ДеРоуз Т., Салезин Д. Вейвлеты в компьютерной графике. Теория и приложения. Пер. с англ. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. – 272 с.

124. Стрелков Н.А. Универсально оптимальные всплески // Математический сборник, 1997. – Т. 188. – № 1. – С. 147-160.
125. Суховольский В.Г., Баранчиков Ю.Н. Методы количественной оценки видового разнообразия сообществ // Энтомологические исследования в Сибири. Вып. 1. – Красноярск: КФ РЭО, 1998. – С. 44-54.
126. Троицкий В.А. Системный анализ и принятие решений. Дополнительные главы / Под ред. В.Н. Козлова. – СПб.: Изд-во политехн. ун-та, 2008. – 137 с.
127. Труба Р.А, Кадена Л. Непрерывное шпатель-преобразование данных наблюдений // Тезисы докладов XIII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. – Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2012. – С. 44.
128. Уальд Д.Дж. Методы поиска экстремума. – М.: Наука, 1967.
129. Умняшкин С.В. Компрессия цифровых изображений на основе кодирования древовидных структур вейвлет-коэффициентов с прогнозированием статистических моделей // Изв. вузов. Электроника, 2001. – № 5. – С. 86-94.
130. Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика. – М.: Наука, 2000. – 431 с.
131. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В двух томах. – М.: Мир, 1967.
132. Ферстер Э., Ренц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 302 с.
133. Хемминг Р.В. Численные методы. – М.: Наука, 1968. – 400 с.
134. Чуи Ч.К. Введение в вейвлеты: Пер. с англ. – М.: Мир, 2001. – 412 с.
135. Candes E.J., Donoho D.L. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise C2 singularities // Comm. Pure and Appl. Math. 56 (2004), 216-266.

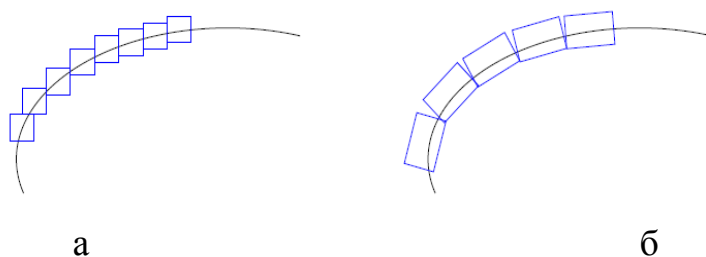
136. Donoho D.L., Kutyniok G. Geometric separation using a wavelet-shearlet dictionary // SampTA'09 (Marseille, France, 2009), Proc., 2009.
137. Donoho D.L., Maleki A., Shahram M., Stodden V., Ur-Rahman I. Fifteen years of reproducible research in computational harmonic analysis // Comput. Sci. Eng. 11 (2009), 8-18.
138. Easley G.R., Labate D., Vishal P.M. Directional Multiscale Processing of Images Using Wavelets with Composite Dilations // Journal of mathematical imaging and vision. Volume: 48. Issue: 1. Pages: 13-34. 2014.
139. Elad M. Sparse and redundant representations. – Springer, New York, 2010.
140. Fadilli M.J., Starck J.-L, Elad M., Donoho D.L. MCALab: Reproducible research in signal and image decomposition and inpainting // IEEE Comput. Sci. Eng. Mag. 12 (2010), 44-63.
141. Guo K., Kutyniok G., Labate D. Sparse multidimensional representations using anisotropic dilation and shear operators // Wavelets and Splines (Athens, GA, 2005). – Nashboro Press, Nashville, TN (2006), 189-201.
142. Guo K., Labate D. Optimally sparse 3D approximations using shearlet representations // Electronic Research Announcements in Mathematical Sciences 17 (2010), 126-138.
143. Guo K., Labate D. Optimally Sparse Multidimensional Representation using Shearlets // SIAM J Math. Anal. 39 (2007), 298-318.
144. Guo K., Labate D., W.-Q Lim, Edge analysis and identification using the Continuous Shearlet Transform // Appl. Comput. Harmon. Anal. 27 (2009), 24-46.
145. Hauser S. Fast Finite Shearlet Transform. – Режим доступа: <http://www.mathematik.uni-kl.de/fileadmin/image/haeuser/software/FFST.zip>.
146. Kutyniok G., Labate D. Construction of regular and irregular shearlet frames // J. Wavelet Theory and Appl. 1 (2007), 1-10.
147. Kutyniok G., Labate D. Introduction to shearlets. In Shearlets. Multiscale analysis for multivariate data. – Boston, MA: Birkhauser, 2012, p. 1-38.

148. Kutyniok G., Sauer T. From wavelets to shearlets and back again // In Approximation theory XII. Proceedings of the 12th international conference, San Antonio, TX, USA, March 4-8, 2007, p. 201-209. – Brentwood, TN: Nashboro Press, 2008.
149. Labate D., Easley G., Lim W. Sparse directional image representations using the discrete shearlet transform // Applied Computational Harmonic Analysis, 25 (2008), 25-46.
150. Labate D., Lim W.-Q., Kutyniok G., Weiss G. Sparse multidimensional representation using shearlets // Wavelets XI (San Diego, CA, 2005), 254-262, SPIE Proc. 5914, SPIE. – Bellingham, WA, 2005.
151. Lim W.-Q. The discrete shearlet transform: a new directional transform and compactly supported shearlet frames // IEEE Trans. Imag. Proc 19 (2010), 1166-1180.
152. Mallat S.A. Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 11 (1989), 674-693.
153. Mallat S.A. wavelet tour of signal processing. – Academic Press, Inc., San Diego, CA, 1998.
154. Meyer Y., Oscillating Patterns in Image processing and nonlinear evolution equations. – University Lecture Series, Amer. Math. Soc. 22 (2002).
155. Simonov K.V. Kirillova S.V., Cadena L. Fast shearlet transform algorithms // Abstracts of Lecturers and Young Scientists Second China-Russia Conference «Numerical Algebra with Applications». – Rostov-on-Don: Southern Federal University Publishing, 2013. – C. 122-123.
156. Starck J.-L, Elad M., Donoho D. Image decomposition via the combination of sparse representation and a variation approach // IEEE Trans. Image Proc. 14 (2005), 1570-1582.
157. Walker J.S. A Primer on Wavelets and Their Scientific Applications. – Chapman and Hall, 2008.

158. Yaroslavsky L. Digital Picture Processing – An Introduction. – Springer Verlag, 1985.
159. Zhuang X. University of Osnabrueck. ShearLab A rationally designed digital shearlet transform. [сайт] – Режим доступа: <http://shearlab.org/>
160. Donoho D.L., Kutyniok G. Microlocal analysis of the geometric separation problem, preprint, 2010.
161. Hauser S. Fast finite shearlet transform: a tutorial, preprint University of Kaisers-lautern, 2011.
162. Kutyniok G., Lemvig J., Lim W.-Q. Compactly Supported Shearlets // Approximation Theory XIII (San Antonio, TX, 2010). – Springer, 2010.
163. Kutyniok G., Lim W.-Q. Image Separation using Wavelets and Shearlets, preprint, 2010.
164. Lim W.-Q. Shift Invariant Shearlet Transform, preprint, 2010.
165. Lim W., Kutyniok G., Zhuang X. Digital shearlet transforms. Shearlets: Multiscale Analysis for Multivariate Data, preprint, 2010.
166. Starck J.L., Donoho D.L., Candes E.J. Astronomical image representation by the curvelet transform, preprint, 2009.

Описание алгоритмического обеспечения шиарлет-преобразования изображений

Представлена описание алгоритмического обеспечения для выполнения геометрического анализа данных экологического мониторинга (рис. П.1.1 – П.1.4).



а) – вейвлет-покрытие: изотропные элементы для описания линии;
б) – шиарлет-покрытие: анизотропные элементы для описания линии
Рисунок П.1.1 – Сравнение изотропного и анизотропного описания линий
(границ, разрывов):

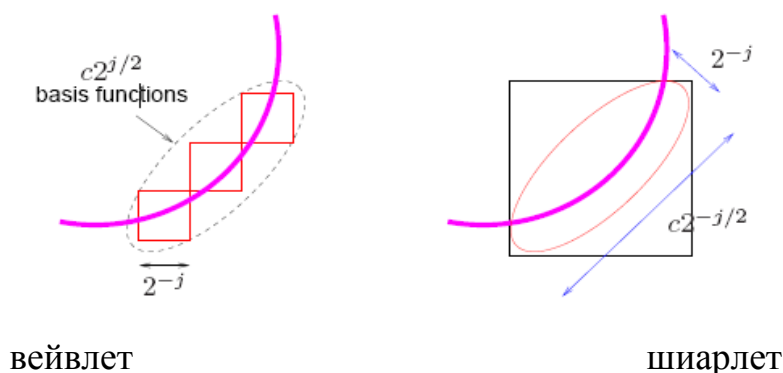


Рисунок П.1.2 – Оптимальное представление функций в R^2

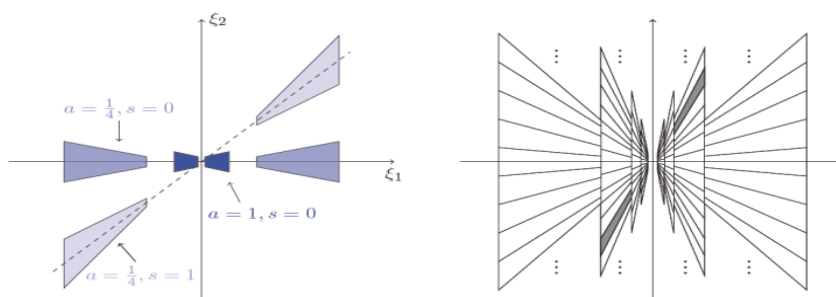


Рисунок П.1.3 – Классические шиарлеты: Фурье-преобразование и поддержка домена из нескольких элементов системы шиарлетов для различных значений параметров a и s

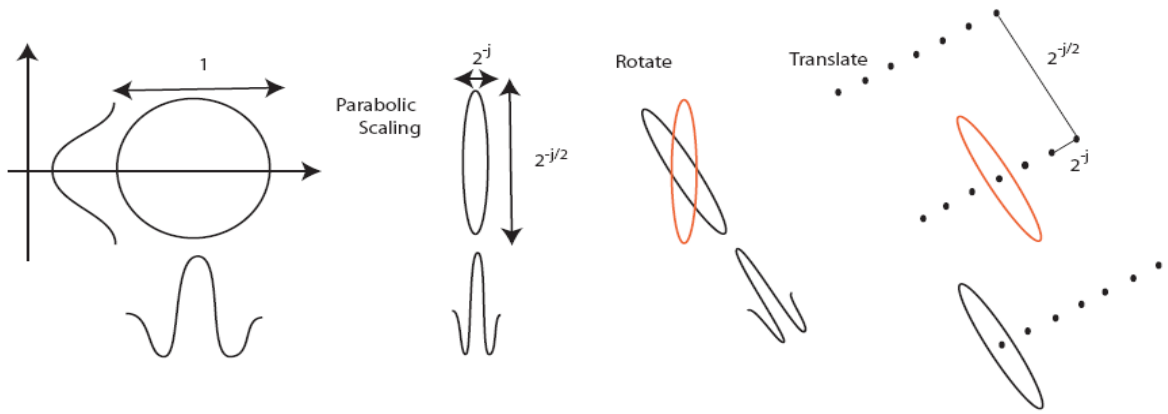


Рисунок П.1.4 – Шиарлет-преобразование: параметризованные масштабы, местоположения и ориентации

Непрерывное шиарлет-преобразование:

$$f \mapsto (\langle f, \psi_{jkm} \rangle)_{jkm} = 2^{-j\frac{3}{4}} (\langle \hat{f}, \hat{\psi}(S_k^T A_j \xi) e^{-i(A_j S_k m)^T \xi} \rangle)_{jkm}$$

Пять основных этапов общей алгоритмической схемы:

$$f \xrightarrow{(1)} \hat{f} \xrightarrow{(2)} \hat{f}(r, \omega) \xrightarrow{(3)} r \cdot \hat{f}(r, \omega) \xrightarrow{(4)} r \cdot \hat{f}(r, \omega) \cdot 2^{-j\frac{3}{4}} \hat{\psi}(S_k^T A_j(r, \omega)) \xrightarrow{(5)} \langle f, \psi_{jkm} \rangle$$

- (1) Классическое Фурье-преобразование.
- (2) Замена переменных и переход в псевдо-полярную систему координат.
- (3) Компенсация радиальной плотности путём умножения на довешивающие функции.
- (4) Разбиение плоскости на прямоугольные «плитки».
- (5) Обратное Фурье-преобразование каждой «плитки».

Вычислительная процедура шиарлет-преобразования состоит из следующих этапов:

1. Вычисление нечетных частот дискретного Фурье-преобразования (НЧ-ДПФ) входного изображения.
2. Анализ нечетных частот дискретного Фурье-преобразования (НЧ-ДПФ) входного изображения с помощью банка пирамидальных фильтров Лапласа (субдискретизация).

3. Применение направленных фильтров к полученным подзонам.
4. Выполнение сдвига по поддиапазнам, чтобы прямоугольник находился в центральной части частотной области.
5. Выполнение одномерных субдискретизаций, чтобы избавиться от нулевых коэффициентов дискретного Фурье-преобразования (ДПФ).
6. Вычисление обратного дискретного Фурье-преобразования (НЧ-ДПФ) с нечетными частотами для каждой подзоны (рис. П.1.5).

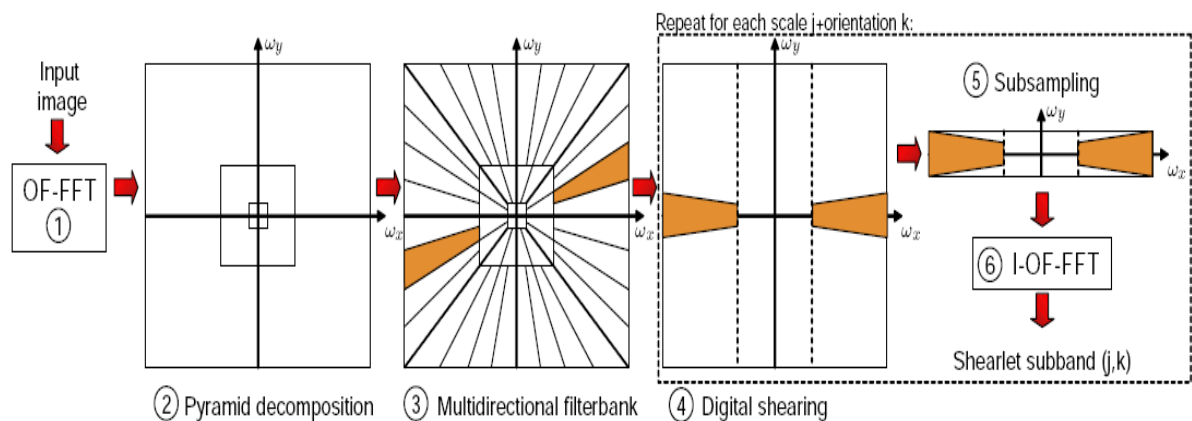
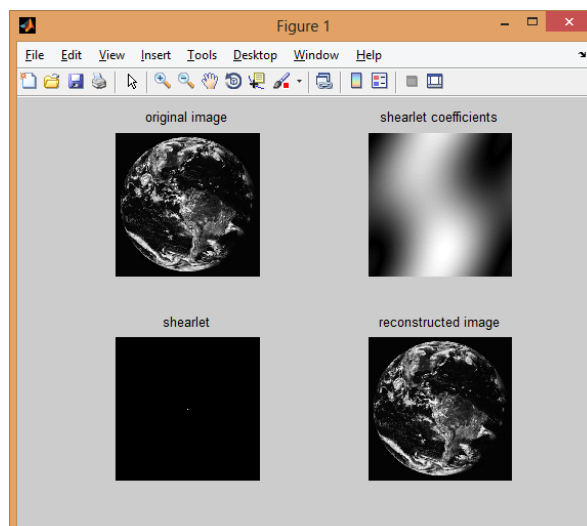
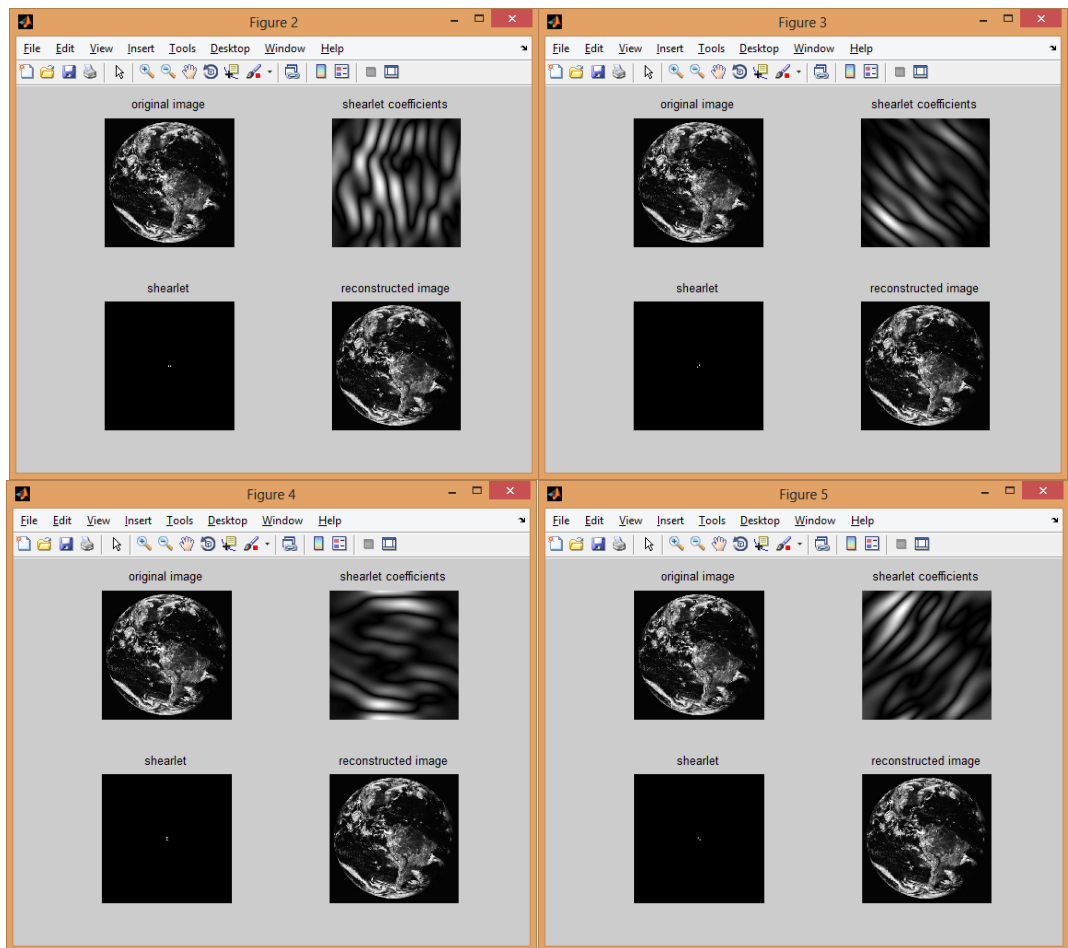


Рисунок П.1.5 – Алгоритм шиарлет-преобразования: ОФ-БПФ выполняется с нечетными частотами, ДПФ реализован с использованием быстрого преобразования Фурье (БПФ) [Goossens B., et al., 2013]

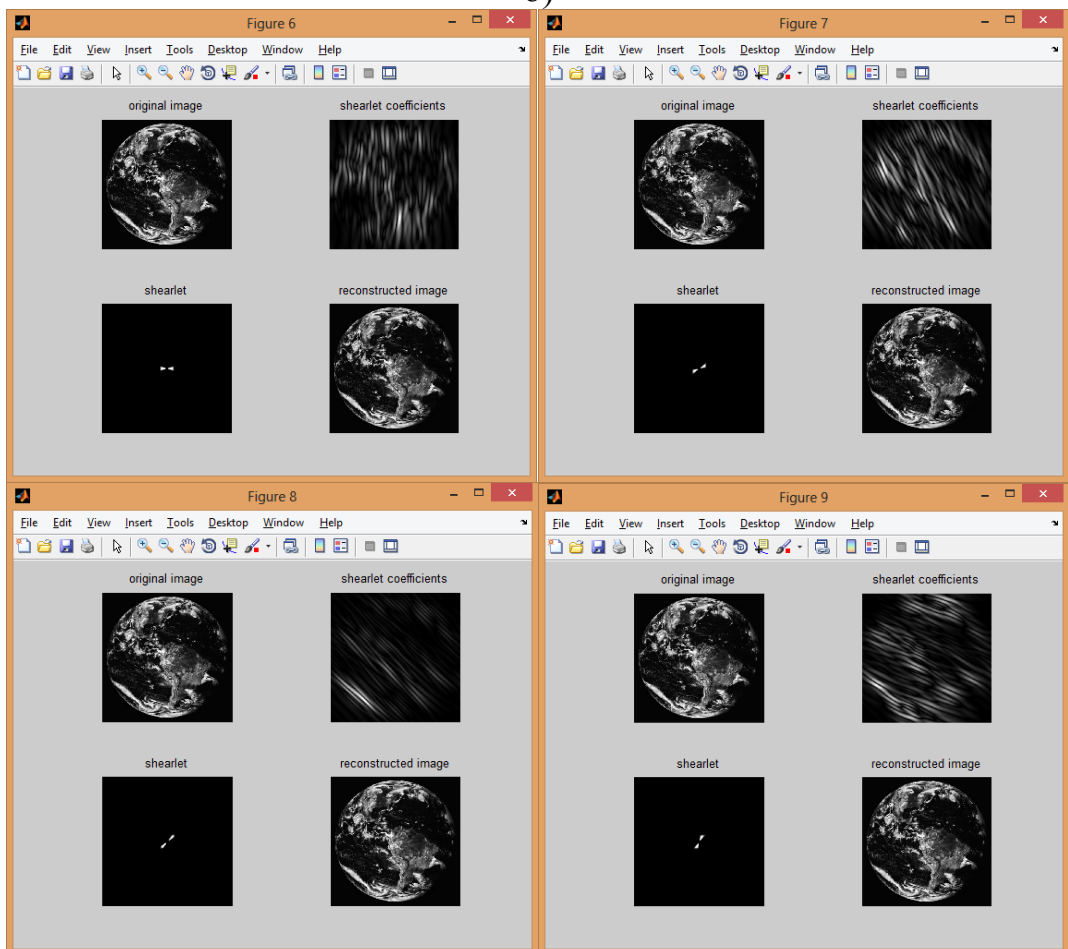
На рисунке П.1.6 показаны результаты дискретного шиарлет-преобразования – масштабирование, поворот и восстановление исследуемого изображения на основе алгоритма *A* для всех возможных масштабов.

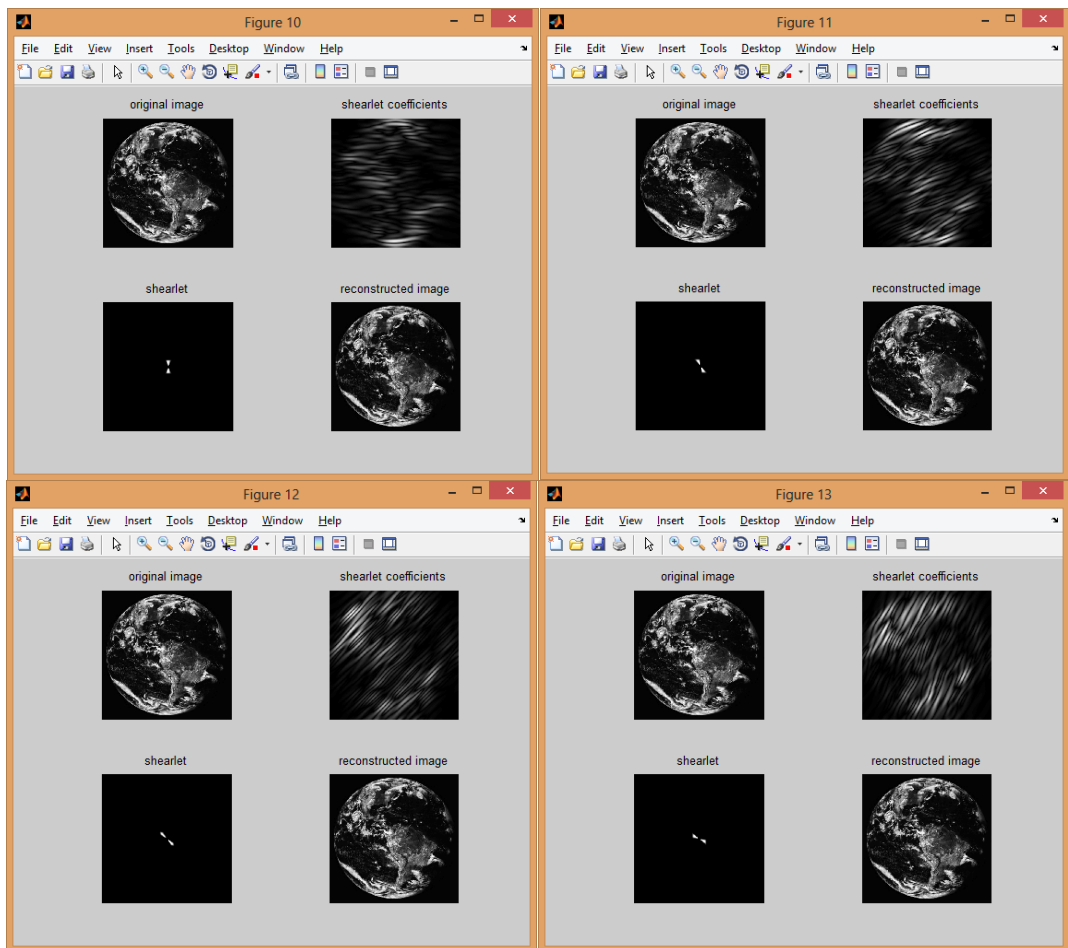


а)

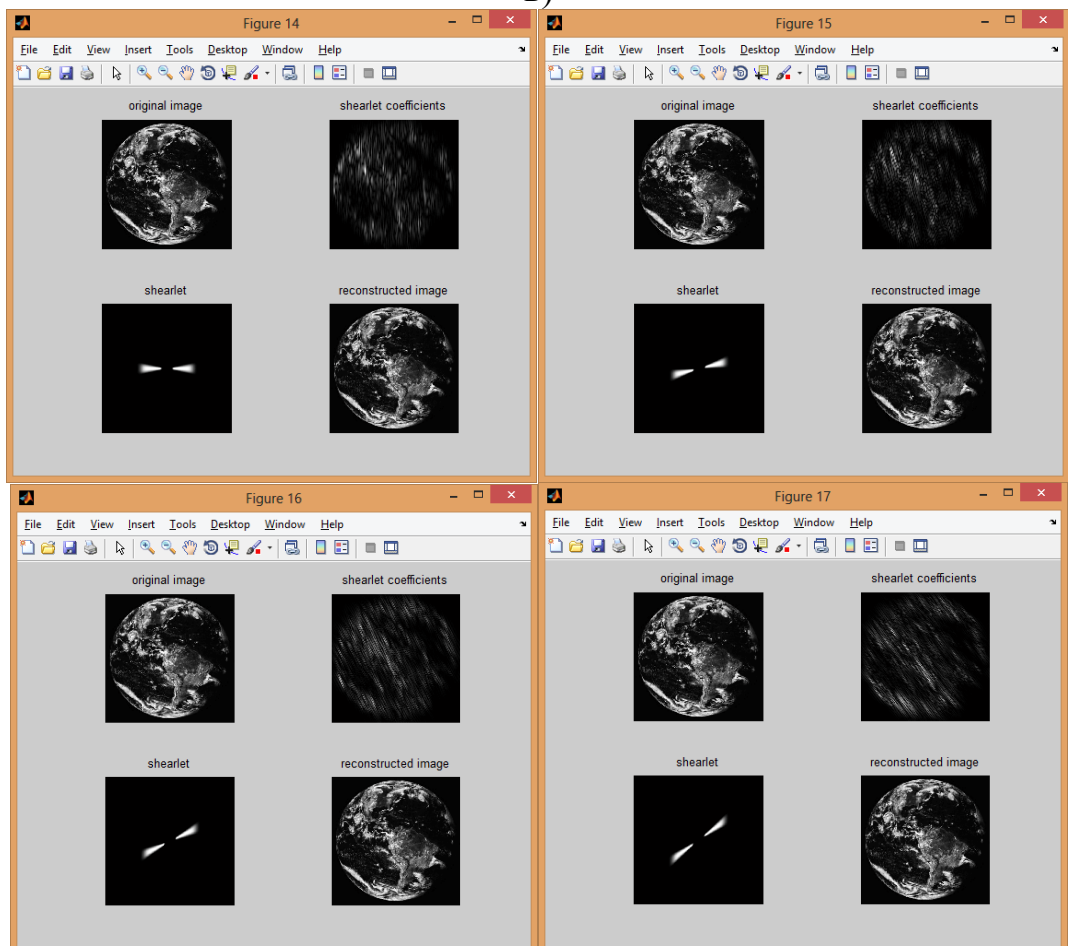


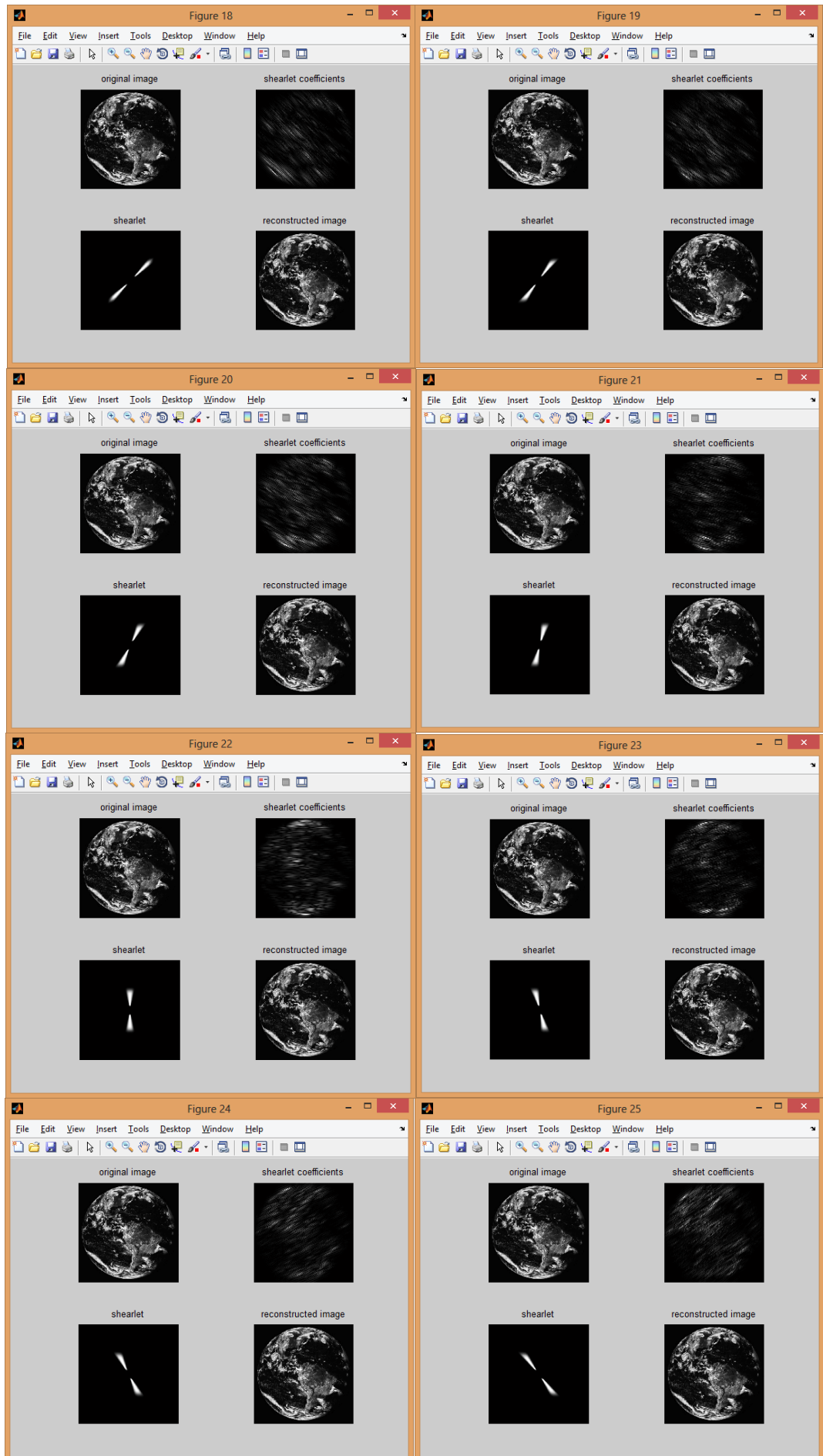
6)

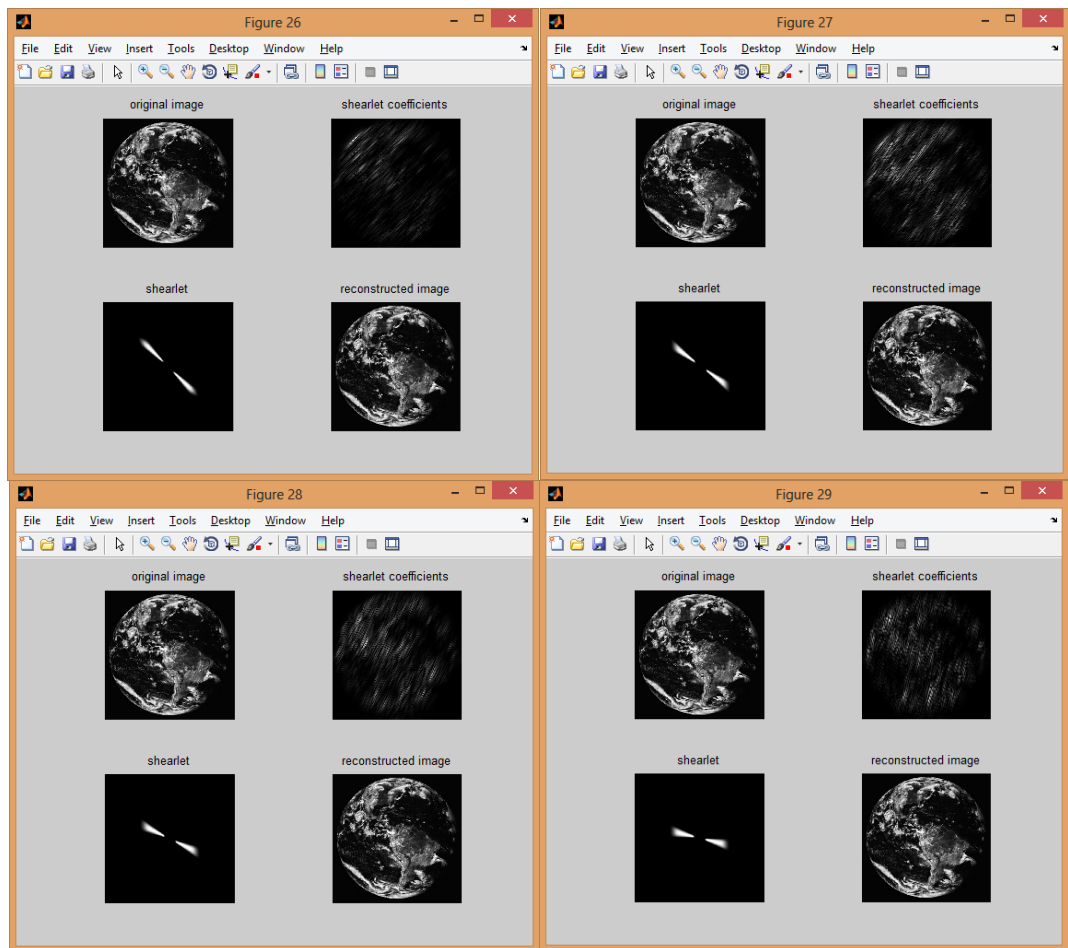




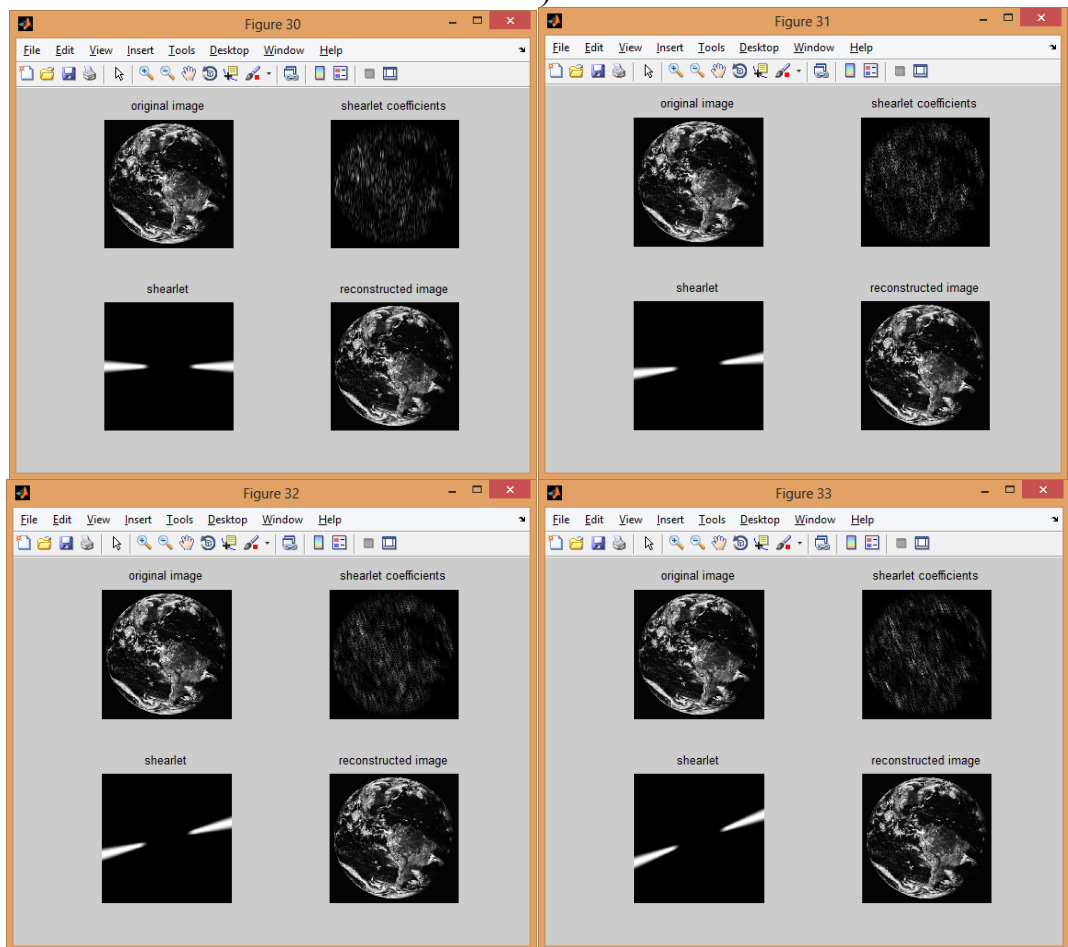
B)

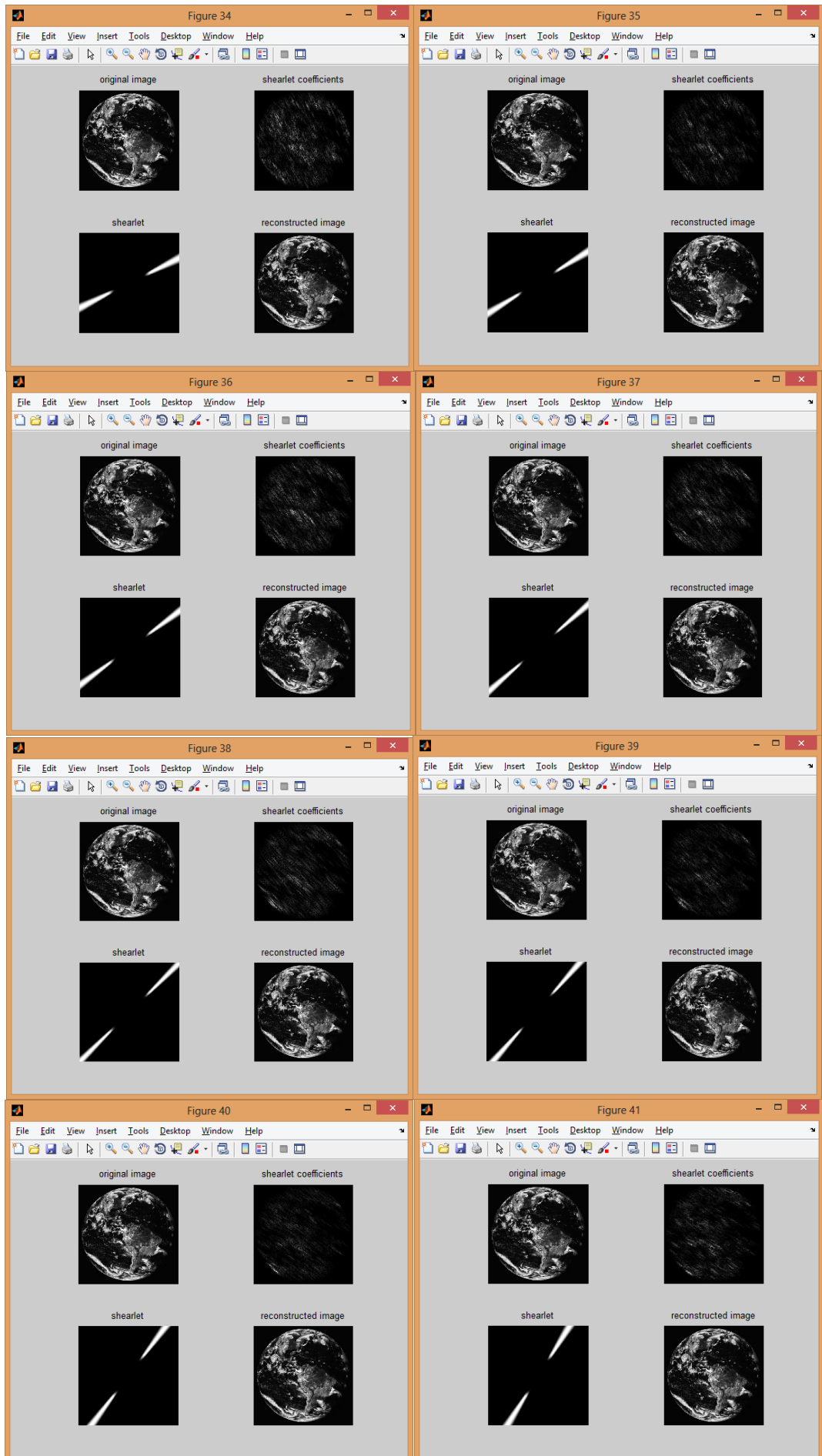


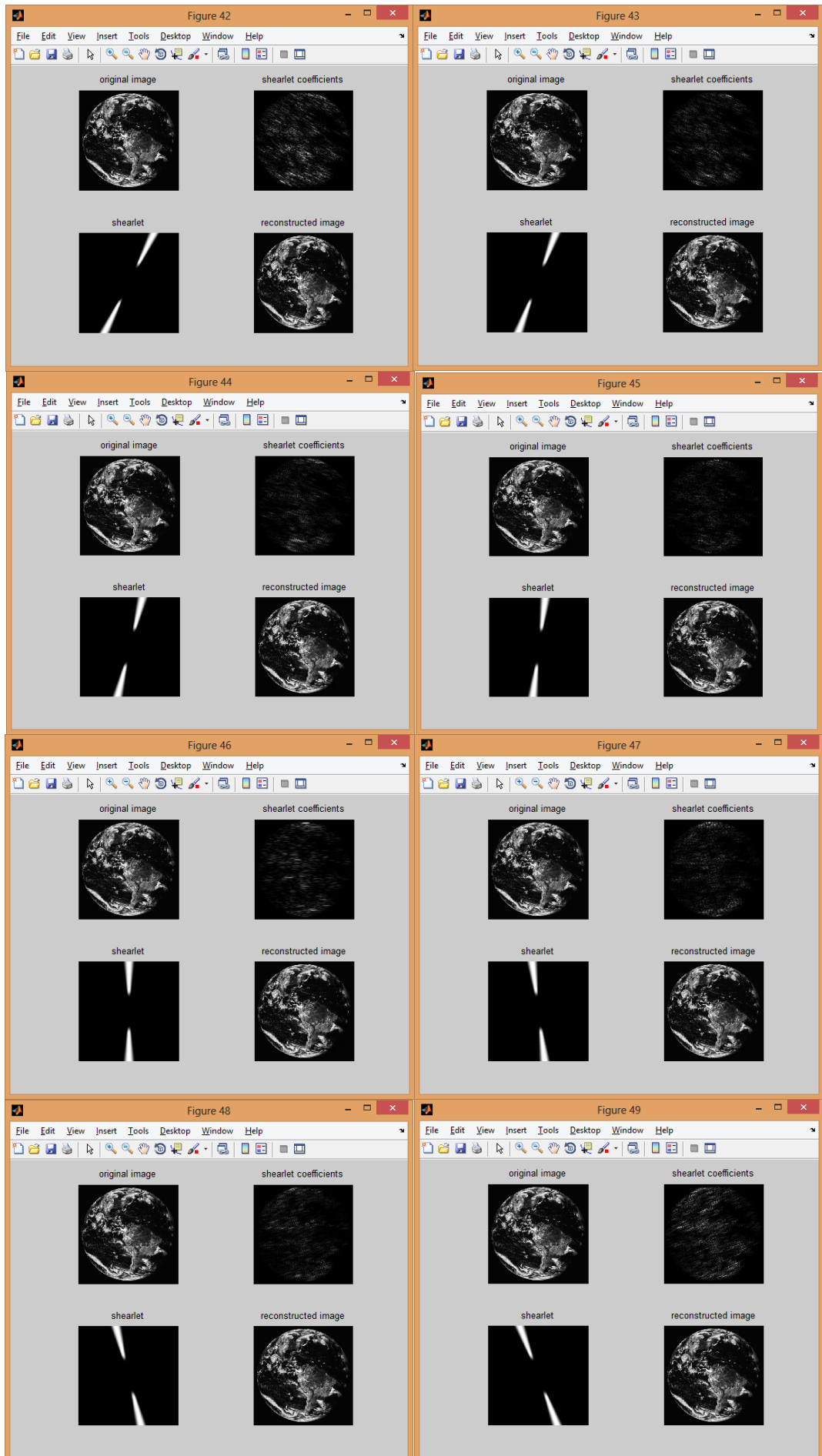


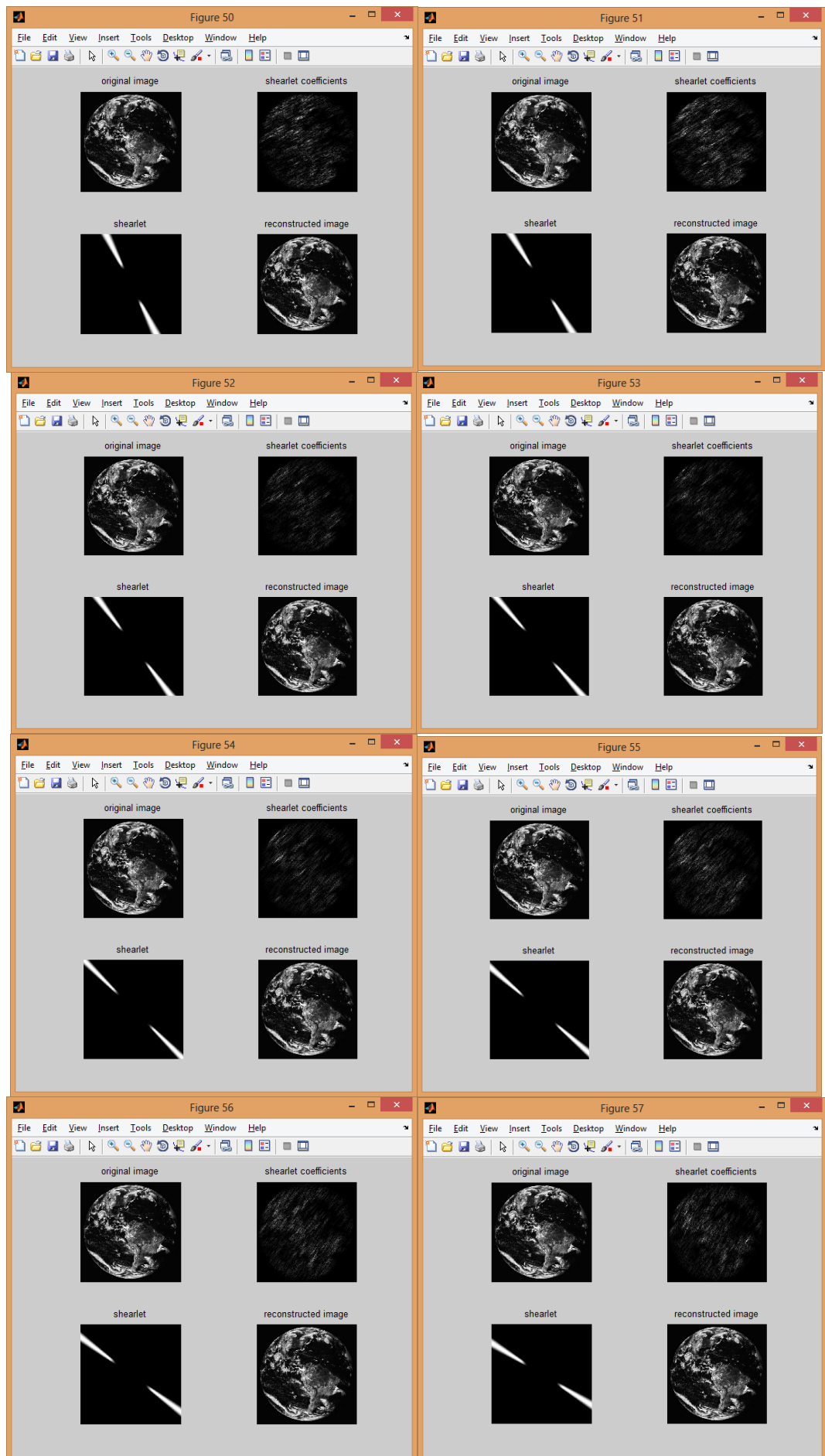


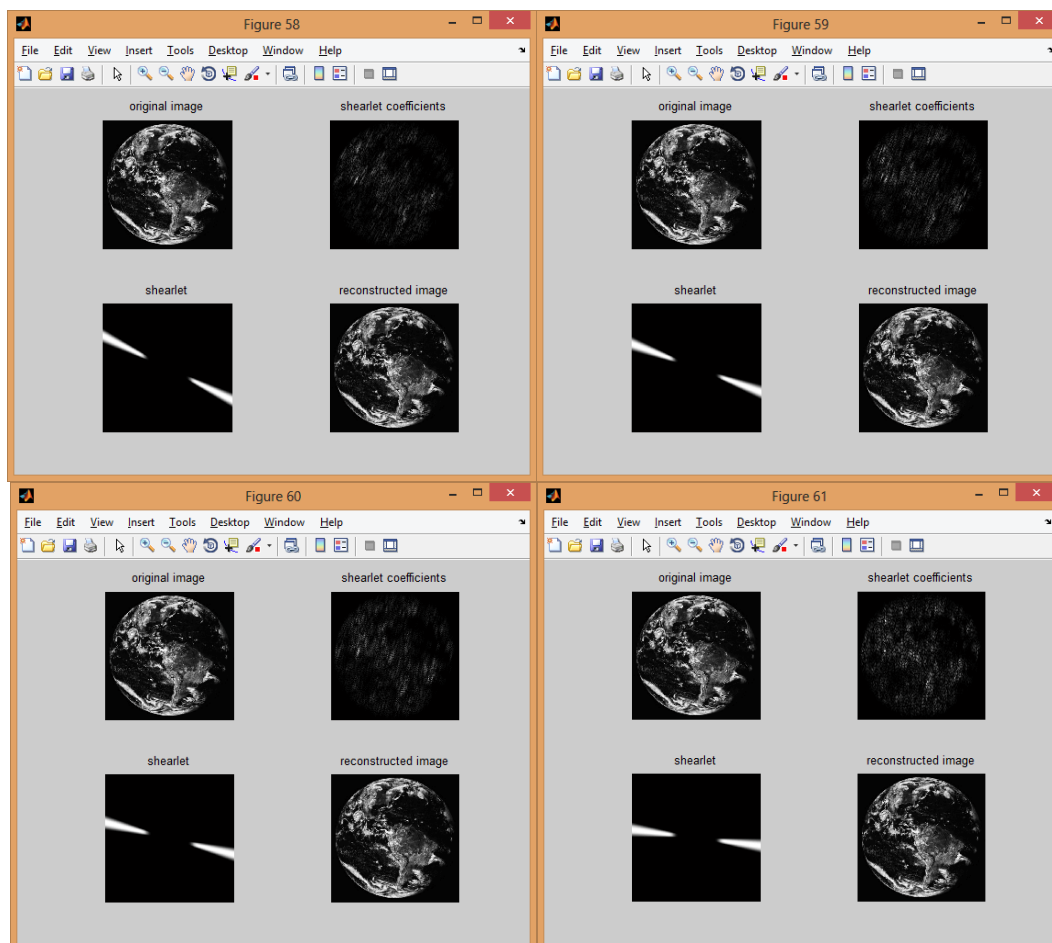
)











д)

1 – исходное изображение; 2 – шиарлет-коэффициенты;

3 – мгновенный шиарлет; 4 – восстановленное изображение

Рисунок П.1.6 – Результаты анализа визуальных данных на основе алгоритма шиарлет-преобразования A :

а) – масштаб 1 и все возможные направления; б) – масштаб 2 и все возможные направления; в) – масштаб 3 и все возможные направления;

г) – масштаб 4 и все возможные направления; д) – масштаб 5 и все возможные направления.

Листинг кода *Matlab* программы обработки сигналов и изображений на основе вейвлета Хаара

% аппроксимация сигнала вейвлетом Хаара

```
clear all;
signal = [50 70 92 92 80 50 50 50 50 -50 400 800 400 -200 50 50 50 50
50 55 100 150 180 190 180 150 100 50 50 50 50 50 50 70 92 92 80 50
50 50 50 -50 400 800 400 -200 50 50 50 50 50 55 100 150 180 190 180
150 100 50 50 50 50 50 50 70 92 92 80 50 50 50 50 -50 400 800 400 -
200 50 50 50 50 50 55 100 150 180 190 180 150 100 50 50 50 50 50
50 70 92 92 80 50 50 50 50 -50 400 800 400 -200 50 50 50 50 50 55
100 150 180 190 180 150 100 50 50 50 50 50 50 70 92 92 80 50 50 50
50 -50 400 800 400 -200 50 50 50 50 50 55 100 150 180 190 180 150
100 50 50 50 50 50 50 70 92 92 80 50 50 50 50 -50 400 800 400 -200
50 50 50 50 50 55 100 150 180 190 180 150 100 50 50 50 50 50 70
92 92 80 50 50 50 50 -50 400 800 400 -200 50 50 50 50 50 55 100 150
180 190 180 150 100 50 50 50 50 50 50 70 92 92 80 50 50 50 50 -50
400 800 400 -200 50 50 50 50 50 55 100 150 180 190 180 150 100 50
50 50 50 50 ];
t=1:256;
subplot(411); plot(t,signal)
title('Исходный сигнал'); grid
wavefunc = 'haar';
[C,L] = wavedec(signal,3,wavefunc);
ca3 = appcoef(C,L,wavefunc,3);
[cd1,cd2,cd3] = detcoef(C,L,[1 2 3]);
%subplot(422); plot([ca3 cd1 cd2 cd3])
%title('Структура вейвлет-разложения'); grid
appsig1 = wrcoef('a',C,L,wavefunc,1);
```

```

subplot(423); plot(t,appsig1)
title('Аппроксимирующий сигнал, j=1'); grid
appsig2 = wrcoef('a',C,L,wavefunc,2);
subplot(425); plot(t,appsig2)
title('Аппроксимирующий сигнал, j=2'); grid
appsig3 = wrcoef('a',C,L,wavefunc,3);
subplot(427); plot(t,appsig3)
title('Аппроксимирующий сигнал, j=3'); grid
detsig1 = wrcoef('d',C,L,wavefunc,1);
subplot(424); plot(t,detsig1)
title('Детализирующий сигнал, j=1'); grid
detsig2 = wrcoef('d',C,L,wavefunc,2);
subplot(426); plot(t,detsig2)
title('Детализирующий сигнал, j=2'); grid
detsig3 = wrcoef('d',C,L,wavefunc,3);
subplot(428); plot(t,detsig3)
title('Детализирующий сигнал, j=3'); grid
% Восстановление сигнала с помощью коэффициентов Хаара
% SIGNAL = (a7|d7|d6|d5|d4|d3|d2|d1)
clear % clear all variables
Y = [ 50 70 92 92 80 50 50 50 50 -50 400 800 400 -200 50 50 50 50 50
55 100 150 180 190 180 150 100 50 50 50 50 50 50 70 92 92 80 50 50
50 50 -50 400 800 400 -200 50 50 50 50 50 55 100 150 180 190 180
150 100 50 50 50 50 50 50 70 92 92 80 50 50 50 50 -50 400 800 400 -
200 50 50 50 50 50 55 100 150 180 190 180 150 100 50 50 50 50 50
50 70 92 92 80 50 50 50 50 -50 400 800 400 -200 50 50 50 50 50 55
100 150 180 190 180 150 100 50 50 50 50 50 ] % 128 data
X=Y;
numdat=length(Y)
medat=numdat/2;

```

```

nveces=int16(log(length(Y))/log(2));
for i=1:nveces
    for j=1:medat
        MHA(j)=(X(2*j-1)+X(2*j))/sqrt(2);
        MHA(j+medat)=(X(2*j-1)-X(2*j))/sqrt(2);
    end
    X=MHA;
    Z(i,:)=X; % Z матрица преобразования по уровням
    medat=medat/2;
end
Y      % исходный сигнал
X=int16(X) % вспомогательный массив для каждого уровня
Z=int16(Z) % Z матрица преобразования по уровням
subplot(4,2,1)
ZAUX=Z(7,1:2)
t=1:2;
plot(t,ZAUX)
title(' Преобразование Хаара – 7 уровень (a7|d7)'); grid
subplot(4,2,2)
ZAUX=Z(6,1:4)
t=1:4;
plot(t,ZAUX)
title(' Восстановление сигнала с d6 '); grid
subplot(4,2,3)
ZAUX=Z(5,1:8)
t=1:8;
plot(t,ZAUX)
title(' Восстановление сигнала с d5 '); grid
subplot(4,2,4)
ZAUX=Z(4,1:16)

```

```

t=1:16;
plot(t,ZAUX)
title(' Восстановление сигнала с d4 '); grid
subplot(4,2,5)
ZAUX=Z(3,1:32)
t=1:32;
plot(t,ZAUX)
title(' Восстановление сигнала с d3 '); grid
subplot(4,2,6)
ZAUX=Z(2,1:64)
t=1:64;
plot(t,ZAUX)
title(' Восстановление сигнала с d2 '); grid
subplot(4,2,7)
ZAUX=Z(1,1:128)
t=1:128;
plot(t,ZAUX)
title(' Восстановление сигнала с d1 '); grid
subplot(4,2,8)
plot(t,Y)
title(' Восстановление исходного сигнала '); grid
% Преобразование Хаара 1-го уровня для изображения
clear % clear all variables
a=imread('00-512-gris.jpg'); % исходные изображение
b=double(a);
b=b/max(max(b));
imshow(b);
h1=[1/sqrt(2),1/sqrt(2)];
h2=[1/sqrt(2),-1/sqrt(2)];
bh1=filter2(h1,b);

```

```

bh2=filter2(h2,b);
bh1m=bh1(:,1:2:512);
bh2m=bh2(:,1:2:512);
bh1mh1=filter2(h1',bh1m);
bh1mh2=filter2(h2',bh1m);
bh2mh1=filter2(h1',bh2m);
bh2mh2=filter2(h2',bh2m);
bLL=bh1mh1(1:2:512,:);
bLH=bh1mh2(1:2:512,:);
bHL=bh2mh1(1:2:512,:);
bHH=bh2mh2(1:2:512,:);
figure(1); subplot(221);imshow(bLL/max(max(bLL)));
subplot(222);imshow(bLH+0.5);
subplot(223);imshow(bHL+0.5);
subplot(224);imshow(bHH+0.5);
% Сжатие изображения вейвлетом Хаара
percent=10; % процент сжатия
I = imread('00-512-gris.jpg'); % исходные изображение
I = double(I);
R = I(:, :, 1);
G = I(:, :, 2);
B = I(:, :, 3);
N = ceil(log2(length(R)));
[RC, RS] = wavedec2(R, N, 'haar');
[GC, GS] = wavedec2(G, N, 'haar');
[BC, BS] = wavedec2(B, N, 'haar');
DIM = floor(length(RC)*(percent*0.01));
RC(DIM+1:end) = 0;
GC(DIM+1:end) = 0;
BC(DIM+1:end) = 0;

```

```

RR = waverec2(RC, RS, 'haar');
GR = waverec2(GC, GS, 'haar');
BR = waverec2(BC, BS, 'haar');
IR = cat(3, RR, GR, BR);
IR = uint8(IR);
imshow(IR);
title(' 10 %');
imwrite(IR, sprintf('D:00-512-gris-%02d.jpg', percent), 'JPG');
% преобразование Хаара 2D для уровней 1, 2, 3
clear % clear all variables
Y=imread('PA28IM100.jpg'); % исходные изображение
% ***** 1 уровень *****
et=cputime;
X1=Y; % копия исходного изображения
% n1 строки и столбцы матрицы
n1= length(Y(1,:));
medat1=n1/2; % половина данных
% преобразование Хаара для строк 1-го уровня
for i=1:n1
    for j=1:medat1
        MHA(j)=(X1(i,(2*j-1))+X1(i,(2*j)))/sqrt(2);
        MHA(j+medat1)=(X1(i,(2*j-1))-X1(i,(2*j)))/sqrt(2);
    end
    X1(i,:)=MHA; % преобразование каждой строки
end
X1=int16(X1);
% преобразование Хаара для столбца 1-го уровня
for j=1:n1
    for i=1:medat1
        MHA(i)=(X1((2*i-1),j)+X1((2*i),j))/sqrt(2);

```

```

    MHA(i+medat1)=(X1((2*i-1),j)-X1((2*i),j))/sqrt(2);
end
    X1(:,j)=MHA; % преобразование каждого столбца
end
X1=int16(X1);
% ***** 2 уровень *****
n2=n1/2; % n2 строки и столбцы матрицы для 2-го уровня
medat2=n2/2; % половина данных
% выделяем изображение на массиве X2
for i=1:n2
    for j=1:n2
        X2(i,j)=X1(i,j);
    end
end
for i=1:n2
    for j=1:medat2
        MHA2(j)=(X2(i,(2*j-1))+X2(i,(2*j)))/sqrt(2);
        MHA2(j+medat2)=(X2(i,(2*j-1))-X2(i,(2*j)))/sqrt(2);
    end
    X2(i,:)=MHA2;
end
X2=int16(X2);
for j=1:n2
    for i=1:medat2
        MHA2(i)=(X2((2*i-1),j)+X2((2*i),j))/sqrt(2);
        MHA2(i+medat2)=(X2((2*i-1),j)-X2((2*i),j))/sqrt(2);
    end
    X2(:,j)=MHA2;
end
X2=int16(X2);

```

```

% массив Z, чтобы соединить преобразования для уровней 1 и 2
Z=zeros(n1,n1);
Z=X1;
for i=1:n2
    for j=1:n2
        Z(i,j)=X2(i,j);
    end
end
% ***** 3 уровень *****
n3=n2/2; % n3 строки и столбцы матрицы для 3-го уровня
medat3=n3/2; % половина данных
% массив X3 для преобразования 3-го уровня
for i=1:n3
    for j=1:n3
        X3(i,j)=X2(i,j);
    end
end
for i=1:n3
    for j=1:medat3
        MHA3(j)=(X3(i,(2*j-1))+X3(i,(2*j)))/sqrt(2);
        MHA3(j+medat3)=(X3(i,(2*j-1))-X3(i,(2*j)))/sqrt(2);
    end
    X3(i,:)=MHA3;
end
X3=int16(X3);
for j=1:n3
    for i=1:medat3
        MHA3(i)=(X3((2*i-1),j)+X3((2*i),j))/sqrt(2);
        MHA3(i+medat3)=(X3((2*i-1),j)-X3((2*i),j))/sqrt(2);
    end
end

```

```

    X3(:,j)=MHA3;
end
X3=int16(X3);
% массив Z1 для преобразований 1, 2 и 3 уровней
Z1=zeros(n1,n1);
Z1=X1;
for i=1:n2
    for j=1:n2
        Z1(i,j)=X2(i,j);
    end
end
for i=1:n3
    for j=1:n3
        Z1(i,j)=X3(i,j);
    end
end
tcpu=cputime-et % время процессора в секундах
Y;          % исходная матрица
X1=int16(X1); % преобразование 1-го уровня
Z=int16(Z);   % преобразование 1 и 2-го уровней
Z1=int16(Z1); % преобразование 1-2 и 3-го уровней
figure(1)
image(Y);
colormap(gray(256))
title('Original Image');
figure(2)
image(Z1);
colormap(gray(256))
title('Transform levels 1 – 2 – 3');
% шумоподавление на изображении

```

```

clear % clear all variables
et=cputime;
% загрузка изображения
I = imread('XRay512.jpg');
I = double(I);
Imagen = 0.2990*I(:, :, 1) + 0.5870*I(:, :, 2) + 0.1140*I(:, :, 3); % 3 канала
NbColors = 255;
X = wcodemat(Image, NbColors);
map = gray(NbColors);
% добавление шума
x = X + 15*randn(size(X));
[thr,sorh,keepapp] = ddencmp('den','wv',x);
xd = wdencomp('gbl',x,'db6',5,thr,sorh,keepapp);
xy = wdencomp('gbl',x,'rbio6.8',4,thr,sorh,keepapp);
% daubechies или rbio
colormap(gray(255)), sm = size(map,1);
subplot(221), image(wcodemat(X,sm)), title('Original Image')
axis off
subplot(222), image(wcodemat(x,sm)), title('Noise Image')
axis off
subplot(223), image(wcodemat(xd,sm)), title('Denoise Image 1 with db6')
axis off
subplot(224), image(wcodemat(xy,sm)), title('Denoise Image 2 with rbio6.8')
axis off
tcpu=cputime-et % время в секундах

```

Описание многомерной нелинейной регрессии визуальных данных

Задача обработки данных формально ставится как преобразование из генеральной совокупности входных данных с заданными доверительными интервалами в выходные, более точные (с меньшими доверительными интервалами).

Нелинейная регрессия. Если данные определены неточно, то существуют априорные предположения о наличии и виде закономерностей. Обобщенная задача регрессии состоит в уточнении данных. Если, например, последняя строка таблицы имеет неопределенный выход, то необходимо предположить более точное его значение и новый доверительный интервал. При этом решается задача оптимизации: варьируя входы в заданных пределах, определяем максимальный выход.

При традиционном подходе существует значительное количество методик выполнения прямой регрессии. Чаще всего применяется метод наименьших квадратов: вводится функционал, характеризующий адекватность численной модели имеющимся данным, и он минимизируется путем изменения параметров модели. Имея модель, хорошо отражающую зависимость входов от выходов, содержащуюся в экспериментальных данных, по известным входам легко получаем выходы.

Функционал взвешенного метода наименьших квадратов имеет вид:

$$F = \sum_i \left(\frac{y(\vec{x}_i, \vec{p}) - \tilde{y}_i}{\Delta \tilde{y}_i} \right)^2,$$

здесь i – число строк в таблице, $\vec{p}$ – подстраиваемые параметры (синаптическая карта), $\vec{x}_i$ – входы из таблицы, $y(\vec{x}_i, \vec{p})$ – ответы модели, $\tilde{y}_i$ – табличные выходы, $\Delta \tilde{y}_i$ – доверительный интервал, точность с которой определен $\tilde{y}_i$.

Очевидны ограничения для решения поставленной проблемы минимизацией данного функционала: не решается обратная задача, не учитываются неопределенности входов, значительный спектр поставленных задач будет плохо обусловлен, т.е. основная проблема состоит в том, что данный функционал описывает частный случай.

Для удовлетворительного решения задачи заполнения пробелов в таблицах обычный метод регрессии, эмпирически аппроксимирующий искомую зависимость, неприемлем. В этом случае данные должны рассматриваться не как набор «задач-ответов», а как портрет явления – каждая строка таблицы является точкой, а в общем случае – эллипсоидом, в пространстве признаков [95, 98].

Нейросетевая модель или другое устройство вырабатывает внутреннее представление о том, какие состояния корректны для заданного явления, а какие – нет, это может быть и функциональная зависимость одних обобщенных координат от других, и модель конечного автомата, и набор образов.

На этапе решения обобщенной задачи устройство получает на вход эллипсоид в пространстве входов-выходов (строка с неопределенностями в некоторых компонентах) и ищет ближайшую к нему корректную точку. Естественно, результат поиска может и не быть геометрически самым близким, он зависит от реализации устройства, например, при использовании градиентного спуска вдоль градиента, и будет получен первый попавшийся экстремум.

Конечно, решений обратной задачи, особенно многокритериальной, может быть и континуум, тогда может быть важным находить не только одну из подходящих точек, а различные статистические характеристики решения – распределение, меру и т.п. В настоящее время существующий интерфейс не приспособлен к отражению такого рода решений, но подходы к реализации системы, способной к таким действиям, уже существуют. Итак, целью на перспективу является разработка алгоритма для возможно более независимой

от пользователя (автоматичной) компьютерной системы обработки неточно определенных данных.

Процедура оптимизации. Для оптимизации в представленном здесь алгоритме использовался метод сопряженных градиентов, т.е. направление шага выбиралось линейной комбинацией антиградиента оценочной функции и шага на предыдущей итерации. На каждой итерации вдоль выбранного направления выбирался оптимальный шаг с помощью квадратичной аппроксимации оценочной функции [95, 98].

Из-за неточности такой аппроксимации, методом дихотомии выбирался не ухудшающий шаг в случае ошибочного определения оптимального. В процессе оптимизации постепенно выбираемое направление удаляется от наилучшего, поэтому при каждом шаге, номер которого равнялся числу подстроечных параметров, делался переход на направление антиградиента, т.е. использовался вариант алгоритма сопряженных градиентов Полака-Рибьера [95, 98]. Также, использовалась ортогонализация сопрягаемых направлений:

$$\begin{aligned} p_0 &= -\nabla H_0, \\ p_l &= -\nabla H_l + \rho_{l-1}, \\ \gamma &= \frac{\nabla H_l^T \nabla H_l}{\nabla H_{l-1}^T \nabla H_{l-1}}, \end{aligned}$$

где p_0 – шаг изменения подстраиваемых параметров, H_0 – оценка до начала обучения, H_l – оценка на шаге обучения l .

При возможности, величины не пересчитывались, а к ним вычислялись добавки для оптимизации времени вычислений:

$$\begin{aligned} k_s^t &= \varphi_{1s} + \sum_{i=1}^I w_{si} X_i^t, \\ sii_s^t &= \sin(k_s^t), \end{aligned}$$

если выходов много, или есть обучение, то:

$$coi_s^t = \cos(k_s^t),$$

$$\begin{aligned}
f_{as} &= \varphi_{as} - \varphi_{1s}, \\
sia_{as} &= \sin(f_{as}) \cos^t_s = \cos(f_{as}), \\
\beta_1^t &= \sum_{s=1}^S sia_s^t; \quad \alpha_1^t = c_1 \beta_1^t, \\
\beta_a^t &= \sum_{s=1}^S (\cos_{as} sia_s^t + sia_{as} \cos_s^t); \\
\alpha_a^t &= c_a \beta_a^t.
\end{aligned}$$

Оценка преобразовывалась к виду, удобному для быстрого дифференцирования. По причине выполнения линейной регрессии данных на первом шаге, оценка находится в интервале от 0 до 1:

$$\begin{aligned}
H &= \sum_t \sum_a \varepsilon_a^t \left[(\alpha_a^t - \tilde{\alpha}_a^t)^2 - (\tilde{\alpha}_a^t)^2 \right] = \\
&= \sum_t \sum_a \varepsilon_a^t \left[(c_a \beta_a^t - \tilde{\alpha}_a^t)^2 - (\tilde{\alpha}_a^t)^2 \right] = \\
&= \sum_a c_a^2 \sum_t \varepsilon_a^t (\beta_a^t)^2 - 2 \sum_a \varepsilon_a \sum_t p_a^t (\beta_a^t \tilde{\alpha}_a^t).
\end{aligned}$$

Градиенты оценки:

$$\begin{aligned}
H'_{\beta_a^t} &= - \frac{2\varepsilon_a^t}{(\sum \varepsilon_a^t)} \left(\alpha_a^t - \frac{\left(\beta_a^t - \sum_t \varepsilon_a^t \beta_a^t \right) \sum_t \varepsilon_a^t \beta_a^t \alpha_a^t}{\sum_t \varepsilon_a^t \left(\beta_a^t - \sum_t \varepsilon_a^t \beta_a^t \right)^2} \right) \frac{\sum_t \varepsilon_a^t \beta_a^t \alpha_a^t}{\sum_t \varepsilon_a^t \left(\beta_a^t - \sum_t \varepsilon_a^t \beta_a^t \right)^2} \\
H'_\varphi &= \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \left(\sum_t \cos \left(\sum_i w_{si} X_i^t \right) H'_{\beta_a^t} \right) - \\ \sin(\varphi) \left(\sum_t \sin \left(\sum_i w_{si} X_i^t \right) H'_{\beta_a^t} \right) \end{pmatrix} \\
H'_k &= \begin{pmatrix} \cos \left(\sum_i w_{si} X_i^t \right) \left(\sum_a \cos(\varphi) H'_{\beta_a^t} \right) - \\ \sin \left(\sum_i w_{si} X_i^t \right) \left(\sum_a \sin(\varphi) H'_{\beta_a^t} \right) \end{pmatrix} \alpha
\end{aligned}$$

$$H'_A = k \left(\begin{array}{c} \cos \left(\sum_i w_{si} X_i^t \right) \sum H'_{\beta_a^t} \cos(\varphi) - \\ \sin \left(\sum_i w_{si} X_i^t \right) \sum H'_{\beta_a^t} \sin(\varphi) \end{array} \right) + 2\varepsilon (X - \tilde{X})$$

Учет регуляризации:

$$w_{si}^{t+1} \sim \frac{U^t}{U^{t+1}} w^t,$$

$$p_t' = p_t U^t.$$

Быстрый метод перекрестной проверки. Довольно сложно оптимизировать глобальные параметры, так как модель приходится постоянно обучать заново. Существуют методы хороших разбиений задачника на подвыборки, однако оказалось возможным значительно ускорить метод перекрестной проверки, используя теорию возмущений [95, 98]. Пусть h_t – оценка задачи t , согласно методу перекрестной проверки, тест задачи s будет представлен в виде:

$$h_s = \min_w \sum_{t \neq s}^T h_t(w, y),$$

тогда тестовая оценка модели – сумма тестов всех задач имеет вид:

$$H_{test}(y) = \sum_s h_s(w, y),$$

вблизи минимума $\tilde{w}$ справедливо разложение:

$$H_{test} = \sum_s h_s((w_s - \tilde{w}) + \tilde{w}, y) = \sum_s h_s(\tilde{w}, y) + \sum_s \frac{\partial h_s(\tilde{w})}{\partial w} (w_s - \tilde{w}) + \dots,$$

где

$$\delta w_t = w_t - \tilde{w} = \arg \min \left(\frac{1}{2} \sum_{r \neq t} \delta w_t \frac{\partial^2 h_r(\tilde{w})}{\partial w \partial w} \delta w_t + \sum_{r \neq t} \frac{\partial h_r(\tilde{w})}{\partial w} \delta w_t \right) =$$

$$= \left(\frac{\partial^2 H_{teach}}{\partial w \partial w} \right)^{-1} \frac{\partial h_t}{\partial w}$$

Здесь приведена классическая оценка модели:

$$H_{teach} = \min_w \sum_t^T h_t(w, y),$$

$$H_{test} \approx H_{teach} + \sum_t \frac{\partial h_t}{\partial w} \left(\frac{\partial^2 H_{teach}}{\partial w \partial w} \right)^{-1} \frac{\partial h_t}{\partial w}.$$

Вместо обращения матрицы вторых производных получаем:

$$\hat{H} = \frac{\partial^2 H_{teach}}{\partial w \partial w},$$

$$z_t = \arg \min \left(z_t \hat{H} z_t - z_t \frac{\partial h_t}{\partial w} \right),$$

$$H_{test} \approx H_{teach} + \sum_t z_t \frac{\partial h_t}{\partial \tilde{w}}.$$

На основе метода сопряженных градиентов имеем:

$$z_t \approx \alpha \nabla_w h_t,$$

$$\alpha = \arg \min \left(\sum_t \frac{1}{2} \alpha^2 (\nabla_w h_t \hat{H} \nabla_w h_t) - \alpha (\nabla_w h_t)^2 \right)^2 = \frac{(\nabla_w h_t)^2}{(\nabla_w h_t \hat{H} \nabla_w h_t)}.$$

Теперь гораздо быстрее можно вычислить приближенный тест модели:

$$H_{test} \approx H_{teach} + \sum_t \frac{\left((\nabla_w h_t)^2 \right)^2}{\nabla_w h_t \frac{\partial^2 H_{teach}}{\partial w \partial w} \nabla_w h_t}.$$

При малом числе задач данное выражение недостаточно точное, но такие случаи чрезвычайно редки, и в этой ситуации можно пользоваться обычным методом, или точной формулой:

$$H_{test} = H_{teach} + \sum_t \frac{\left((\nabla_w h_t)^2 \right)^2}{\left(\nabla_w h_t \frac{\partial^2 H_{teach}}{\partial w \partial w} \nabla_w h_t - \left((\nabla_w h_t)^2 \right)^2 \right)}.$$

Отметим, что чем менее градиенты задач коррелируют между собой, тем лучше модель выдержит перекрестную проверку. На этом свойстве возможно дальнейшее ускорение за счет создания наиболее репрезентативного задачника.

Аналогично можно выписать такое же выражение для обобщенного метода наименьших квадратов:

$$H_{test} = \frac{1}{2} \sum_t \left(\left(\frac{f_t - \tilde{f}_t}{\Delta \tilde{f}_t} \right)^2 + \sum_i \left(\frac{x_{it} - \tilde{x}_{it}}{\Delta \tilde{x}_{it}} \right)^2 + \frac{\left(\left(\frac{\partial f_t}{\Delta \tilde{f}_t \partial w} + \sum_i \frac{x_{is} - \tilde{x}_{is}}{\Delta \tilde{x}_{is}} + \frac{\partial F_t}{\partial w} \right)^2 \right)^2}{\sum_{k,j} \left(\frac{\partial h_t}{\partial w_k} \left(\frac{\partial^2 H_{teach}}{\partial w_k \partial w_j} \right) \frac{\partial h_t}{\partial w_j} - \left(\frac{\partial h_t \partial h_t}{\partial w_k \partial w_k} \right)^2 \right)} \right).$$

Предлагаемая усовершенствованная вычислительная методика для обработки данных наблюдений, как показали проведенные исследования, является эффективным и универсальным инструментом, и пригодна для встраивания в качестве алгоритмического обеспечения в специализированную информационную систему с целью быстрого нелинейного многопараметрического анализа данных.