

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Сибирский Федеральный Университет»

На правах рукописи

КОРНЕЕВА АННА АНАТОЛЬЕВНА

**НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ДЛЯ МНОГОМЕРНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка
информации (космические и информационные технологии)

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
д.т.н., профессор А.В.Медведев

Красноярск 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Глава 1. Идентификация дискретно-непрерывных объектов в условиях неполной информации	11
1.1. Постановка задачи идентификации в условиях неполной информации	11
1.2. Параметрические модели безынерционных объектов с запаздыванием	20
1.3. Непараметрические модели безынерционных объектов с запаздыванием..	23
1.4. Анализ данных в задаче идентификации.....	27
1.5. Алгоритмы заполнения матрицы наблюдений с пропусками	34
1.6. Непараметрическая методика восстановления пропусков «входных-выходных» переменных матрицы наблюдений процесса.....	37
1.7. Идентификация безынерционных объектов с запаздыванием по выборкам с выбросами	41
1.8. Вычислительные эксперименты	47
Выводы	63
Глава 2 Непараметрические оценки и Н-аппроксимации функции регрессии по наблюдениям с ошибками	65
2.1 Асимптотические свойства непараметрических оценок функции регрессии	65
2.2 Оценка функции регрессии на границе	71
Выводы	77
Глава 3 Н-модели безынерционных систем с запаздыванием.....	79
3.1 Стохастические процессы в безынерционных системах с запаздыванием ..	79
3.2 Адаптивные модели «трубчатых» процессов.....	91
3.3 Вычислительный эксперимент.....	96
Выводы	107
Глава 4 Непараметрические алгоритмы управления «трубчатыми» процессами	109
4.1 Постановка задачи управления.....	109

4.2. Дуальное управление в условиях параметрической неопределенности	113
4.3. Дуальное управление в условиях непараметрической неопределенности	117
4.4 Вычислительные эксперименты	127
Выводы	135
Глава V Адаптивная модель процесса выплавки стали	137
5.1 Краткое описание технологического процесса.....	137
5.2 Постановка задачи идентификации для процесса выплавки стали	141
5.3. Обработка и анализ данных исследуемого технологического процесса ...	146
5.4 Предлагаемая схема управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали.....	151
Выводы	154
Заключение	156
Список литературы	158
Публикации по теме диссертации	168
Приложение А	173
Приложение Б	175

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Задача управления сложными промышленными объектами неотъемлемо связана с постановкой и решением задачи идентификации исследуемого процесса. Эта задача является центральной во многих проблемах системного анализа. Теории идентификации на сегодняшний день посвящено большое количество трудов как отечественных, так и зарубежных авторов [32, 44, 64, 87, 92, 97 и др.]. Большой вклад в развитие теории идентификации внесли такие ученые Я.З. Цыпкин, Н.С. Райбман, П. Эйкхофф, Л. Льюнг и др..

В зависимости от уровня априорной информации об объекте исследования выделяют методы параметрической идентификации (идентификация в «узком» смысле) и методы непараметрической идентификации (идентификация в «широком» смысле). Методы параметрической идентификации предполагают достаточно высокий уровень априорной информации, так как здесь требуется определение параметрической структуры объекта исследования. Но на практике возникают случаи, когда мы вынуждены работать в условиях малой априорной информации. В этом случае целесообразно использовать методы непараметрической идентификации. В этой связи развитие методов непараметрической идентификации представляется актуальным.

Постановка и решение задач идентификации и управления зависят от класса исследуемого процесса (статический, динамический, линейный, нелинейный и др. типы процессов). В диссертационной работе исследуется новый класс процессов, называемых «трубчатыми» (или Н-процессами). Первое упоминание о процессах «трубчатой» структуры появляется у Медведева А.В. в [47]. Эти процессы были замечены при моделировании технологических процессов в металлургии. Было обнаружено, что компоненты вектора входа исследуемого процесса связаны стохастической зависимостью, вследствие чего он протекает не во всей области, установленной технологическим регламентом предприятия, а лишь в некоторой его подобласти. Моделирование подобного рода процессов связано со многими

сложностями, в частности, традиционные методы параметрической идентификации не дают удовлетворительного результата. Н-процессы можно считать новыми и, на сегодняшний день, малоизученными. Но процессы этого класса все чаще обнаруживаются на практике, а значит, требуют дальнейшего изучения.

Большую роль при решении задач идентификации и управления различного рода процессами, в том числе и «трубчатого» типа, играет первичная обработка исходных данных, поскольку от их качества во многом зависит и качество решения задачи идентификации. Данные, в свою очередь, могут обладать многими недостатками, к примеру, содержать в себе пропуски, выбросы и т.д. Пропуски и выбросы в выборках наблюдений «входных-выходных» переменных процесса снижают точность решения задачи идентификации. Данной проблеме на сегодняшний день посвящено большое количество работ [5, 43, 105, 84, 24, 33 и др.]. Представляет интерес решение проблемы первичной обработки данных в условиях непараметрической неопределенности.

Уровень априорной информации об объекте особенно важен при математической формулировке задачи управления. В этой связи проблемы адаптивных и обучающихся систем, соответствующих различным уровням априорной информации, являются на сегодняшний день важнейшими в теории автоматического управления [72]. Потребность в построении подобных систем возникает во многих технологических, производственных процессах, а также в других областях человеческой деятельности (экономика, социология и др.).

Цель работы состоит в построении и исследовании непараметрических моделей и алгоритмов управления для многомерных дискретно-непрерывных процессов «трубчатой» структуры с запаздыванием, которые ранее не были исследованы.

Для достижения поставленной цели необходимо решение следующих основных задач:

- 1) разработать и исследовать непараметрическую методику восстановления пропусков «входных-выходных» переменных матрицы наблюдений;

2) разработать и исследовать непараметрическую методику исключения выбросов из исходной матрицы наблюдений переменных процесса;

3) разработать и исследовать модифицированный параметрический алгоритм идентификации для построения моделей дискретно-непрерывных безынерционных процессов «трубчатого» типа;

4) разработать и исследовать непараметрический алгоритм дуального управления многомерным безынерционным объектом с запаздыванием;

5) провести исследование процесса кислородно-конвертерной плавки стали на примере работы кислородно-конвертерного цеха №2 ОАО «ЕВРАЗ Объединенный Западно-Сибирский металлургический комбинат» с использованием разработанных моделей и алгоритмов управления.

Методы исследования. При выполнении работы использовались методы параметрической теории идентификации, непараметрической теории идентификации, теории управления, теории адаптивных и обучающихся систем, математической статистики и статистического моделирования.

Научная новизна диссертационной работы состоит в следующем:

1) для повышения точности решения задачи идентификации дискретно-непрерывных безынерционных процессов с запаздыванием предложена новая методика восстановления пропусков «входных-выходных» переменных матрицы наблюдений и исключения случайных выбросов при измерении переменных;

2) предложена модель, основанная на модификации параметрического алгоритма идентификации процессов, имеющих «трубчатую» структуру в пространстве «входных-выходных» переменных, отличающаяся от известных параметрических введением индикаторных функций, что приводит к получению более точных моделей дискретно-непрерывных безынерционных процессов с запаздыванием;

3) предложена модификация непараметрического алгоритма дуального управления дискретно-непрерывными процессами «трубчатого» типа. Особенность данных моделей состоит в том, что при управлении многомерным

объектом каждая компонента вектора управляющего воздействия формируется с учетом значений предыдущих компонент, что повышает точность управления.

Практическая ценность результатов диссертационной работы:

1) создание системы управления с внешним контуром, который является надстройкой по отношению к действующей системе «объект-регулятор», обеспечивающей более качественное ведение технологического процесса. При этом ранее действующая система управления остается неизменной. Полученные модели и алгоритмы управления могут найти широкое применение при автоматизации процессов дискретно-непрерывного типа, которые доминируют в черной и цветной металлургии, нефтепереработке, стройиндустрии и др.;

2) результаты исследования процесса кислородно-конвертерной плавки стали показали, что управление процессом ведется не достаточно качественно, хотя и в соответствии с технологическим регламентом, который представляется достаточно широким. Внешний контур позволит повысить качество ведения процесса именно «внутри» технологического регламента.

На защиту выносятся:

1) методика восстановления пропусков «входных-выходных» переменных матрицы наблюдений, которая также позволяет исключить случайные выбросы при измерении переменных, что приводит к повышению точности решения задачи идентификации дискретно-непрерывных безынерционных процессов с запаздыванием;

2) модель, основанная на модификации параметрического алгоритма идентификации процессов, имеющих «трубчатую» структуру в пространстве «входных-выходных» переменных, отличающаяся от известных параметрических введением индикаторных функций, что приводит к получению более точных моделей дискретно-непрерывных безынерционных процессов с запаздыванием;

3) модификация непараметрического алгоритма дуального управления дискретно-непрерывными процессами «трубчатого типа», особенность которой состоит в том, что при управлении многомерным объектом каждая компонента

вектора управляющего воздействия формируется с учетом значений предыдущих компонент, что значительно повышает точность управления;

4) система управления с внешним контуром, который является надстройкой по отношению к действующей системе «объект-регулятор», обеспечивающей более качественное ведение технологического процесса, при этом ранее действующая система управления остается неизменной. Полученные модели и алгоритмы управления могут найти широкое применение при автоматизации процессов дискретно-непрерывного типа, которые доминируют в черной и цветной металлургии, нефтепереработке, стройиндустрии и др.;

5) результаты исследования процесса кислородно-конвертерной плавки стали, которые показали, что управление процессом ведется не достаточно качественно, хотя и в соответствии с технологическим регламентом, который представляется достаточно широким. Внешний контур позволит повысить качество ведения процесса именно «внутри» технологического регламента.

Реализация результатов работы. Результаты диссертационной работы используются при создании автоматизированных систем управления технологическими процессами на следующих предприятиях:

1) Абаканская ТЭЦ ОАО «Енисейская ТГК (ТГК-13)». Результаты диссертационного исследования используются при создании автоматизированной системы управления процессом горения и регулирования мощности котлоагрегата (Е-500-13, 8-560БТ) Абаканской ТЭЦ. Следует ожидать, что могут быть улучшены некоторые производственные показатели, такие как «пережог» и «недожог» топлива, снижение температуры уходящих газов и, как итог, снижение расхода топлива на выработку тепла и улучшение экологической обстановки в регионе.

2) ОАО «ЕВРАЗ Объединенный Западно-Сибирский металлургический комбинат». Результаты диссертационной работы используются при создании автоматизированной системы управления для кислородно-конвертерного цеха №2 в подсистеме оперативного планирования выплавки, внепечной обработки и непрерывной разливки на слябовой машине непрерывной разливки

низкоуглеродистой стали (в соответствии с ГОСТ 9045-80). Разработанные модели и алгоритмы используются для оптимизации контактного графика работы основных технологических агрегатов, оптимизации баланса времени работы конвертеров и слябовой машины непрерывной разливки стали, что позволило получить реальный экономический эффект за счет уменьшения времени простоев технологического оборудования, задолженности при обороте сталеразливочных и промежуточных ковшей, экономии огнеупоров и электрической энергии при обработке металла на установке «ковш-печ».

3) результаты работы использовались при выполнении госбюджетной НИР №1.5579.2011 «Исследование адаптивных моделей и алгоритмов управления многомерными стохастическими системами с запаздыванием», выполнявшейся в Сибирском государственном аэрокосмическом университете имени академика М.Ф. Решетнева в 2012-2013 гг., а также при выполнении НИОКР «Разработка компьютерного обучающегося датчика ускоренного прогноза «КОД» и программно-алгоритмического блока анализа данных» по программе «Участник молодежного научно-инновационного конкурса 2012 ».

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях: Международная конференция «Решетневские чтения» (г.Красноярск, 2011 г., 2013 г.); VIII Всероссийская научно-практическая конференция «Импульс-2011» (г.Томск, 2011г.); XVI Всероссийский симпозиум с международным участием «Сложные системы в экстремальных условиях» (г.Красноярск, 2012 г.); IX Всероссийская научно-техническая конференция «Информационные системы и модели в научных исследованиях, промышленности, образовании и экологии» (г.Тула, 2011 г.); Международная научно-техническая конференция «Кибернетика и высокие технологии XXI века» (г.Воронеж, 2012 г., 2013 г.); Международная научно-техническая конференция «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах» УТЭОСС-2012 (г.Санкт-Петербург, 2012 г.); VIII Всероссийская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и наука» (г. Красноярск, 2012 г.);

Всероссийская молодежная научно-практическая конференция «Малые Винеровские чтения» (г.Иркутск, 2013 г., 2014 г.); Международная научно-техническая конференция «Компьютерное моделирование 2013» (г.Санкт-Петербург, 2013 г.); пятая Международная конференция САИТ 2013 (г.Красноярск, 2013г.); The international workshop Applied methods of statistical analysis (г.Новосибирск, 2013 г.); The tenth international conference «Computer data analysis and modeling. Theoretical and applied stochastics» (г.Минск, 2013г.); IX Всероссийская научно-практическая конференция «Системы автоматизации в образовании, науке и производстве (AS`2013)» (г.Новокузнецк, 2013 г.); XVI Международная конференция «Проблемы управления и моделирования в сложных системах» (г.Самара, 2014 г.); XII Всероссийское совещания по проблемам управления (г.Москва, 2014 г.).

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 30 печатных работ, включая 7 статей в журналах, рекомендуемых ВАК, 2 статьи и 21 публикация тезисов и докладов в трудах всероссийских и международных конференций, симпозиумов.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, включающего 105 наименований, списка публикаций по теме диссертации и приложения. Общий объем работы – 176 страницу, включая 74 рисунка и 16 таблиц.

ГЛАВА 1. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

1.1. Постановка задачи идентификации в условиях неполной информации

Задача теории идентификации состоит в построении оптимальной, в некотором смысле, модели по результатам наблюдений над входными и выходными переменными системы [92]. Большой вклад в развитие этой теории внесли как советские, так и зарубежные ученые. К их числу относятся Я.З.Цыпкин, Н.С.Райбман, П.Эйкхофф, Л.Льюнг и многие другие.

Рассмотрим общую схему исследуемого процесса, принятую в теории идентификации [92]:

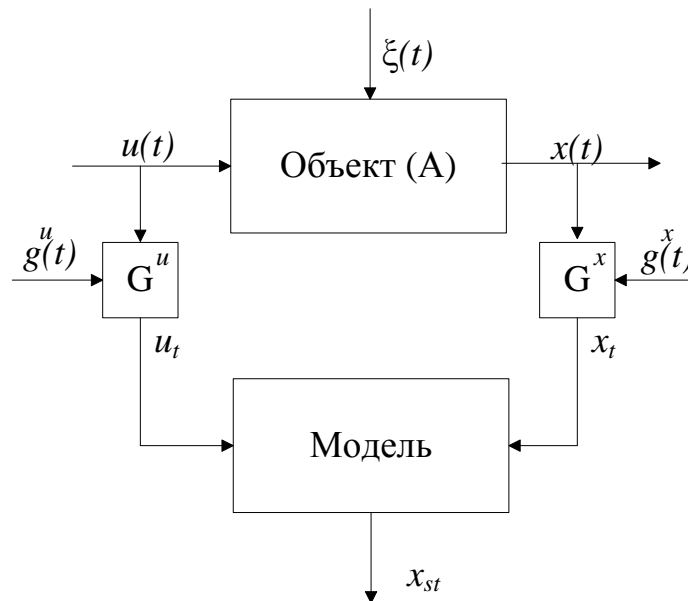


Рисунок 1.1 – Общая схема исследуемого процесса

Схема на рисунке 1.1 состоит из двух блоков: «Объект» и «Модель». Здесь приняты следующие обозначения: A – это неизвестный оператор объекта; $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)) \in \Omega(u) \subset R^m$ – векторное входное воздействие объекта размерностью m ; $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \in \Omega(x) \subset R^n$ – векторная выходная

переменная объекта размерностью n ; выполняется условие $m \geq n$; (t) – непрерывное время, Δt – дискретность контроля «входных-выходных» переменных процесса; $\xi(t)$ – векторная случайная помеха; блоки контроля переменных G^u , G^x подвержены воздействию случайных помех $g^u(t)$ и $g^x(t)$; u_t и x_t – измерения переменных $u(t)$ и $x(t)$ в дискретные моменты времени. Имеется выборка измерений «входных-выходных» переменных процесса $\{u_i, x_i, i = \overline{1, s}\}$, где s – объем выборки. Измерения «входных-выходных» переменных объекта поступают на блок «Модель», где на основании заданного алгоритма находятся значения выхода модели x_{st} . Все случайные факторы, действующие в каналах измерения и на процесс, имеют нулевые математические ожидания и ограниченные дисперсии.

Рассматриваемый процесс относится к классу дискретно-непрерывных, то есть по своей природе процесс является непрерывным, однако «входные-выходные» переменные процесса контролируются через дискретные моменты времени.

Большинство встречающихся на практике систем являются динамическими, то есть состояние такой системы в данный момент времени t зависит как от входных воздействий, так и от ее состояний в прошлом. Другими словами, динамическая система может быть описана следующим уравнением:

$$x(t) = A(u(t), x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-k), \xi(t)), \quad (1.1.1)$$

где k – общее время работы системы.

Если же состояние системы $x(t)$ зависит только от входных переменных $u(t)$, то система называется статической, или безынерционной. Такая система описывается уравнением вида:

$$x(t) = A(u(t), \xi(t)). \quad (1.1.2)$$

В некоторых случаях приходится рассматривать динамическую систему как статическую систему с запаздыванием. Запаздывание τ может существенно превышать постоянную времени объекта θ ($\tau > 4\theta$). Как известно, реакция системы на входное воздействие практически заканчивается через время, равное

$(4 \div 5)\theta$ [15]. В связи с этим значения $x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-k)$ из (1.1.1) становятся известными лишь тогда, когда переходный процесс уже завершен и их использование не имеет смысла. В этих случаях система может быть описана как безынерционная система с запаздыванием:

$$x(t) = f(u(t - \tau), \xi(t)), \quad (1.1.3)$$

где τ – запаздывание, которое может отличаться по различным каналам связи. Модель системы, описываемой (1.1.3), имеет вид:

$$\hat{x}(t) = f(u(t - \tau)), \quad (1.1.4)$$

Большую роль при изучении того или иного процесса играют средства контроля его «входных-выходных» переменных [51, 56]. Рассмотрим следующую схему:

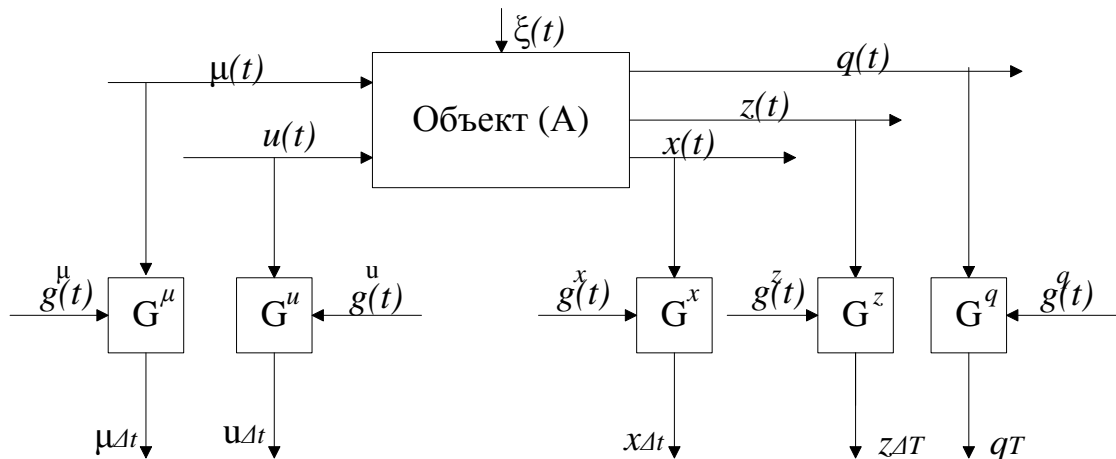


Рисунок 1.2 – Контроль «входных-выходных» переменных процесса

Здесь $\mu(t) = (\mu_1(t), \mu_2(t), \dots, \mu_r(t)) \in \Omega(\mu) \subset R^r$ – это входная измеряемая, но неконтролируемая переменная процесса. К примеру, если $u(t)$ – это нагрузка подаваемого на вход материала, то $\mu(t)$ может быть физико-химической или технологической характеристикой этого материала, существенно влияющая на процесс, который протекает в объекте, то есть на выход. Переменные $z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_l(t)) \in \Omega(z) \subset R^l$ и $q(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_v(t)) \in \Omega(q) \subset R^v$ – это векторные выходные переменные процесса. Отметим существенное различие

между выходными переменными $x(t)$, $z(t)$ и $q(t)$. Выходные переменные данного процесса контролируются с различной дискретностью: переменная $x(t)$ измеряется через интервал времени Δt , переменная $z(t)$ измеряется через больший интервал времени ΔT , а переменная $q(t)$ – через интервал времени T , причем выполняется следующее условие $\Delta t \ll \Delta T \ll T$. Различие в дискретности измерения переменных процесса в данном случае обусловлено отличием в способах их контроля. К примеру, одни величины могут быть измерены электрическими средствами. Подобный контроль не требует больших временных затрат. Здесь мы сами можем задать интересующую нас дискретность измерения. Измерения других переменных могут быть получены лишь с помощью лабораторного анализа, или же путем физико-механических, физико-химических и другого рода испытаний, что требует значительно большего времени. Следует отметить, что чаще всего переменная с наибольшей дискретностью контроля $q(t)$ является наиболее важной, то есть она определяет качество выпускаемой продукции. Но использовать ее в целях управления в режиме реального времени невозможно. Поэтому задача ее прогнозирования является актуальной.

В этом случае выходная переменная $x(t)$, как и ранее, может быть описана уравнением (1.1.4). Для описания переменных с большей дискретностью измерения $z(t)$ и $q(t)$ целесообразно использовать весь набор переменных, влияющих на их поведение:

$$\hat{z}(t) = A(u(t - \tau), \mu(t), \hat{x}(t)), \quad (1.1.5)$$

$$\hat{q}(t) = A(u(t - \tau), \mu(t), \hat{x}(t), \hat{z}(t)). \quad (1.1.6)$$

В качестве примера статической системы с запаздыванием рассмотрим процесс помола клинкера в шаровых трехкамерных мельницах сухого помола [55]. Процесс измельчения какого-либо конкретного продукта является сравнительно типичным для многих отраслей промышленности. Клинкер – это промежуточный продукт при производстве цемента, представляет собой гранулы, полученные в результате обжига сырьевой смеси, измельчение которых приводит

к получению цемента. Рассмотрим рисунок 1.3, на котором схематично представлена шаровая трехкамерная мельница сухого помола.

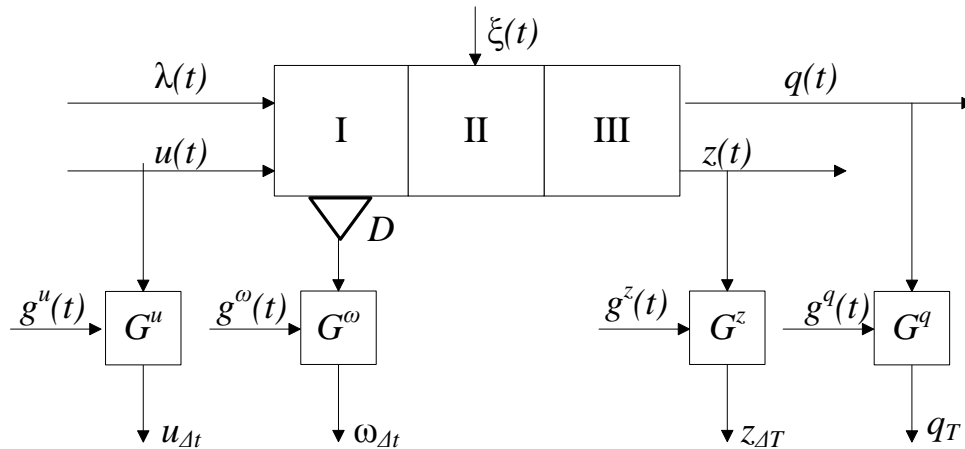


Рисунок 1.3 – Шаровая трехкамерная мельница сухого помола

Мельница сухого помола представляет собой цилиндрический вращающийся барабан, разделенный сеточными перегородками на три камеры, загруженными мелющими телами (в I камере достаточно крупные металлические шары, во II камере шары меньшего размера, в III камере цельберс – металлические цилиндры небольшого размера). Клинкер, поступающий в мельницу, измельчается в I, II, III камерах и превращается в цемент. Таким образом, с технологической точки зрения, входом мельницы является загрузка клинкера, а выходом – цемент. Приняты следующие обозначения: $\lambda(t)$ – неконтролируемая входная переменная (размалываемость клинкера), $u(t)$ – контролируемая со случайной ошибкой входная переменная (загрузка/количество/клинкера); $\omega(t)$ – шум в первой камере, контролируемый индукционным датчиком D через интервал Δt , который в системах регулирования используется как выходной сигнал процесса измельчения; $z(t)$ – выход мельницы (тонкость измельчения), измеряемый через интервал времени $\Delta T \gg \Delta t$; $q(t)$ – основной показатель качества цемента (активность, прочность цементной балочки при сжатии), контролируемый через $T \gg \Delta T \gg \Delta t$. Постоянная времени объекта примерно 5-7 минут. Переменные $u(t)$ и $\omega(t)$ в

локальных аналоговых системах регулирования контролируется непрерывно, а в цифровых системах регулирования дискретно через интервал Δt (Δt может измеряться через несколько секунд). Контроль выходных переменных $q(t)$, $z(t)$ осуществляется в лаборатории по технологии, регламентируемой ГОСТом, причем $\Delta T=2$ часа, а $T=28$ суток. Как видно, это значительно превышает постоянную времени объекта. Отметим, что $q(t)$ – технологический показатель собственно процесса измельчения, а $z(t)$ – основной показатель качества (марки) цемента, который зависит не только от тонкости измельчения $q(t)$, но и от показателей работы предыдущих технологических переделов: приготовления сырьевой смеси, помол, обжиг.

Из сказанного становится ясно, что при управлении процессом помола учесть динамику процесса невозможно. Связано это с длительным контролем выходных переменных процесса. Подобные системы представляют как статические системы с запаздыванием.

Обратим внимание на еще одну особенность, присущую реальным объектам. Рассмотрим схему, представленную на рисунке 1.4. На вход объекта поступает векторное входное воздействие $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))$, на выходе объекта – векторная выходная переменная $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$. На рисунке показано, что внутри объекта присутствуют самые различные связи. Это связи как между «входными-выходными» переменными процесса, так и между компонентами вектора входа $u(t)$ и компонентами вектора выхода $x(t)$. Процессы, для которых компоненты вектора входа $u(t)$ или вектора выхода $x(t)$ связаны некоторой стохастической зависимостью называют Н-процессами (процессы «трубчатого» типа) [47]. Н-процессам посвящена третья глава данной работы.

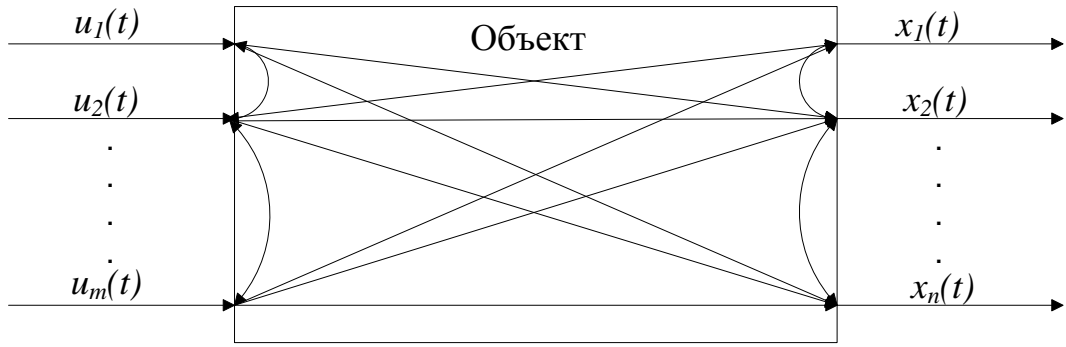


Рисунок 1.4 – Связи между переменными процесса

Связи между переменными процесса могут иметь различный характер. Одни связи могут быть хорошо изучены и описываться некоторым фундаментальным законом (например, уравнением баланса, законом сохранения импульса и др.). Для других связей мы можем на основе имеющейся априорной информации составить параметрическую структуру и свести задачу построения модели к оценке неизвестных коэффициентов. В случае, когда априорной информации недостаточно для нахождения параметрической структуры, необходимо использовать информацию качественного характера, то есть методы непараметрической идентификации. Таким образом, можно говорить о триаде, описывающей поведение объекта, а именно: фундаментальные законы, параметрические структуры, качественные свойства [50].

Априорная информация. Для математической формулировки задачи идентификации необходима априорная информация об объекте исследования, которая складывается из информации об его операторе, случайных помехах, критерии оптимальности и ограничениях. Критерий оптимальности выражает собой те требования, которые должны быть наилучшим образом удовлетворены, а ограничения определяют наши возможности.

Априорная информация может базироваться на фундаментальных законах, лежащих в основе разнообразных физических, механических, электротехнических, химических, биофизических и других процессов и объектов или результатов предшествующих исследований интересующих нас объектов [28]. Априорные сведения об объекте не возобновляются, и со временем могут

утратить свое значение (старение оборудования, различного рода случайные изменения и др.).

Следует отличать априорную информацию от текущей (апостериорной) информации. Текущая информация извлекается в результате наблюдений за ходом процесса или в результате экспериментов и представляет собой выборки наблюдений «входных-выходных» переменных процесса вида $\{u_i, x_i, i = \overline{1, s}\}$. Текущая информация обновляется в каждый момент времени. Она может использоваться для накопления соответствующей априорной информации, но наиболее важная ее роль – компенсация недостаточного объема априорной информации. Следует вспомнить высказывание Я.З.Цыпкина из [87]: «Априорная информация – это основа для формулировки проблемы оптимальности. Текущая информация – средство решения этой проблемы».

Полная априорная информация о процессе предполагает абсолютно точное знание, которого никогда нет. Кроме того, каждый процесс подвержен воздействию множества случайных факторов. Вследствие этого, все случаи, с которыми мы сталкиваемся, соответствуют неполной априорной информации.

Выделим некоторые уровни априорной информации:

- байесов уровень априорной информации. С точностью до параметров известны: параметрическая модель исследуемого объекта, законы распределения случайных помех и уравнения каналов связи. Необходимо оценить параметры параметрической модели объекта;

- уровень параметрической неопределенности. Параметрическая модель объекта исследования известна с точностью до параметров, которые необходимо оценить. Известны некоторые характеристики случайных помех. Решается задача идентификации в «узком» смысле;

- уровень непараметрической неопределенности. На этом уровне априорной информации отсутствует этап определения параметрической структуры исследуемого объекта, поэтому требования к уровню априорной информации ослабевают, но здесь требуется информация качественного характера (однозначность или неоднозначность характеристик, линейность процесса либо

характер его нелинейности и др.). Для решения задачи идентификации в этом случае применяют методы непараметрической статистики [34];

- уровень параметрической и непараметрической неопределенности. Это случай, когда задача идентификации многосвязной системы формулируется в условиях и параметрической, и непараметрической априорной информации. Модели здесь представляют собой взаимосвязанную систему параметрических и непараметрических соотношений.

В зависимости от уровня априорной информации о процессе различают задачи идентификации в «узком» и «широком» смыслах.

При моделировании разнообразных дискретно-непрерывных процессов в настоящее время доминирует теория идентификации в «узком» смысле (параметрическая идентификация) [85]. Ее суть состоит в том, что на первом этапе, на основании имеющейся априорной информации, определяется параметрический класс оператора A^α , например:

$$x_\alpha(t) = A^\alpha(u(t), \alpha), \quad (1.1.7)$$

где $x_\alpha(t)$ – параметрическая модель, A^α – параметрическая структура модели, α – вектор параметров. На втором этапе осуществляется оценка параметров α на основе имеющейся выборки $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$, s – объем выборки. Оценка параметров может осуществляться с помощью многочисленных рекуррентных процедур, в частности, методом стохастических аппроксимаций, либо методом наименьших квадратов. Успех решения задачи идентификации в этом случае существенно зависит от того, насколько «удачно» определен оператор (1.1.7). В настоящее время теория параметрической идентификации является наиболее развитой.

Идентификация в «широком» смысле (непараметрическая идентификация) предполагает отсутствие этапа выбора параметрического класса оператора [87]. О процессе идентификации в «широком» смысле пишет Н.С.Райбман в предисловии к книге П.Эйкхоффа [92]: «Априорная информация об объекте при идентификации в «широком» смысле отсутствует или очень бедная, поэтому

приходится предварительно решать большое число дополнительных задач. К этим задачам относятся: выбор структуры системы и задание класса моделей, оценивание степени стационарности и линейности объекта и действующих переменных, оценивание степени и формы влияния входных переменных на выходные, выбор информативных переменных и др. К настоящему времени накоплен большой опыт решения задач идентификации в «узком смысле». Методы же решения задач идентификации в «широком» смысле начали разрабатываться только в последние годы, и здесь результаты значительно скромнее, что в первую очередь можно объяснить чрезвычайной трудностью задачи».

Часто оказывается значительно проще определить класс операторов на основе сведений качественного характера, например, линейности процесса или типа нелинейности, однозначности либо неоднозначности и др. В этом случае задача идентификации состоит в оценивании этого оператора на основе выборки $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$:

$$x_s(t) = A_s(u(t), \vec{x}_s, \vec{u}_s), \quad (1.1.8)$$

где $\vec{x}_s = (x_1, x_2, \dots, x_s)$, $\vec{u}_s = (u_1, u_2, \dots, u_s)$ – временные векторы. Оценка оператора A_s может быть осуществлена средствами непараметрической статистики [49, 59, 68, 73]. Примечательным здесь является то, что при этом исключается этап выбора параметрической структуры. Тем самым, можно утверждать, что идентификация в этом случае является более адекватной для некоторых реальных задач [102, 103]. К методам идентификации в «широком» смысле относится непараметрическая оценка функции регрессии по наблюдениям [95].

1.2. Параметрические модели безынерционных объектов с запаздыванием

Задача параметрической идентификации состоит в определении структуры и параметров системы по наблюдениям [89]. По наблюдаемым входным

воздействиям и выходным величинам объекта подбираются параметры настраиваемой модели, обеспечивающие экстремум некоторого критерия, характеризующего качество идентификации. При этом предполагается, что структура исследуемого объекта известна с точностью до параметров.

Этапу настройки параметров выбранной параметрической структуры модели исследуемого объекта посвящено большое количество трудов [87, 92, 11 и др.], чего нельзя сказать об этапе выбора самой структуры. Однако при параметрическом подходе именно от выбора математического описания объекта во многом зависит результат решения задачи идентификации.

Общепринятая схема параметрической идентификации представлена на рисунке 1.5 [87]. Здесь, как и ранее, u_t и x_t – значения входных и выходных переменных процесса, соответственно, измеряемые в дискретные моменты времени t ; ξ_t – случайная наблюдаемая помеха; x_{st} – значение выхода настраиваемой модели; α – вектор параметров настраиваемой модели; I_s – вектор всех наблюдений к моменту времени t ; $\varepsilon_t = x_t - x_{st}$ – ошибка рассогласования; $Q(\varepsilon)$ – выпуклая функция потерь; M – символ математического ожидания; $R(\alpha)$ – критерий идентификации.

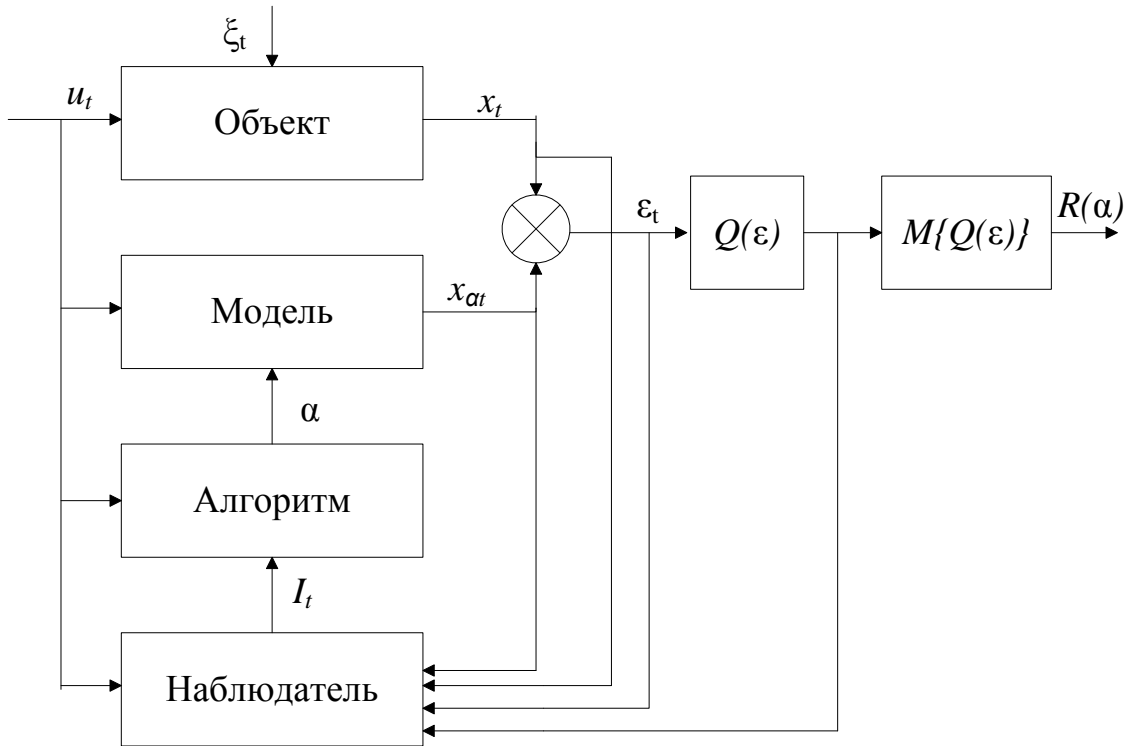


Рисунок 1.5 – Схема задачи идентификации

Идентификация по данной схеме осуществляется с помощью настраиваемой модели, заданной параметрической структуры (блок «Модель»). Параметры модели α корректируются по мере поступления наблюдений I_s от блока «Наблюдатель» в блок «Алгоритм».

Соответствие настраиваемой модели объекту оценивается критерием качества идентификации:

$$R(\alpha) = M \{ Q(\varepsilon(x_t, x_{st})) \}. \quad (1.2.1)$$

Блок «Алгоритм» содержит в себе определенный алгоритм идентификации, который позволяет оценить параметры модели α . Его задача – минимизация критерия качества идентификации:

$$R(\alpha^*) = \min_{\alpha} R(\alpha). \quad (1.2.2)$$

Для настройки параметров модели используют различные итеративные (рекуррентные) методы. В том случае, если функционал (1.2.2) дифференцируем,

он достигает экстремума только при тех значениях $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)$, для которых k частных производных $\frac{\partial R}{\partial \alpha_j}$, $j = \overline{1, k}$ одновременно обращается в нуль, т.е.

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha_j} = 0, \quad j = \overline{1, k}. \quad (1.2.3)$$

Основная идея метода решения (1.2.2) с помощью регулярных итеративных методов состоит в следующем [85]. Представим уравнение (1.2.3) в форме:

$$\alpha = \alpha - \gamma \nabla R(\alpha), \quad (1.2.4)$$

где γ – некоторый множитель и будем отыскивать оптимальный вектор $\alpha = \alpha^*$ с помощью последовательных приближений:

$$\alpha[n] = \alpha[n-1] - \gamma[n] \nabla_{\alpha} R(\alpha[n-1]). \quad (1.2.5)$$

Методы, основанные на использовании алгоритма (1.2.5) для отыскания α^* называются регулярными итеративными методами.

Кроме того, для отыскания неизвестных параметров используют методы стохастических аппроксимаций, метод наименьших квадратов и др.

1.3. Непараметрические модели безынерционных объектов с запаздыванием

Как было сказано ранее, методы параметрической идентификации требуют большого объема априорной информации, которая необходима для определения параметрической структуры объекта исследования. Однако априорная информация об объекте может быть очень бедна, вследствие чего структуру объекта нельзя определить с требуемой точностью. Как пишет П.Эйкхофф: «Значение структуры нельзя переоценить. Ее выбор определяется типом применения модели и может оказаться решающим фактором успеха или неудачи принятой схемы оценивания» [92]. В условиях малой априорной информации целесообразно использовать методы непараметрической идентификации [49, 90].

Методы непараметрической идентификации не требуют информации о параметрической структуре объекта исследования, однако здесь приходится решать большое количество дополнительных задач: выбор структуры системы и задание класса моделей, оценивание степени стационарности и линейности объекта и действующих переменных, оценивание степени и формы влияния входных переменных на выходные, выбор информативных переменных и др. [92].

Для построения моделей в условиях непараметрической неопределенности [6, 46, 54,] используется непараметрическая оценка кривой регрессии, которая в многомерном случае будет иметь вид [82]:

$$x_s(u) = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \prod_{j=1}^m \Phi\left(\frac{u^j - u_i^j}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^m \Phi\left(\frac{u^j - u_i^j}{c_s}\right)}, \quad (1.3.1)$$

где $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ – m -мерный вектор входных воздействий объекта, x – выходная величина, $\Phi(c_s^{-1}(u - u_i))$ – ядерная колоколообразная функция, c_s – коэффициент размытости ядра. Ядерная функция [94] и коэффициент размытости ядра c_s удовлетворяют следующим условиям сходимости [59]:

$$\begin{aligned} c_s > 0; & \quad \Phi(c_s^{-1}(u - u_i)) < \infty; \\ \lim_{s \rightarrow \infty} c_s = 0; & \quad c_s^{-1} \int_{\Omega(u)} \Phi(c_s^{-1}(u - u_i)) dx = 1; \\ \lim_{s \rightarrow \infty} s c_s^m = \infty; & \quad \lim_{s \rightarrow \infty} c_s^{-1} \Phi(c_s^{-1}(u - u_i)) = \delta(u - u_i), \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

где $\delta(u - u_i)$ – дельта-функция Дирака. Могут быть использованы различные формы ядерных функций, приведем некоторые из них:

треугольное ядро:

$$\Phi\left(\frac{x - x_i}{c_s}\right) = \begin{cases} 1 - \left|c_s^{-1}(x - x_i)\right|, & \left|c_s^{-1}(x - x_i)\right| \leq 1; \\ 0, & \left|c_s^{-1}(x - x_i)\right| > 1; \end{cases} \quad (1.3.3)$$

параболическое ядро:

$$\Phi\left(\frac{x-x_i}{c_s}\right) = \begin{cases} 0.75\left(1 - \left(c_s^{-1}(x-x_i)\right)^2\right), & |c_s^{-1}(x-x_i)| \leq 1; \\ 0, & |c_s^{-1}(x-x_i)| > 1; \end{cases} \quad (1.3.4)$$

кубическое ядро:

$$\Phi\left(\frac{x-x_i}{c_s}\right) = \begin{cases} \left(1 + 2|c_s^{-1}(x-x_i)|\right)\left(1 - \left(c_s^{-1}(x-x_i)\right)^2\right), & |c_s^{-1}(x-x_i)| \leq 1; \\ 0, & |c_s^{-1}(x-x_i)| > 1. \end{cases} \quad (1.3.5)$$

Графическая интерпретация этих ядер представлена на рисунке 1.6.

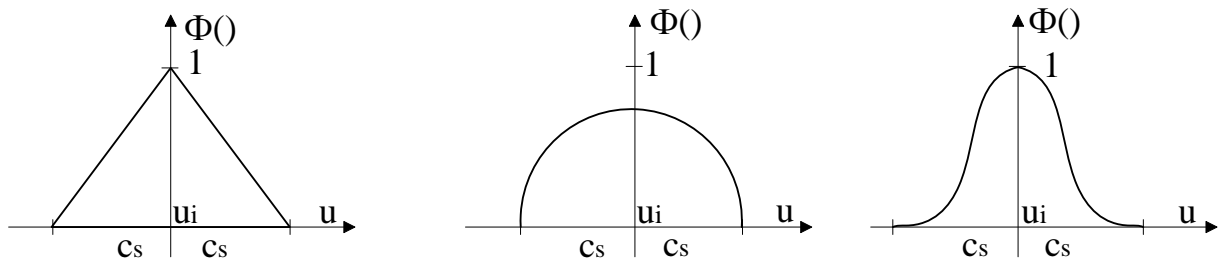


Рисунок 1.6 – Виды ядерных функций

В дальнейшем, для простоты, обозначим ядерную функцию как $\Phi(\cdot)$. Во многих случаях выбор формы ядра не играет существенной роли, исследователь выбирает $\Phi(\cdot)$ исходя из практических соображений. Точность восстановления функции регрессии по наблюдениям с ошибками не существенно зависит от формы ядра и диктуется, чаще всего, практическими соображениями. Треугольное, параболическое и кубическое ядро относятся к виду усеченных ядер. Также выбор ядерной функции может быть продиктован дополнительными условиями, к примеру, требованиями дифференцирования.

Большее влияние на функцию качества оказывает выбор коэффициента размытости ядра c_s . Коэффициент размытости ядра c_s – некоторое постоянное число, от величины которого зависит степень «размытости» дельта-функции в

окрестностях точки $x_i, i = \overline{1, s}$ и соответственно степень гладкости полученной оценки.

Параметр размытости c_s здесь может быть определен путем решения задачи минимизации квадратичного показателя соответствия выхода объекта и выхода модели, основанного на «методе скользящего экзамена», когда в модели (1.3.1) исключается i -я переменная, предъявляемая для экзамена:

$$R(c_s) = \sum_{k=1}^s (x_k - x_s(u_k, c_s))^2 = \min_{c_s}, k \neq i. \quad (1.3.6)$$

В случае если каждой компоненте вектора u соответствует компонента вектора c_s , то во многих практических задачах c_s можно принять скалярной величиной, если предварительно привести компоненты вектора u по выборке наблюдений, к одному и тому же интервалу, например, использовать операции центрирования и нормирования [96].

Эвристическая идея, лежащая в основе оценки (1.3.1), состоит в придании относительно большего веса наблюдениям, ближайшим к оцениваемой точке, в смысле расстояния, определяемого ядром $\Phi(\cdot)$ [13].

Непараметрическую оценку функции регрессии (1.3.1) можно привести к следующему виду:

$$x_s(u) = \sum_{i=1}^s x_i \varphi(u, u_i), \quad (1.3.7)$$

где

$$\varphi(u, u_i) = \prod_{j=1}^m \Phi\left(\frac{u^j - u_i^j}{c_s}\right) / \sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^m \Phi\left(\frac{u^j - u_i^j}{c_s}\right). \quad (1.3.8)$$

Таким образом, непараметрическую оценку функции регрессии (1.3.1) можно привести к виду (1.3.7), аналогичному описанию нейросети.

1.4. Анализ данных в задаче идентификации

Анализ данных представляет собой направление, посвященное извлечению знаний из некоторого набора предоставленных данных [7, 30]. Данные могут быть представлены в матрицах наблюдений «входных-выходных» переменных процесса (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Матрица наблюдений «входных-выходных переменных процесса»

<i>i</i>	<i>u</i>				<i>x</i>
1	u_{11}	u_{21}	...	u_{m1}	x_1
2	u_{12}	u_{22}	...	u_{m2}	x_2
3	u_{13}	u_{23}	...	u_{m3}	x_3
4	u_{14}	u_{24}	...	u_{m4}	x_4
5	u_{15}	u_{25}	...	u_{m5}	x_5
6	u_{16}	u_{26}	...	u_{m6}	x_6
7	u_{17}	u_{27}	...	u_{m7}	x_7
8	u_{18}	u_{28}	...	u_{m8}	x_8
9	u_{19}	u_{29}	...	u_{m9}	x_9
...
<i>s</i>	u_{1s}	u_{2s}	...	u_{ms}	x_s

Здесь строки представляют собой наблюдения, а столбцы – переменные процесса. В данном случае мы имеем объект, на вход которого поступает переменная $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$, а на выходе скалярная переменная x . В таблице отображаются результаты s измерений «входных-выходных» переменных исследуемого объекта (i – номер наблюдения).

Анализ данных, представленных в матрицах наблюдений, включает в себя решение двух задач [30]:

- обнаружение закономерных связей между элементами таблицы;
- использование обнаруженных закономерностей для прогнозирования значений одних элементов таблицы по известным значениям других ее элементов.

Эти задачи могут решаться как по отдельности, так и совместно. Задачи анализа данных классифицируются в зависимости от расположения прогнозируемых элементов и от их количества. Кроме того, выделяют типы задач

в соответствии со шкалами, в которых измеряются значения предсказываемых элементов (абсолютная шкала, шкала отношений, интервалов, порядка, наименований) [41]. Н.Г.Загоруйко в своей книге [30] дает следующую классификацию задачам анализ данных:



Рисунок 1.7 – Классификация задач анализа данных

К задачам анализа данных относится и задача первичной обработки данных [74]. При решении задачи идентификации мы оперируем с наблюдениями «входных-выходных» переменных процесса вида $\{x_i, u_i\}, i = \overline{1, s}$. От качества этих данных во многом зависит и качество решения поставленной задачи. Поэтому важную роль приобретет этап первичной обработки данных, предшествующий процессу моделирования. Данный этап направлен на обработку некоторых особенностей, присутствующих в данных, которые негативно влияют на процесс идентификации. К таким особенностям можно отнести наличие в исходных выборках пропусков, наличие в измерениях выбросов (промахов) и др.. Выбросом мы назовем аномальное значение измеряемого параметра, не являющееся

особенностью исследуемого процесса, вызванное, к примеру, сбоями аппаратуры. Выбросы – это наблюдения, сильно отличающиеся от основной массы элементов выборки [14]. Также выброс может быть следствием неточных входных данных, погрешностей, вносимых на отдельных этапах измерений, погрешностей самих методов вычислений, сбоя оборудования, ошибки оператора и других причин. Наличие подобных особенностей значительно усложняет процесс моделирования. Большинство известных методов анализа данных не способны обработать подобную информацию.

Представим исходные данные об исследуемом процессе в виде матрицы наблюдений (таблица 1.2).

Таблица 1.2 – Матрица наблюдений «входных-выходных» переменных исследуемого процесса в общем виде

i	u				x
1	—	u_{21}	...	u_{m1}	x_1
2	—	u_{22}	...	u_{m2}	x_2
3	u_{13}	u_{23}	...	u_{m3}	x_3
4	u_{14}	—	...	u_{m4}	*
5	u_{15}	u_{25}	...	u_{m5}	x_5
6	u_{16}	u_{26}	...	u_{m6}	x_6
7	u_{17}	*	...	u_{m7}	—
8	u_{18}	u_{28}	...	u_{m8}	x_8
9	u_{19}	—	...	u_{m9}	x_9
...
s	u_{1s}	u_{2s}	...	u_{ms}	x_s

В таблице 1.2. приняты следующие обозначения: «—» – пропуск в матрице наблюдений, «*» – выброс. Данная таблица иллюстрирует общий случай, когда пропуски и выбросы располагаются в матрице наблюдений хаотично как по входным, так и по выходным переменным.

Для работы с данными, содержащими выбросы, применяют методы робастной статистики, которые позволяют сгладить влияние «промаха» на результаты моделирования [69, 77]. Также существуют приемы, позволяющие вовсе исключить выброс из исходной выборки.

Пропуски «входных-выходных» переменных исследуемого процесса могут быть вызваны причинами различного характера и располагаться в матрице наблюдений хаотично, как это и видно из таблицы 1.2. Они могут являться следствием причин как технического характера, например, неисправности измерительного прибора, так и быть вызваны ошибкой в работе оператора. Также, причиной может послужить различная дискретность контроля «входных-выходных» переменных процесса.

Рассмотрим объект, представленный на рисунке 1.8.

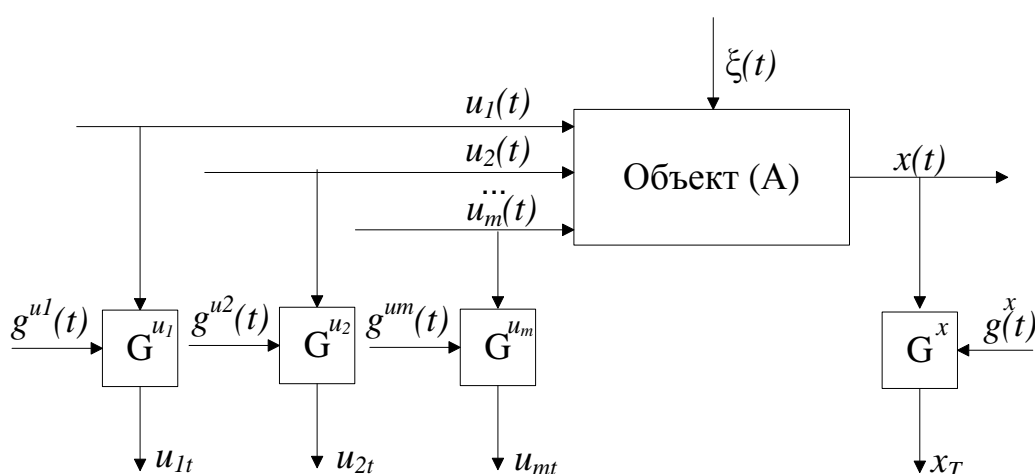


Рисунок 1.8 – Объект с различной дискретностью измерения переменных

Для рассматриваемого объекта векторная входная переменная $u(t)$ измеряется с дискретностью Δt , а выходная переменная $x(t)$ – с дискретностью ΔT , при этом $\Delta T = 3\Delta t$. Матрица наблюдений для данного объекта представлена в таблице 1.3.

Таблица 1.3 – Матрица наблюдений процесса с различной дискретностью контроля «входных-выходных» переменных

<i>i</i>	<i>u</i>				<i>x</i>
1	u_{11}	u_{21}	...	u_{m1}	x_1
2	u_{12}	u_{22}	...	u_{m2}	—
3	u_{13}	u_{23}	...	u_{m3}	—
4	u_{14}	u_{24}	...	u_{m4}	x_4
5	u_{15}	u_{25}	...	u_{m5}	—
6	u_{16}	u_{26}	...	u_{m6}	—
7	u_{17}	u_{27}	...	u_{m7}	x_7
8	u_{18}	u_{28}	...	u_{m8}	—
9	u_{19}	u_{29}	...	u_{m9}	—
...
<i>s</i>	u_{1s}	u_{2s}	...	u_{ms}	x_s

В данном случае пропуски располагаются по выходной переменной $x(t)$ и вызваны длительностью контроля переменной.

Наиболее простой и распространенный метод работы с данными, содержащими пропуски – исключение строки с пробелом целиком. Но в этом случае вместе с пропусками мы вычеркиваем из матрицы наблюдений и заполненные ячейки, а это не разумно с практической точки зрения. К тому же этим сокращается объем исходной выборки, а для решения задач идентификации предпочтительно иметь выборки большего объема.

Так как большинство существующих методов анализа данных не рассчитано на работу с матрицами наблюдений, содержащими пропуски, то предлагается заполнить недостающие значения переменных x в таблице 1.3 их оценками x_s [1, 99, 101]:

Таблица 1.4 – Заполненная матрица наблюдений процесса с различной дискретностью контроля «входных-выходных» переменных

i	u				x
1	u_{11}	u_{21}	...	u_{m1}	x_1
2	u_{12}	u_{22}	...	u_{m2}	x_{s2}
3	u_{13}	u_{23}	...	u_{m3}	x_{s3}
4	u_{14}	u_{24}	...	u_{m4}	x_4
5	u_{15}	u_{25}	...	u_{m5}	x_{s5}
6	u_{16}	u_{26}	...	u_{m6}	x_{s6}
7	u_{17}	u_{27}	...	u_{m7}	x_7
8	u_{18}	u_{28}	...	u_{m8}	x_{s8}
9	u_{19}	u_{29}	...	u_{m9}	x_{s9}
...
s	u_{1s}	u_{2s}	...	u_{ms}	x_s

Здесь x_s – это оценки недостающих наблюдений. Различные методы обработки данных с пропусками, методы заполнения пропусков их оценочными значениями описываются Р.Дж.Литтлом и Д.Б.Рубином в [43].

Приведем в качестве примера процесса с различной дискретностью контроля переменных процесс сжигания угля в котлоагрегате энергоблока.

Входными переменными технологического процесса, протекающего в котле, являются: температура аэросмеси, температура воздуха, температура питательной воды, расход топлива, расход питательной воды, химический состав питательной воды, влажность топлива, «тонина» помола, качество топлива.

Выходными параметрами являются: температура острого пара, давление острого пара, расход острого пара, содержание кислорода в уходящих газах, температура уходящих газов. Общая схема котлоагрегата энергоблока со всеми входными и выходными переменными представлена на рисунке 1.9.

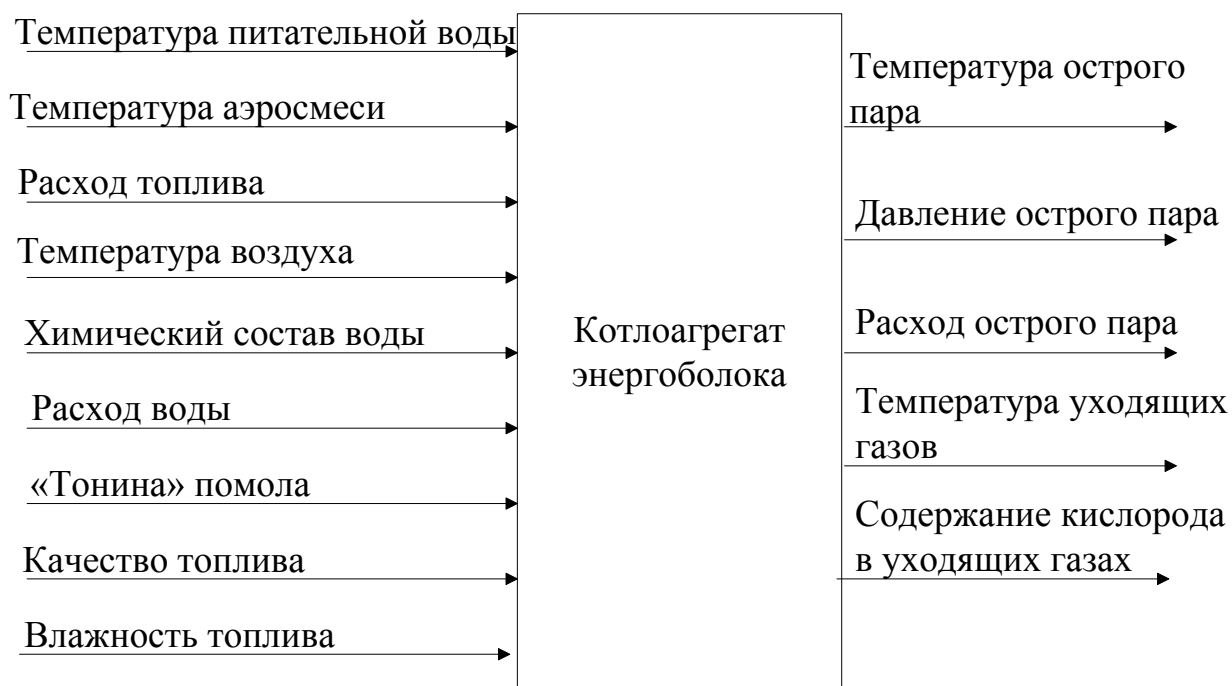


Рисунок 1.9 – Процесс сжигания угля в котлоагрегате энергоблока

Данные, снятые с объекта, хранятся в табличной форме и имеют следующий вид:

Блок	Котел	Дата	Час	входные переменные				выходные переменные						
				Т питательной воды	Расход воды	Т воздуха (слева, справа)		Р воздуха	Г о.п.	Р о.п.	Т о.п.	Т ух.газ.	O ₂ ух.газ.	
9	A	01.12.2003	1	227	200					242	126	555	146	6,25
9	A	01.12.2003	2	227	210					231	124	549	146	6,25
9	A	01.12.2003	3	227	225					229	122	551	146	6,25
9	A	01.12.2003	4	227	225	270	275	130		237	123	555	146	6,25
9	A	01.12.2003	5	228	235					252	125	555	147	6,25
9	A	01.12.2003	6	230	250					270	129	555	148	6,25
9	A	01.12.2003	7	230	250					265	130	553	148	6,25
9	A	01.12.2003	8	229	250	270	275	130		264	127	554	148	6,25
9	A	01.12.2003	9	228	250					255	127	551	148	6,25
9	A	01.12.2003	10	227	250					242	125	549	146	6,25
9	A	01.12.2003	11	226	250					230	120	559	146	6,25
9	A	01.12.2003	12	227	250	270	275	130		265	125	555	146	6,25
9	A	01.12.2003	13	227	250					266	122	560	146	6,25
9	A	01.12.2003	14	229	230					286	125	552	146	6,25
9	A	01.12.2003	15	228	230					256	119	545	147	6,25
9	A	01.12.2003	16	228	230	280	280	130		283	119	550	146	6,25
9	A	01.12.2003	17	230	280					284	125	553	146	6,25
9	A	01.12.2003	18	230	280					297	127	558	147	6,25
9	A	01.12.2003	19	230	280					317	130	552	149	6,25
9	A	01.12.2003	20	230	245	280	280	130		279	127	555	150	6,25
9	A	01.12.2003	21	230	245					293	127	555	146	6,25
9	A	01.12.2003	22	230	245					276	127	552	146	6,25
9	A	01.12.2003	23	230	240					283	127	552	146	6,25
9	A	01.12.2003	24	230	270	280	280	130		290	128	558	147	6,25
9	A	02.12.2003	1	230	250					242	125	548	148	0

Рисунок 1.10 – Результаты измерений «входных-выходных» переменных процесса сжигания угля в котлоагрегате энергоблока

Из таблицы, представленной на рисунке 1.10, мы видим, что некоторые «входные-выходные» переменные процесса измеряются раз в час (температура питательной воды, расход воды, температура уходящих газов и др.). Другие переменные процесса (температура и расход воздуха) измеряются раз в четыре часа. В данном случае пропуски в матрице наблюдений процесса вызваны именно различной дискретностью контроля его переменных.

1.5. Алгоритмы заполнения матрицы наблюдений с пропусками

При работе с матрицами наблюдений, содержащими пропуски, большое значение имеет механизм порождения этих пропусков. Выделяют несколько механизмов возникновения пропусков [105]:

- абсолютно случайные пропуски (Missing Complete at Random). Данные есть, но по каким-то причинам они не внесены в матрицу наблюдений. Появление пропуска не связано ни с самим пропущенным признаком, ни с другими признаками (к примеру, сбой в работе измерительного прибора);

- случайный пропуск (Missing at Random). Пропущенное значение признака теоретически существует, но по каким-то причинам не может быть измерено в необходимый момент. Появление пропуска связано со значениями других признаков, но не зависит от значения самого пропущенного признака (например, слишком большая дискретность контроля переменной, вследствие чего ее значение нам известно лишь через определенные промежутки времени);

- не случайный пропуск (Missing Not at Random). Данных нет, потому что их не существует. Возникновение пропуска зависит как от самого пропущенного значения признака, так и от других признаков (к примеру, количество детей у не рожавшей женщины).

Абсолютно случайные пропуски (MCR) и случайные пропуски (MAR) относятся к допустимым для приближения, то есть здесь возможно восстановление пропущенного значения. Не случайные пропуски восстановить нельзя, так значения не существует.

Большую роль при работе с данными, содержащими пропуски, играет характер исследуемого процесса. В случае, если процесс является динамическим, когда настоящее состояние процесса зависит от его состояний в прошлом, то пропущенное значение может быть заполнено средним между предыдущим и последующим наблюдениями. При этом мы не получим грубых ошибок. Если же рассматриваемый процесс статический (положение в настоящем не зависит от положения в прошлом), то усреднение приведет к явным искажениям результатов. Далее будем предполагать, что исследуемый процесс относится к классу безынерционных с запаздыванием.

Как уже говорилось, наиболее простой и распространенный метод работы с данными, содержащими пропуски – исключение строки с пробел целиком из матрицы наблюдений. Преимуществом здесь является простота реализации. При небольшом количестве пропусков в данных этот подход может быть удовлетворительным. Но обычно он не очень эффективен и приводит к серьезным смещениям [43]. В связи с этим получили свое развитие многочисленные методы заполнения пропусков в матрицах данных.

Проблеме заполнения пропусков в матрицах наблюдений посвящено большое количество работ [29, 66 и др.]. Выделим наиболее распространенные методы заполнения.

Метод заполнения средним арифметическим. Согласно этому методу пропущенное значение в столбце заполняется средним арифметическим значений этого столбца (признака). Метод отличается своей простотой, но приводит к значительным неточностям.

Метод ближайшего соседа. Метод базируется на предположении о том, что если объекты похожи по значению большинства своих свойств, то они похожи по значению всех своих свойств. Мерой схожести здесь может выступать декартово расстояние между точками. Пусть векторный признак x' содержит пропущенное значение k -го компонента. Для того, чтобы оценить пропущенное значение x'_k ,

находят декартово расстояние между вектором x' и всеми полными векторами x^j :

$$r_j = \sqrt{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^s (x'_i - x_i^j)^2}. \quad (1.5.1)$$

Выбираются N векторов (число N задается самостоятельно) с наименьшим значением r_j и вычисляется оценка пропущенного значения по формуле:

$$x'_k = \frac{\sum_{i=1}^N C_N x_k^i}{\sum_{i=1}^N C_N}, \quad (1.5.2)$$

где C_N – вес N -го соседа, обратно пропорционален декартову расстоянию r_N . Данный метод является частным вариантом метода заполнения средним арифметическим и также приводит к неточностям.

Метод максимального правдоподобия (МП метод). Данный метод разработан Р.Фишером. Пропуск здесь заменяется значением, наиболее вероятным из имеющихся. Предполагается, что имеется некоторая модель для неполных данных X , которой соответствует плотность $f(X|\theta)$, где θ – неизвестный вектор параметров. Необходимо максимизировать некоторую функцию правдоподобия $L(\theta) = f(X|\theta)$ [105].

Zet-алгоритм. Один из известных эмпирических методов, основанный на изучении «похожести» объектов [29]. В его основе лежат три предположения:

- гипотеза избыточности, которая состоит в том, что матрица наблюдений имеет избыточность, проявляющуюся в наличии похожих между собой объектов и зависящих друг от друга свойств. Если это не так, то предпочесть один прогноз другому невозможно;

- гипотеза аналогичности: если некоторая пара объектов близка по значениям $(n-1)$ свойств, то она близка и по n -ному свойству;

- гипотеза локальной компетенции: избыточность носит локальный характер, у каждого объекта есть подмножество объектов-аналогов и у каждого свойства есть свое подмножество свойств-аналогов.

В работе Zet-алгоритма три этапа:

- для пробела из исходной матрицы выбирается подмножество строк-аналогов и подмножество столбцов-аналогов (находятся компетентные столбцы и строки). Компетентность j -ой строки по отношению к i -ой строке определяется величиной K :

$$K_{ij}^{string} = v_{ij}\eta_{ij}, \quad (1.5.3)$$

где v_{ij} – величина, обратно пропорциональная декартову расстоянию между строками i и j , η_{ij} – коэффициент комплектности, равный числу свойств, значения которых известны как для i -ой, так и для j -ой строк. Компетентность i -го столбца по отношению к j -му столбцу вычисляется по формуле:

$$K_{ij}^{column} = \kappa_{ij}\eta_{ij}, \quad (1.5.4)$$

где κ_{ij} – коэффициент, который обратно пропорционален коэффициенту корреляции между i -ым и j -ым столбцами, η_{ij} – коэффициент комплектности, равный числу свойств, значения которых известны как для i -го, так и для j -го столбцов.

Размеры комплектной матрицы (количество комплектных строк и столбцов) задаются самостоятельно в зависимости от условий конкретной задачи.

1.6. Непараметрическая методика восстановления пропусков «входных-выходных» переменных матрицы наблюдений процесса

Непараметрическая методика восстановления пропусков матрицы наблюдений можно разделить на три этапа [38]. Рассмотрим эти этапы на примере восстановления пропусков выходной переменной $x(t)$ для примера, описанного выше (рисунок 1.8).

Этап I. На первом этапе алгоритма проводится настройка коэффициента размытости c_s . Для этого по полностью заполненным строкам матрицы наблюдений восстанавливается непараметрическая оценка x'_s вида:

$$x'_s = \frac{\sum_{i=1}^{s'} x_i \prod_{j=1}^m \Phi\left(\frac{u^j - u_i^j}{c_{s'}}\right)}{\sum_{i=1}^{s'} \prod_{j=1}^m \Phi\left(\frac{u^j - u_i^j}{c_{s'}}\right)}. \quad (1.6.1)$$

Работа на данном этапе ведется только по полностью заполненным строкам матрицы наблюдений «входных-выходных» переменных процесса (в таблице 1.5 эти строки выделены жирным шрифтом). Так как объем всей выборке равен s , то объем выборки «полных» наблюдений обозначим s' ($s' < s$).

Таблица 1.5 – Матрица наблюдений «входных-выходных» переменных процесса с пропусками

i	u				x
1	u_{11}	u_{21}	...	u_{m1}	x_1
2	u_{12}	u_{22}	...	u_{m2}	—
3	u_{13}	u_{23}	...	u_{m3}	—
4	u_{14}	u_{24}	...	u_{m4}	x_4
5	u_{15}	u_{25}	...	u_{m5}	—
6	u_{16}	u_{26}	...	u_{m6}	—
7	u_{17}	u_{27}	...	u_{m7}	x_7
8	u_{18}	u_{28}	...	u_{m8}	—
9	u_{19}	u_{29}	...	u_{m9}	—
...
s	u_{1s}	u_{2s}	...	u_{ms}	x_s

После восстановления оценки (1.6.1) согласно критерию (1.3.6) подбирается оптимальное значение коэффициента $c_{s'}$ по выборке, объемом s' .

Этап II. На втором этапе происходит заполнение пустых ячеек матрицы наблюдений с использованием оценки x'_s и оптимального значения коэффициента размытости $c_{s'}$, полученных этапе I. В тех строках, где наблюдения переменной

x пропущены, в оценку $x'_s(u_1, u_2, \dots, u_m)$ (1.6.1) в ядерную функцию $\prod_{j=1}^m \Phi\left(\frac{u^j - u_i^j}{c_{s'}}\right)$ вместо текущих значений u^j подставляем значения измеренных $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ и вычисляем соответствующую оценку x_s , которой восполняем недостающее наблюдение x (например, недостающая x_2 в представленной выше матрице наблюдений заполняется значением x_{s2}). После этого этапа матрица наблюдений принимает следующий вид:

Таблица 1.6 – Восстановленная матрица наблюдений «входных-выходных» переменных процесса

i	u				x
1	u_{11}	u_{21}	...	u_{m1}	x_1
2	u_{12}	u_{22}	...	u_{m2}	x_{s2}
3	u_{13}	u_{23}	...	u_{m3}	x_{s3}
4	u_{14}	u_{24}	...	u_{m4}	x_4
5	u_{15}	u_{25}	...	u_{m5}	x_{s5}
6	u_{16}	u_{26}	...	u_{m6}	x_{s6}
7	u_{17}	u_{27}	...	u_{m7}	x_7
8	u_{18}	u_{28}	...	u_{m8}	x_{s8}
9	u_{19}	u_{29}	...	u_{m9}	x_{s9}
...
s	u_{1s}	u_{2s}	...	u_{ms}	x_s

Этап III. Заключительный этап восстановления зависимости x от $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ состоит в построении непараметрической оценки по всей имеющейся (заполненной) матрице наблюдений объема s (таблица 1.6). При этом коэффициент размытости c_s настраивается по всей имеющейся выборке объема s еще раз, также по критерию (1.3.6).

Случайное расположение пропусков. Особый интерес задача заполнения матрицы наблюдений представляет в тех случаях, когда количество пропусков достаточно велико, располагаются они не равномерно, то есть в хаотичном порядке (как по входным, так и по выходным переменным), а объем исходной выборки не велик.

Рассмотрим матрицу наблюдений «входных-выходных» переменных процесса, представленную в таблице 1.7. Для данной матрицы принято следующее допущение: в каждой строке может находиться только одна незаполненная ячейка (пропуск). Сами пропуски располагаются в матрице случайно.

Таблица 1.7 – Матрица наблюдений с пропусками, расположенными случайно

<i>i</i>	<i>u</i>				<i>x</i>
1	u_{11}	u_{21}	...	u_{m1}	x_1
2	-	u_{22}	...	u_{m2}	x_2
3	u_{13}	u_{23}	...	u_{m3}	x_3
4	u_{14}	-	...	u_{m4}	x_4
5	u_{15}	u_{25}	...	u_{m5}	x_5
6	u_{16}	u_{26}	...	u_{m6}	x_6
7	u_{17}	-	...	u_{m7}	x_7
8	u_{18}	u_{28}	...	u_{m8}	x_8
9	u_{19}	u_{29}	...	-	x_9
...
<i>s</i>	u_{1s}	u_{2s}	...	u_{ms}	x_s

Принцип работы предлагаемой методики сохраняется. В случае различной дискретности контроля «входных-выходных» переменных процесса, мы знаем переменные, по которым присутствуют пропуски. Для рассматриваемой матрицы наблюдений (таблица 1.7), в зависимости от того, по какой из переменных мы имеем пропуск, оценка (1.6.1) может принимать вид:

$$u_{ks}(x, u) = \frac{\sum_{i=1}^s u_{ki} \Phi\left(\frac{x - x_i}{c_s}\right) \prod_{j=1, j \neq k}^m \Phi\left(\frac{u_j - u_{ji}}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^s u_{ki} \Phi\left(\frac{x - x_i}{c_s}\right) \prod_{j=1, j \neq k}^m \Phi\left(\frac{u_j - u_{ji}}{c_s}\right)}. \quad (1.6.2)$$

В зависимости от того, по какой переменной имеется пропуск, оценка (1.6.2) легко может быть изменена.

1.7. Идентификация безынерционных объектов с запаздыванием по выборкам с выбросами

Как уже было отмечено ранее (параграф 1.4), в задаче идентификации статических, стохастических объектов при наблюдении «входных-выходных» переменных могут возникать ситуации, когда измерение той или иной переменной осуществляется с многократной ошибкой типа «промах». Это может быть следствием неточных входных данных, погрешностей, вносимых на отдельных этапах измерений, погрешностей самих методов вычислений, сбоя оборудования, ошибки оператора и других причин. Наличие в матрице наблюдений подобных значений, естественно, затрудняет процесс построения модели. На рисунке 1.11 показан частный случай наличия в выборке выбросов. Здесь, как и ранее, u – входная переменная, x – выходная переменная. На рисунке показаны точки выборки $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1, s}$.

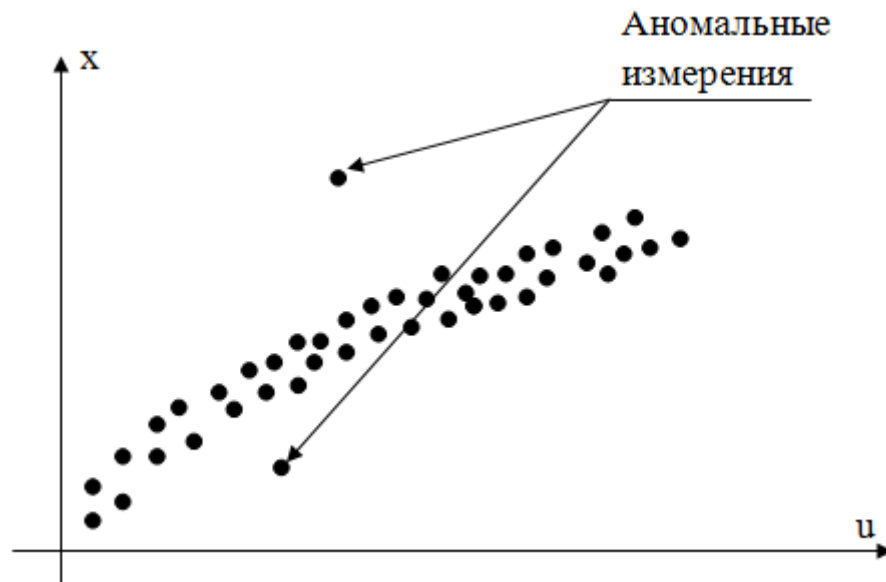


Рисунок 1.11 – Аномальные измерения в наблюдениях

Как видно из рисунка 1.11, часть точек отклоняется от основной массы наблюдений. Важен вопрос – являются ли эти аномальные измерения выбросами, либо это информативные точки выборки, которые несут в себе важные сведения о

ходе процесса. Второй, не менее важный вопрос, насколько должно отклониться значения признака, чтобы считать точку выбросом? В дальнейшей работе будем говорить только о точках, которые априорно будем считать выбросами.

Для борьбы с ошибками типа «промах», как известно, можно использовать методологию робастной статистики, разработанную Дж.П.Хьюбером [83, 84, 88]. Эти методы позволяют сглаживать влияние выброса на результат моделирования. Также существуют методы, позволяющие вовсе исключить выброс из исходной выборки [5].

Робастная оценка непараметрической функции регрессии по наблюдениям.

Непараметрическая оценка функции регрессии (1.3.1) является взвешенной оценкой и веса зависят от значений переменной u . Одинаковые веса придают оценке (1.3.1) вид:

$$x_s(u) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s x_i. \quad (1.7.1)$$

Это статистическое среднее выборочных значений $\{x_i, i = \overline{1, s}\}$, которое оценивает математическое ожидание случайной величины x [10, 21]. Оценка математического ожидания не является устойчивой (робастной), так как сильно реагирует на выделяющиеся измерения или выбросы. Одно такое значение будет вносить основной вклад в оценку, особенно при небольшом количестве наблюдений. Однако оценка медианы, которая удовлетворяет модульному критерию, является устойчивой к выбросам, так как представляет собой среднее по номеру в упорядоченной выборке, поэтому один выброс не может существенно изменить значение оценки.

Рекуррентная формула расчета робастной оценки функции регрессии имеет вид [67]:

$$x_s^{l+1}(u) = \sum_{i=1}^s \frac{\frac{F(x_i - x_s^l(u))}{(x_i - x_s^l(u))^2} \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right)}{\sum_{j=1}^s \frac{F(x_j - x_s^l(u))}{(x_j - x_s^l(u))^2} \Phi\left(\frac{u - u_j}{c_s}\right)} x_i. \quad (1.7.2)$$

где F – некоторая функция.

Робастные алгоритмы позволяют сгладить влияние выброса на результаты моделирования. При этом выброс остается в исходной выборке наблюдений. Рассмотрим методы, позволяющие вовсе исключить выброс из исходной выборки [91].

Методы исключения выбросов.

Наибольшее распространение получили аналитические методы исключения экстремальных наблюдений. Будем считать, что речь идет о максимальном наблюдении. Пусть $x_1 \leq \dots \leq x_s$ вариационный ряд выборки. Решающее правило для исключения экстремального члена вариационного ряда основано на статистике $T_s = (x - m_x)/\sigma_x$ где оценка математического ожидания m_x определяются как:

$$m_x = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s x_i, \quad (1.7.3)$$

а σ_x – это оценка среднеквадратичного отклонения

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{(s-1)} \sum_{i=1}^s (x_i - m_x)^2} \quad (1.7.4)$$

Распределение и процентные точки T_s изучались К. Пирсоном, Н.В. Смирновым, Ф. Граббсом [5]. Таблица критических значений T_s была рассчитана Граббсом [9]. Если T_s больше соответствующего критического значения, то гипотеза о наличии выброса принимается, если же T_s меньше критического значения, то со статистической точки зрения нет оснований говорить о наличии выбросов. Если в выборке подозревают несколько экстремальных значений, то критерий сначала применяется к максимальному из

них. Если оно признается выбросом, то его удаляют из выборки, и критерий, применяется к следующему по величине и т.д. до тех пор, пока не будет признано, что выбросов больше нет. Неустойчивость оценок m_x и σ_x к отклонениям распределения x_i от нормальности снижает практическую ценность изложенного критерия. Кроме того, одна из трудностей такого подхода состоит в том, что подозрительные наблюдения часто группируются близко друг к другу, образуя группу в стороне от основной массы наблюдений, что делает итерационную процедуру, основанную на использовании m_x и σ_x , нечувствительной к ним.

Еще один аналитический критерий одновременного исключения нескольких экстремальных наблюдений был предложен Г. Титьеном и Г. Муру [5]. Принято предположение, что выборка извлечена из нормальной совокупности. Решающее правило для исключения k наибольших членов вариационного ряда основано на статистике:

$$L_k = \frac{\sum_{i=1}^{s-k} (x_i - m_{xk})^2}{\sum_{i=1}^s (x_i - m_x)}, \quad (1.7.5)$$

где m_{xk} – среднее первых $s - k$ членов вариационного ряда, m_x – среднее всей совокупности. При наличии выбросов статистика L_k должна быть меньше критического предела, рассчитанного для нормального распределения.

Недостатком изложенного критерия является то, что он опирается на статистики, сильно зависящие от предположений нормальности, а также и то, что в практической работе k никогда заранее неизвестно, а оценивается по тем же данным, к которым затем применяется статистика m_x и σ_x .

Итак, для использования аналитических методов исключения аномальных измерений необходимо принять предположение о нормальном законе распределения точек выборки и задать количество выбросов. На практике это удается далеко не всегда.

Ниже предлагается методика анализа имеющейся выборки наблюдений, позволяющая исключить подобные аномальные измерения, используя непараметрическую оценку функции регрессии.

Методика исключения выброса из исходной выборки, основанная на непараметрических алгоритмах

Пусть входная переменная объекта представляет собой вектор $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$, а выход x , без нарушения общности, примем скаляром. В результате измерения «входных-выходных» переменных получаем выборку $(u_i, x_i, i = \overline{1, s})$, содержащую выбросы. В общем случае выбросы могут располагаться в матрице наблюдений хаотично, как по входным, так и по выходным переменным. На данном этапе исследований предполагалось их наличие лишь по выходной переменной x .

Предложенная методика включает в себя несколько этапов. На первом – по исходной выборке в режиме скользящего экзамена (не учитывается i -я пара измерений) строится непараметрическая оценка регрессии x_s по всей имеющейся выборке наблюдений (1.3.1). Находится оптимальное значение коэффициента c_s в соответствии с критерием (1.3.6).

Следующий этап поясним с помощью схематичного рисунка 1.12, показывающего зависимость выхода исследуемого объекта x от входа u . Черными полыми «кружками» показан объект, «крестиками» – точки непараметрической оценки (модель). В измерениях значений объекта присутствует выброс (обозначен черным «кружком»). Пунктирной линией выделена область выброса (сам выброс и ближайшие точки). Как видно из рисунка 1.12, в области выброса оценка достаточно груба и наблюдается значительное отклонение точек модели от точек объекта.

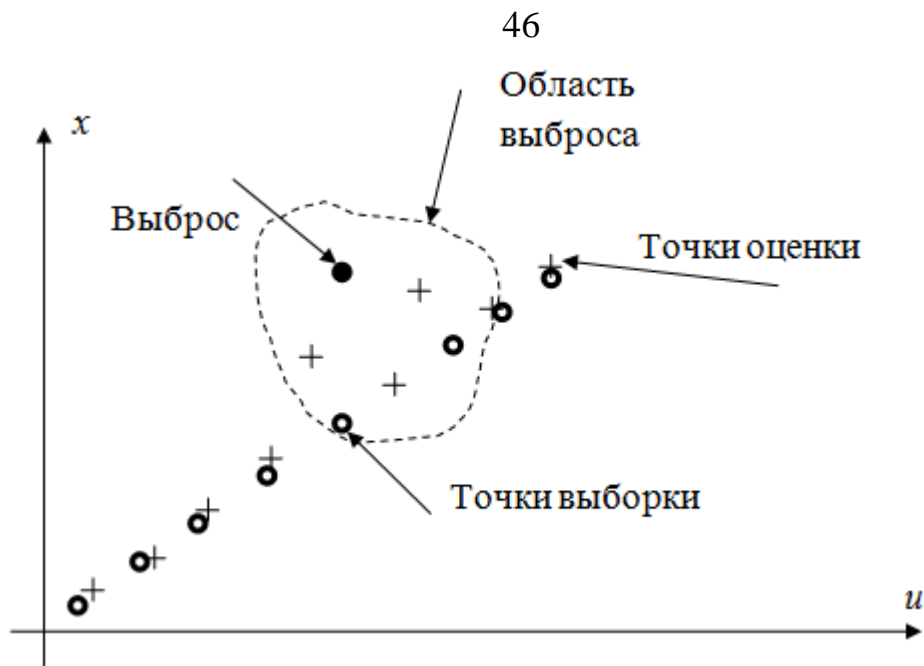


Рисунок 1.12 – Идентификация объекта по выборке, содержащей выброс

Обозначим разность между значением объекта x и его оценкой x_s за ε_s .
Найдем среднее значение ε_s по всей выборке, используя формулу:

$$\varepsilon_s = \frac{1}{s} \left(\sum_{i=1}^s |x_s(u_i) - x_i| \right), \quad i = \overline{1, s}, \quad (1.7.6)$$

где s – объем выборки.

Затем, для каждой точки выборки x_i проверяется выполнение следующего условия:

$$|x_s(u_i) - x_i| \geq \alpha \varepsilon_s, \quad (1.7.7)$$

где α – коэффициент, определяемый экспериментальным путем. Если условие выполняется, то точка x_i становится кандидатом на исключение из выборки. Формируется выборка, состоящая из точек, удовлетворяющих условию (1.7.7). Логично предположить, что под данное условие попадет точка, являющаяся выбросом и точки из ее окрестности. Из сформированной выборки находится точка с максимальным отклонением $|x_s(u_i) - x_i|$, $i = \overline{1, s}$. Эта точка объявляется выбросом и удаляется из исходной выборки.

1.8. Вычислительные эксперименты

Для исследования предлагаемых методик предварительной обработки данных проводились вычислительные эксперименты на основании ряда модельных задач [60].

Методика восстановления пропусков «входных-выходных» переменных матриц наблюдений с использованием непараметрических алгоритмов.

Пусть на вход объекта исследования подается векторное управляющее воздействие $u(t) = (u_1(t), u_2(t), u_3(t)) \in [0; 3]$. На выходе измеряется переменная $x(t)$, принятая скаляром. В общем виде схема объекта исследования представлена на рисунке 1.13.

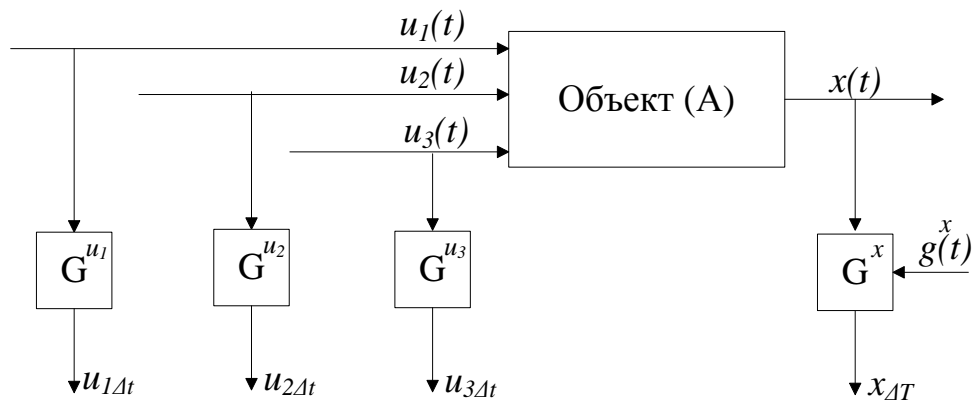


Рисунок 1.13 – Общая схема объекта исследования

Входная переменная процесса $u(t)$ измеряется с помощью блоков контроля G^u с дискретностью Δt , а выходная переменная процесса $x(t)$ измеряется с помощью блока контроля G^x с дискретностью ΔT , при этом $\Delta T = 3\Delta t$. То есть матрица наблюдений объекта для объема выборки s имеет вид, представленный в таблице 1.8.

Таблица 1.8 – Матрица наблюдений «входных-выходных» переменных исследуемого процесса

u			x
u_{11}	u_{21}	u_{31}	x_1
u_{12}	u_{22}	u_{32}	—
u_{13}	u_{23}	u_{33}	—
u_{14}	u_{24}	u_{34}	x_4
u_{15}	u_{25}	u_{35}	—
u_{16}	u_{26}	u_{36}	—
u_{17}	u_{27}	u_{37}	x_7
u_{18}	u_{28}	u_{38}	—
u_{19}	u_{29}	u_{39}	—
...
u_{1s}	u_{2s}	u_{3s}	x_s

На блок контроля G^x действует приложенная к выходу случайная помеха измерений $g^x(t)$, которая имеет нулевое математическое ожидание и ограниченную дисперсию.

Вход $u(t)$ был получен с помощью генератора случайных чисел в заданных интервалах по равномерному закону распределения. В качестве зависимости, описывающей в рамках вычислительного эксперимента поведение исследуемого объекта, было выбрано следующее уравнение:

$$x = 0.5u_1 + \sin(u_2) + u_3 + g^x. \quad (1.8.1)$$

Данная зависимость необходима для генерации исходных выборок вида $(u_i, x_i, i = \overline{1, s})$. В дальнейшем вид зависимости (1.8.1) предполагается неизвестным.

На рисунке 1.14 представлены характеристики объекта (1.8.1) в виде срезов по одной из входных переменных. Линией «1» представлен график зависимости выходной переменной $x(t)$ от входной переменной $u_1(t)$ при фиксированных значениях переменных $u_2(t)$ и $u_3(t)$. Линией «2» показана зависимость $x(u_2)$ при фиксированных $u_1(t)$ и $u_3(t)$, линией «3» – зависимость $x(u_3)$ при фиксированных $u_1(t)$ и $u_2(t)$ соответственно.

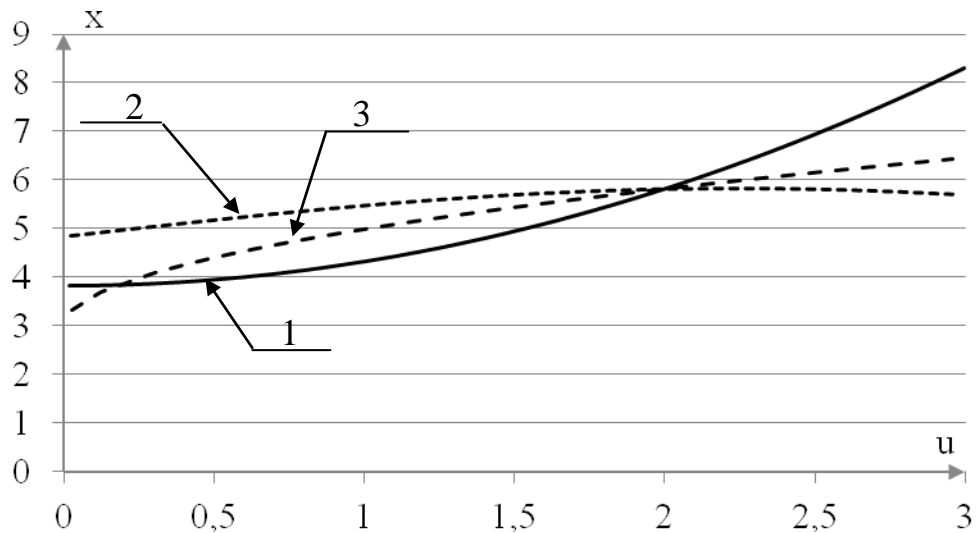


Рисунок 1.14 – Характеристика объекта исследования (1.7.1)

Как видно из рисунка 1.14, характер зависимости нелинейный. Случайная погрешность измерений $g^x(t)$ для каждого такта измерений i генерируется по следующей формуле:

$$g_i^x = x_i \cdot k \cdot \zeta, \quad (1.8.2)$$

где x_i – значение выхода $x(t)$ в i -ый такт измерений, k – коэффициент погрешности измерения (к примеру, для 5-ти % погрешности $k=0.05$), ζ – случайное число из интервала $[-1; 1]$.

В рамках вычислительно эксперимента мы имеем возможность сгенерировать изначально заполненную матрицу наблюдений, а затем внести в нее пропуски, тем самым получив таблицу 1.8.

Рассмотрим результаты вычислительного эксперимента, представленные на рисунке 1.15.

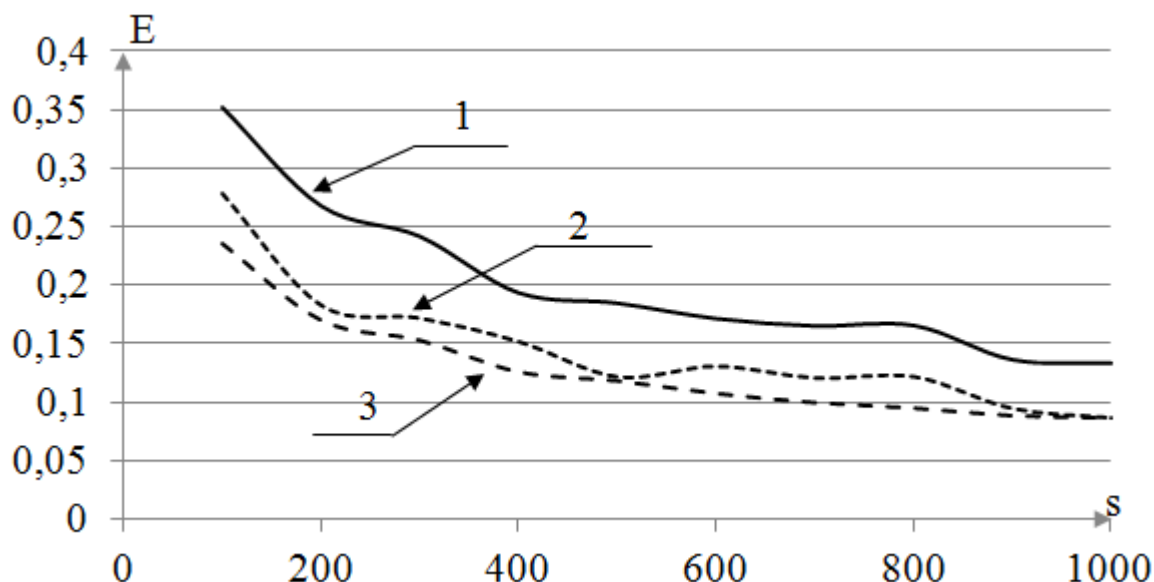


Рисунок 1.15 – Результаты вычислительного эксперимента, объект (1.7.1), в условиях без помех

Данные графики показывают зависимость относительной ошибки моделирования E от объема выборки s . Относительная ошибка при этом вычислялась в соответствии с формулой [61]:

$$E = \sqrt{\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (x_i - x_i^s)^2 / \sum_{i=1}^s \frac{1}{s-1} (m_x - x_i)^2}. \quad (1.8.3)$$

Модели строились с использованием непараметрической оценки функции регрессии (1.3.1). Эксперимент проводился для трех матриц наблюдения, которым соответствуют три графика на рисунке. График «1» соответствует построению оценки (1.3.1) по матрице наблюдений с пропусками (таблица 1.5). График «2» соответствует построению оценки (1.3.1) по восстановленной с помощью предлагаемой методике матрице наблюдений. Как видно из рисунка 1.15, оценка по восстановленной матрице наблюдений точнее, нежели по матрице наблюдений с пропусками. График «3» соответствует случаю оценивания по истинной матрице наблюдений без пропусков. Такой возможностью мы обладаем лишь в рамках вычислительного эксперимента. График «2» приближен к графику «3».

Результат аналогичного эксперимента, но при помехе в 5% ($k=0.05$ в формуле (1.8.2)) представлены в табличном виде (таблица 1.9).

Таблица 1.9 – Результаты вычислительного эксперимента для объекта (1.8.1) при помехе 5%

Объем выборки s	Е по матрице наблюдений с пропусками	Е по восстановленной матрице наблюдений	Е по истинной матрице наблюдений
100	0,356	0,225	0,242
200	0,29	0,22	0,188
300	0,244	0,16	0,172
400	0,234	0,141	0,156
500	0,21	0,144	0,148
600	0,2061	0,126	0,1439
700	0,1846	0,1304	0,1384
800	0,182	0,1154	0,1363
900	0,1805	0,1084	0,1326
1000	0,1626	0,1032	0,125

Как мы видим, помеха влияет на точность оценивания, но тенденция при этом сохраняется – оценивание по восстановленной матрице наблюдений точнее, чем по матрице наблюдений с пропусками.

Из таблицы видно, как зависит относительная ошибка моделирования E от объема выборки s . С увеличением объема выборки s ошибка E уменьшается. К примеру, для объема выборки $s=100$ (размер истинной матрицы наблюдений) ошибка E по восстановленной матрице наблюдений составила 0,225, а по матрице наблюдений с пропусками $E=0,356$ ($s^*=33$).

Результаты аналогичного эксперимента при помехе в 10% (коэффициент $k=0.1$ в формуле (1.7.2)) представлены в таблице 1.10.

Таблица 1.10 – Результаты вычислительного эксперимента для объекта (1.8.1) при помехе 10%

Объем выборки s	Е по матрице наблюдений с пропусками	Е по восстановленной матрице наблюдений	Е по истинной матрице наблюдений
100	0,479	0,314	0,302
200	0,313	0,2035	0,2465
300	0,293	0,1858	0,2347
400	0,2947	0,175	0,226
500	0,255	0,1586	0,22
600	0,242	0,1564	0,2118
700	0,2429	0,1483	0,2092
800	0,2439	0,1458	0,207
900	0,2366	0,1424	0,205
1000	0,2289	0,1357	0,2014

Как видно из таблицы 1.10, помеха оказала влияние на точность оценивания, но оценка по восстановленной матрице точнее, чем по матрице наблюдений с пропусками.

Рассмотрим, как эффективность работы предлагаемой методики зависит от количества пропусков в матрице наблюдений. В вычислительном эксперименте, как и ранее, использовался объект (1.7.1). Объем выборки был выбран $s=600$. В эксперименте мы увеличивали частоту пропусков. Изначально была заполнена каждая вторая строка, затем каждая третья и т.д. до каждой десятой строки. Оценка по выходной переменной $x(t)$ строилась по матрице наблюдений с пропусками, по восстановленной матрице наблюдений и по истинной матрице наблюдений, что возможно лишь в рамках вычислительного эксперимента. Результаты эксперимента представлены в таблице 1.11.

Таблица 1.11 – Влияние количества пропусков на эффективность методики

Заполнена каждая i-я строка	Е по матрице наблюдений с пропусками	Е по восстановленной матрице наблюдений	Е по истинной матрице наблюдений
2	0,146	0,1136	0,1102
3	0,1765	0,1409	0,1126
4	0,1816	0,1514	0,112
5	0,212	0,1634	0,1088
6	0,228	0,1844	0,105
7	0,2441	0,1642	0,1068
8	0,259	0,2157	0,1091
9	0,2799	0,1701	0,1049
10	0,268	0,232	0,1093

Естественно, что при увеличении пропусков в матрице наблюдений ошибка моделирования E по матрице с пропусками увеличивается. Но увеличивается ошибка моделирования и по восстановленной матрице. Это говорит о том, что с увеличением количества пропусков эффект от восстановления снижается. Однако, точность оценивания по восстановленной матрице наблюдений выше, чем по матрице с пропусками.

Рассмотрим, какое влияние на работу методики оказывают качественные свойства исследуемого объекта. Пусть объект описывается уравнением вида:

$$x = 0.5u_1^2 + \sin(u_2) + 2\sqrt{u_3} + g^x. \quad (1.8.4)$$

Характеристика объекта исследования представлена на рисунке:

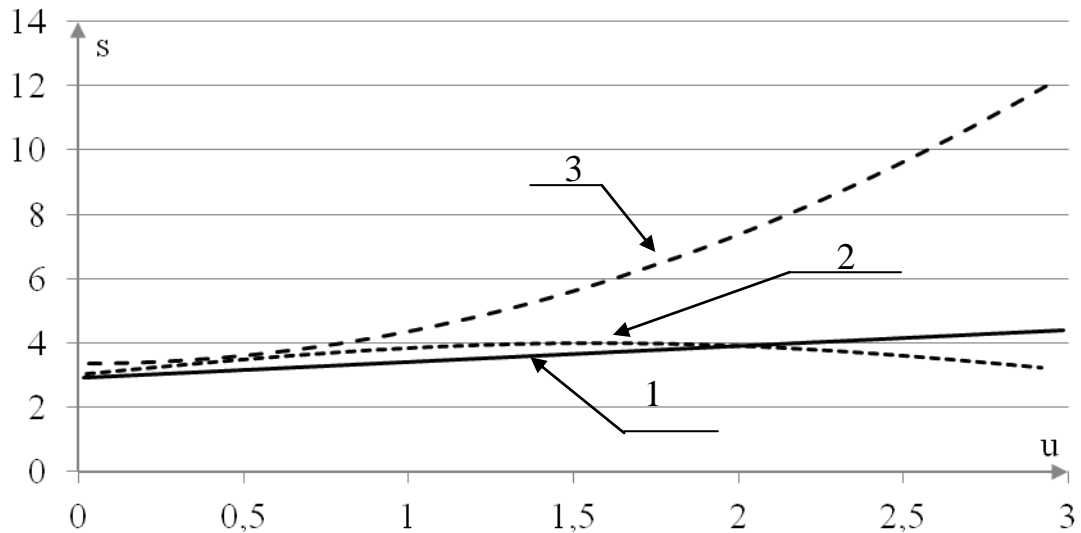


Рисунок 1.16 – Характеристика объекта исследования (1.8.3)

По сравнению с (1.8.1) это уравнение отличается большей степенью нелинейности. Как и ранее, проводился вычислительный эксперимент по выявлению зависимости относительной ошибки моделирования E от объема выборки s . Оценка выходной переменной $x(t)$ строилась по матрице наблюдений с пропусками (известна каждая третья строка), по заполненной матрице и по истинной матрице наблюдений, что возможно лишь в рамках вычислительного эксперимента. Результаты эксперимента представлены на рисунке 1.17.

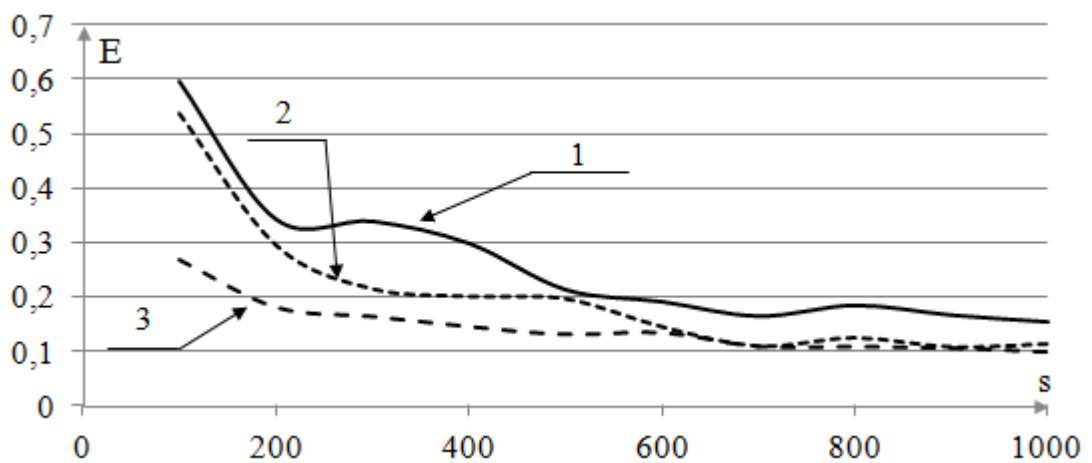


Рисунок 1.17 – Результаты вычислительного эксперимента, объект (1.8.3), в условиях без помех

На рисунке график «1» соответствует оцениванию по матрице наблюдений с пропусками, график «2» – оценивание по заполненной матрице, график «3» – оценивание по истинной матрице наблюдений. Как видно из графика, эффект от заполнения матрицы при увеличении степени нелинейности исследуемого процесса сохраняется – оценивание по заполненной матрице наблюдений точнее, чем по матрице с пропусками для различных объемов выборок. Но если в случае объекта (1.7.1) оценка по восстановленной матрице почти совпадает с оценкой по истинной матрице, то здесь оценка по восстановленной матрице более грубая. Таким образом, качественные свойства объекта оказывают влияние на работу методики. Результаты эксперимента при помехе в 5% ($k=0.01$ в формуле (1.8.2)) представлены в таблице 1.12.

Таблица 1.12 – Результаты вычислительного эксперимента для объекта (1.8.3) при помехе 10%

Объем выборки s	Е по матрице наблюдений с пропусками	Е по восстановленной матрице наблюдений	Е по истинной матрице наблюдений
100	0,82	0,616	0,281
200	0,494	0,347	0,284
300	0,386	0,213	0,183
400	0,222	0,146	0,168
500	0,294	0,146	0,157
600	0,271	0,177	0,169
700	0,213	0,129	0,149
800	0,221	0,134	0,141
900	0,212	0,138	0,139
1000	0,175	0,115	0,136

Как видно из таблицы, помеха оказывает влияние на точность оценивания, однако общая тенденция сохраняется – работа по восстановленной матрицей наблюдений дает лучший результат.

Таким образом, работа предлагаемой методики зависит от нескольких факторов:

- объем выборки;
- количество пропусков в выборке наблюдений;
- уровень помех в каналах измерений;
- качественные свойства объекта исследования.

Данные параметры индивидуальны для каждой практической задачи и исследователь сам принимает решение, удовлетворяют ли его результаты работы методики в конкретном случае.

Удаление выбросов из исходной матрицы наблюдений «входных-выходных» переменных процесса

Пусть исследуемый объект описывается зависимостью вида:

$$x = \sin(4u) + g^x, \quad (1.8.5)$$

где x – выходная переменная объекта, u – входная переменная, g^x – помеха, приложенная к выходу объекта. Мы имеем выборку наблюдений вида $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1, s}$, где объем выборки $s=100$. Входная переменная u сгенерирована по формуле:

$$u_i = 0.05i. \quad (1.8.6)$$

Пусть выборка наблюдений содержит в себе два выброса $x_{20}=4$ и $x_{50}=4$. Построим непараметрическую модель по данной выборке наблюдений. Результаты представлены на рисунке 1.18.

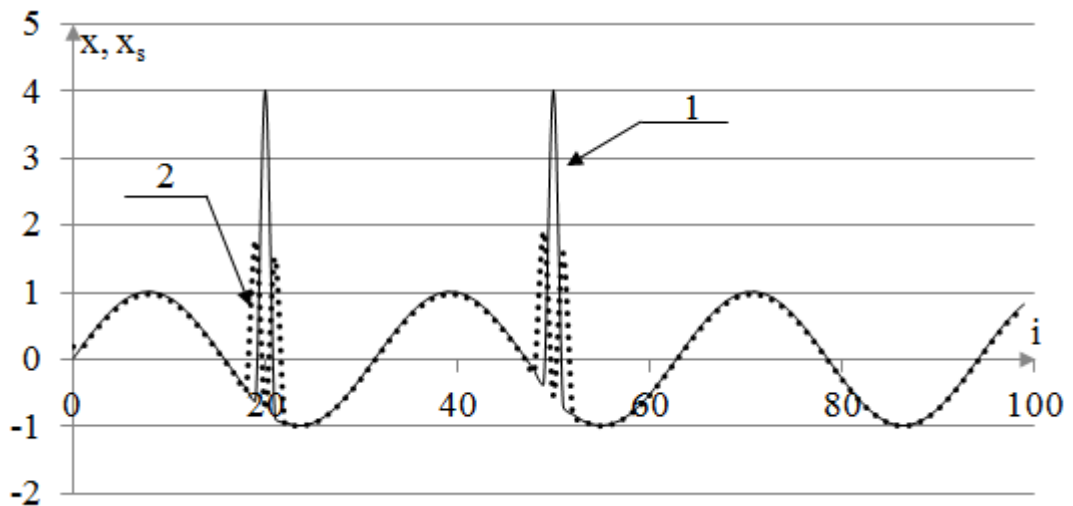


Рисунок 1.18 – Результаты оценивания по выборке с двумя выбросами

Здесь и далее график 1 показывает поведение объекта (сплошная линия), а график 2 показывает непараметрическую оценку функции регрессии по наблюдениям (пунктирная линия). Как мы видим, наблюдения содержат два выброса, которые резко выделяются на общем фоне. Из рисунка видно, что оценка в районе выбросов достаточно груба. Точность оценивания определялась с помощью абсолютной ошибки моделирования, формула которой представлена ниже:

$$E = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s |x_i - x_{si}|. \quad (1.8.7)$$

В данном эксперименте абсолютная ошибка равна $E=0.2$. После применения предлагаемой методики, из выборки наблюдений были исключены выбросы, т.е. наблюдения $x_{20}=4$ и $x_{50}=4$. Тем самым мы сократили объем выборки s до 98. Результаты моделирования после применения предложенной методики представлены на рисунке 1.19.

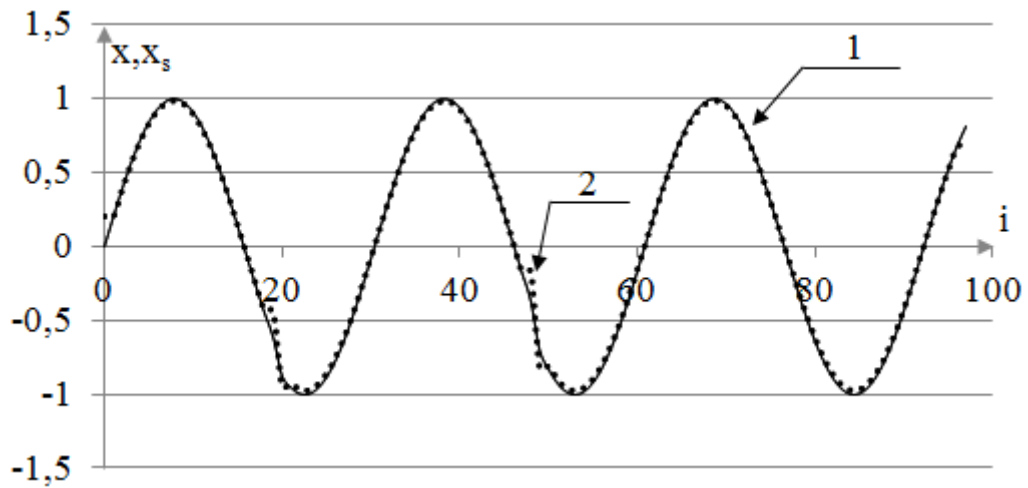


Рисунок 1.19 – Результаты оценивания после применения предлагаемой методики

Из графиков видно, что оценка после исключения выбросов точнее и абсолютная ошибка составила $E=0.02$.

Пусть к выходу объекта приложена помеха 5% по формуле (1.8.2). Объект также описывается уравнением (1.8.4) и мы имеем выборку наблюдений $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1,100}$, где $x_{50}=2$ – выброс. Результаты моделирования представлены на рисунке 1.20.

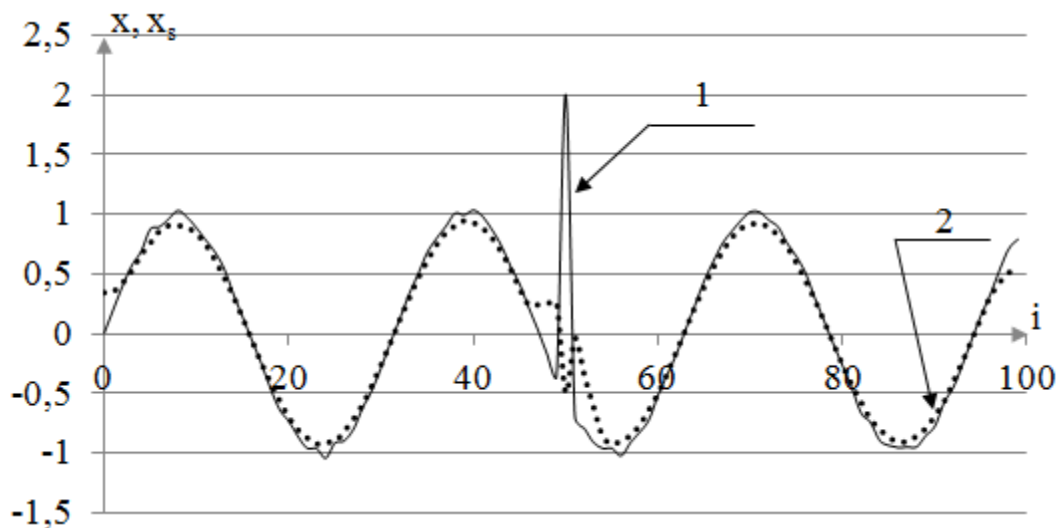


Рисунок 1.20 – Оценивание по выборке с выбросами при помехе, приложенной к выходу

Абсолютная ошибка моделирования составила $E = 0.1$. Оценивание в области выброса грубое. Применив к выборке предлагаемую методику, мы исключили из выборки выброс $x_{50}=2$, тем самым сократив объем выборки $s = 99$. Результаты моделирования представлены на рисунке 1.21.

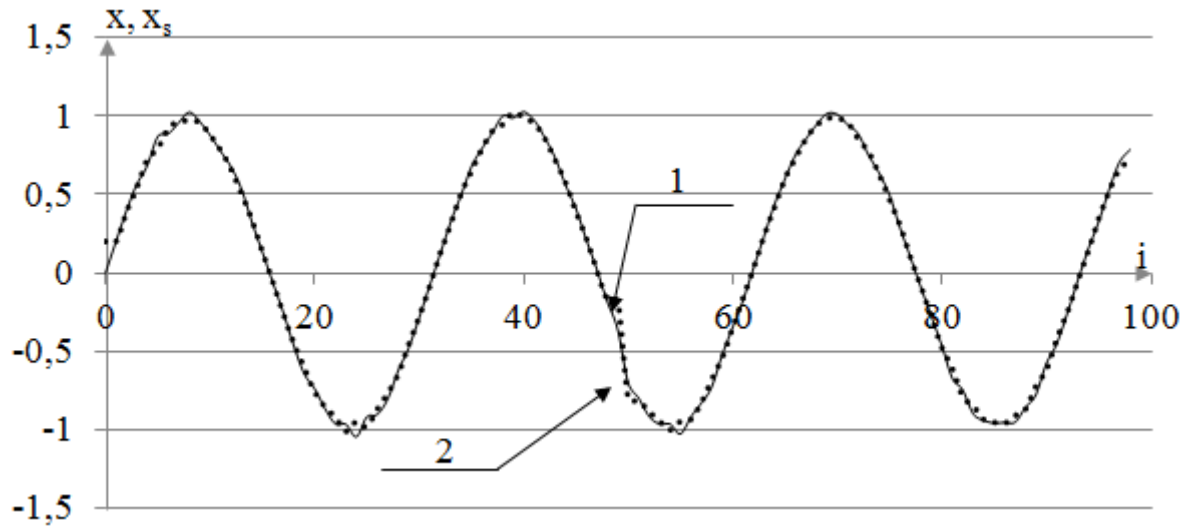


Рисунок 1.21 – Результаты оценивания после применения предлагаемой методики при помехе, приложенной к выходу

После исключения из выборки выброса абсолютная ошибка уменьшилась и составила $E=0,027$.

Рассмотрим модельную задачу, когда входная переменная u – случайное число из диапазона $[0;3]$, распределенное по равномерному закону. Пусть $s = 500$, и в выборке два выброса $x_{100}=4$ и $x_{300}=4$. Результаты моделирования представлены на нижеследующем рисунке.

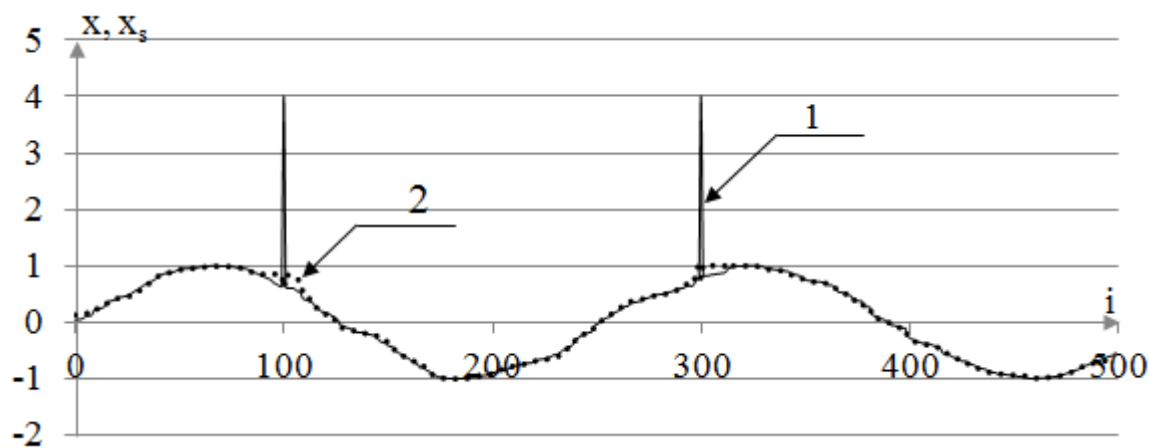


Рисунок 1.22 – Результаты оценивания по выборке с выбросами при случайном входе

Абсолютная ошибка моделирования составила $E=0.042$. Результаты моделирования после применения предлагаемой методики представлены на рисунке 1.23.

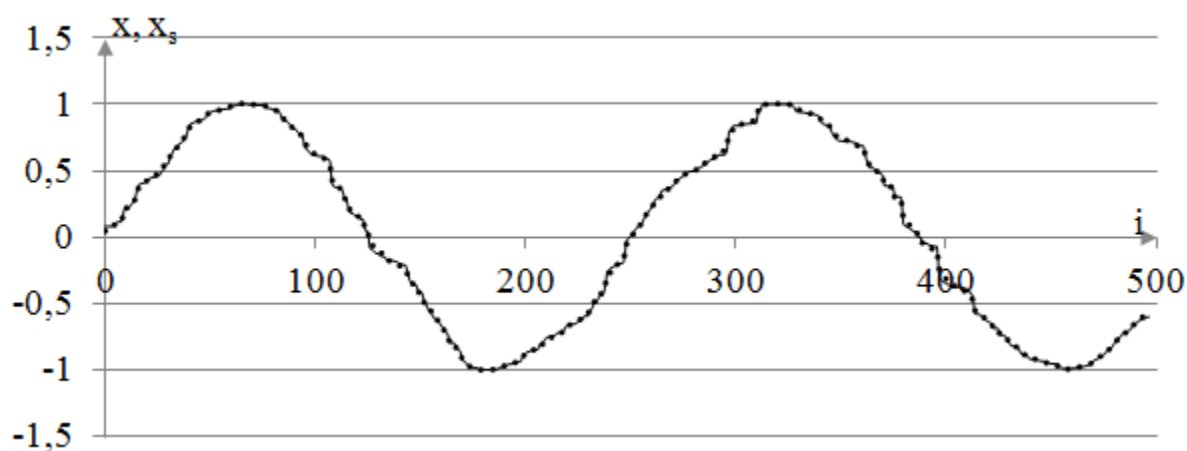


Рисунок 1.23 – Результаты оценивания после применения предлагаемой методики при случайном входе

Применение предлагаемой методики позволило исключить из выборки выбросы и сократить абсолютную ошибку моделирования до $E=0,007$.

Рассмотрим случай, когда в выборке два выброса расположены рядом друг с другом. Пусть мы имеем выборку наблюдений $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1,100}$, которая содержит

в себе два выброса $x_{40}=2$ и $x_{41}=3$. Входная переменная генерируется по закону (1.7.4). Результаты моделирования представлены на рисунке 1.24.

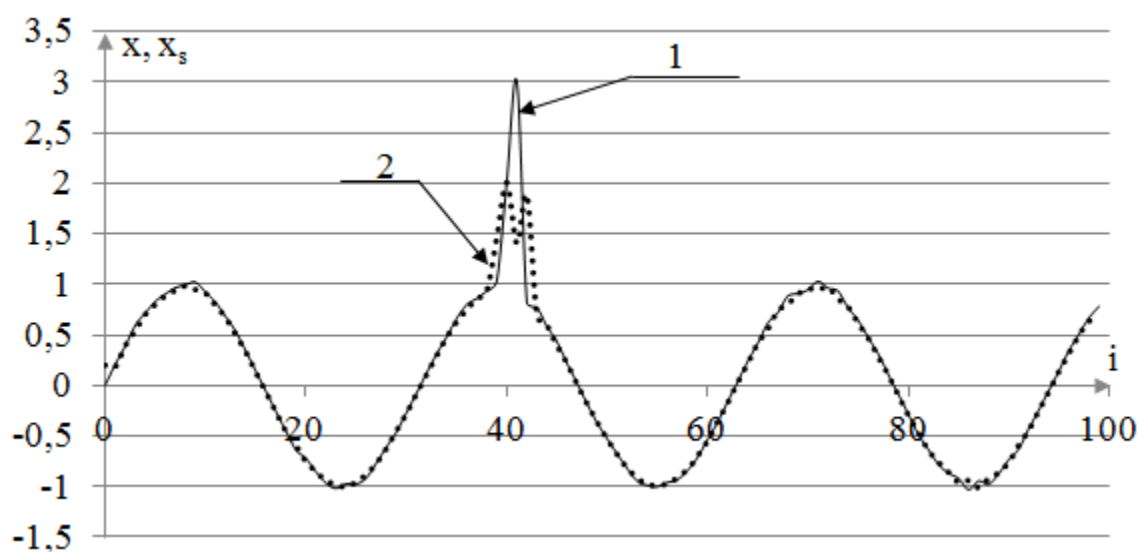


Рисунок 1.24 – Результаты моделирования при наличии в выборке двух выбросов, близко расположенных друг к другу

Абсолютная ошибка моделирования составила $E=0,054$. После применения предлагаемой методики и исключения из исходной выборки выбросов ошибка сократилась $E=0,0249$. Результаты моделирования представлены на рисунке 1.25.

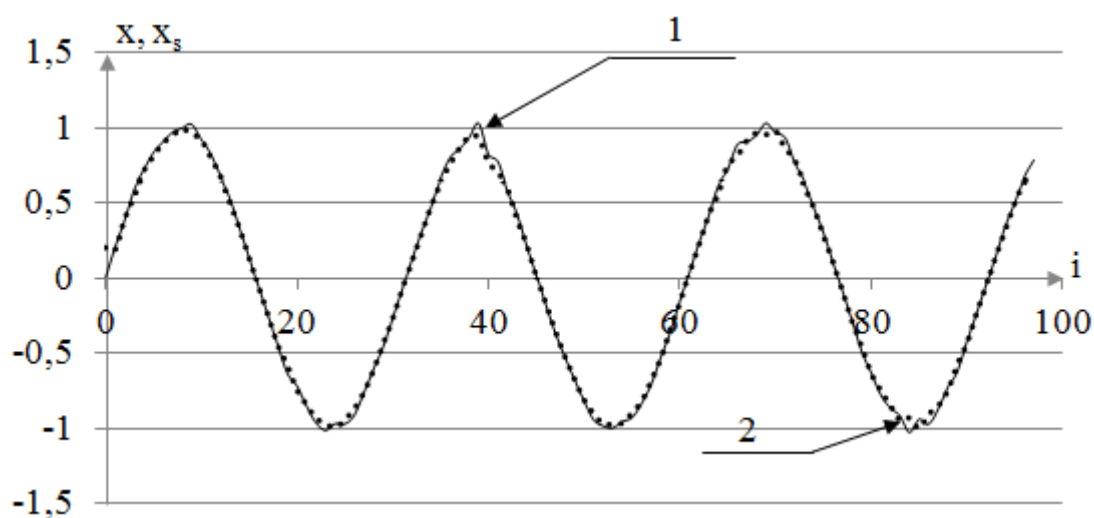


Рисунок 1.25 – Результаты моделирования после исключения выбросов

Рассмотрим случай, когда на вход объекта подается векторная переменная $u = (u_1, u_2)$. Выходная переменная описывается уравнением:

$$x = 0.5u_1 + 0.5u_2 + g^x. \quad (1.8.8)$$

Пусть мы имеем выборку наблюдений $\{u_{1i}, u_{2i}, x_i\}, i = \overline{1, 100}$, которая содержит в себе выброс $x_{30} = 4$. Была построена непараметрическая оценка функции регрессии по наблюдением объекта. Результаты представлены на рисунке 1.26.



Рисунок 1.26 – Результаты моделирования при векторном входе

На рисунке черные точки соответствуют объекту, а серые – непараметрической модели. Показана точка выброса. Из рисунка видно, что в области выброса оценка груба. Абсолютная ошибка моделирования составляет $E=0,118$.

Результаты моделирования после применения предлагаемой методики представлены на рисунке 1.27.

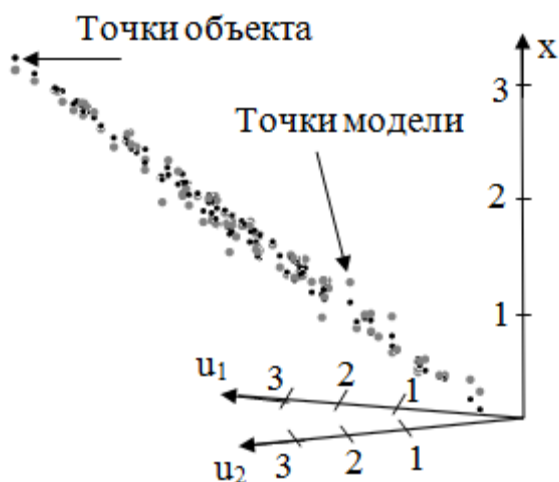


Рисунок 1.27 – Результаты моделирования при векторном входе после применения предлагаемой методики

Применение предлагаемой методики позволило исключить из выборки наблюдений объекта выброс и сократить абсолютную ошибку моделирования $E = 0,05$.

Выводы

В первой главе диссертационной работы описан класс исследуемых процессов. Объектом исследования выбраны безынерционные дискретно-непрерывные процессы с запаздыванием в условиях неполной априорной информации.

Основное внимание в первой главе уделено вопросу первичного анализа данных. Как известно, точность решения задачи идентификации зависит от качества исходных данных, которые могут содержать в себе некоторые недостатки, например, пропуски и выбросы. Пропуски и выбросы в данных снижают точность решения задачи идентификации. В целях повышения точности решения задачи идентификации рассмотрено две задачи – задача заполнения пропусков «входных-выходных» переменных матриц наблюдений и задача удаления выбросов из исходной выборки.

Задача восстановления пропусков «входных-выходных» переменных в матрицах наблюдений решалась в условиях малой априорной информации. Предложена методика восстановления пропусков, основанная на непараметрических алгоритмах оценки функции регрессии. В ходе вычислительных экспериментов установлено, что применение предложенной методики позволяет повысить точность решения задачи идентификации. На точность восстановления влияют: объем исходной выборки, помехи, действующие в каналах измерений, количество пропусков в данных и качественные свойства исследуемого процесса. Естественно, что при малых объемах выборки, при наличии большого количества пропусков эффективность применения методики снижается. Однако, значения этих показателей индивидуальны для каждой частной задачи.

Выбросы в данных также оказывают негативное влияние на точность решения задачи идентификации. Существующие робастные алгоритмы позволяют лишь ослабить влияние выброса на результаты оценивания. Большинство существующих методов удаления выбросов требуют нормального распределения данных. В этой связи предложена методика исключения выбросов из исходной выборки наблюдений, основанная на непараметрической оценке функции регрессии по наблюдениям. Данная методика позволяет исключать из выборки наблюдений выбросы. Вычислительные эксперименты показали, что предлагаемая методика позволяет повысить точность решения задачи идентификации. Методика показала свою эффективность при наличии выбросов как по входным переменным, так и по выходным.

ГЛАВА 2 НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ И Н-АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИИ РЕГРЕССИИ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ С ОШИБКАМИ

2.1 Асимптотические свойства непараметрических оценок функции регрессии

Пусть (x, u) – случайная величина со значениями в пространстве $\Omega(x, u) \subset R^2$, $p(x, u) > 0$ – плотность распределения двумерной случайной величины (x, u) , она неизвестна. Пусть $(x_1, u_1), (x_2, u_2), \dots, (x_s, u_s)$ – выборка из s статически независимых наблюдений двумерной случайной величины (x, u) .

Непараметрическая оценка плотности вероятности $p(u) > 0$ имеет вид [22]:

$$p_s(u) = \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right), \quad (2.1.1)$$

где функция $\Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right)$ и параметр c_s (коэффициент размытости) таковы, что удовлетворяют условиям сходимости (1.3.7). В дальнейшем примем, что ядерная функция треугольного вида, т.е. описывается следующей системой уравнений (1.3.8).

Непараметрическая оценка функции регрессии $M(u | x)$ имеет вид:

$$x_s(u) = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right)}, \quad (2.1.2)$$

где знаменатель – это непараметрическая оценка плотности вероятности $p_s(u)$ с точностью до $\frac{1}{sc_s}$, $p(u) > 0$, а числитель обозначим как $\varphi_s(u)$.

Обычно для доказательства асимптотических свойств вышперечисленных оценок требуется выполнение условий дифференцируемости, что требует предположения о наличии вторых производных [18, 37]. В предложенной схеме

доказательства сходимости этот этап отсутствует, а необходимо лишь предположение о непрерывности функции.

Лемма 1. Пусть функция $\Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)$ и параметр размытости c_s удовлетворяют условиям сходимости и свойству: $c_s^{-1} \int_{\Omega(u)} \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) du = 1$, тогда непараметрическая оценка функции регрессии является асимптотически несмещенной:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} M\{x_s(u)\} = x(u), \quad \forall u \in \Omega(u).$$

Доказательство леммы 1.

Непараметрическая оценка функции регрессии $x_s(u)$ имеет следующий вид:

$$x_s(u) = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)}. \quad (2.1.3)$$

Введем замену: заменим $x_s(u)$ на $x(u)$, получаем:

$$x(u) \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) - \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) = f(u). \quad (2.1.4)$$

Перенесем второе слагаемое в правую часть и возьмем математическое ожидание от обеих частей:

$$M\left\{x(u) \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)\right\} \approx M\left\{\frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)\right\}. \quad (2.1.5)$$

Воспользовавшись свойствами математического ожидания, получаем:

$$x(u) \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s M\left\{\Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)\right\} \approx \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s M\left\{x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)\right\}, \quad (2.1.6)$$

$$x(u) \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s \int_{u-c_s}^{u+c_s} \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) p(u_i) du_i \approx \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s \int_{u-c_s}^{u+c_s} x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) p(u_i) du_i. \quad (2.1.7)$$

Так как $p(u_1) = p(u_2) = \dots = p(u_i) = p(t)$ и $x(u_1) = x(u_2) = \dots = x(u_i) = x(u)$, то имеем s одинаковых интегралов:

$$x(u) \frac{1}{c_s} \int_{u-c_s}^{u+c_s} \Phi\left(\frac{u-t}{c_s}\right) p(t) dt \approx \frac{1}{c_s} \int_{u-c_s}^{u+c_s} x(t) \Phi\left(\frac{u-t}{c_s}\right) p(t) dt. \quad (2.1.8)$$

Из теоремы о среднем следует:

$$x(u) \frac{1}{c_s} \int_{u-c_s}^{u+c_s} \Phi\left(\frac{u-t}{c_s}\right) p(t) dt \approx x(\theta) \frac{1}{c_s} \int_{u-c_s}^{u+c_s} \Phi\left(\frac{u-t}{c_s}\right) p(t) dt, \quad (2.1.9)$$

где $\theta \in [u \pm c_s]$.

После преобразований получаем, что

$$x(u) \approx x(\theta). \quad (2.1.10)$$

При $s \rightarrow \infty$: т.к. $\lim_{s \rightarrow \infty} c_s = 0$, то $\theta = u$, т.е.

$$\lim_{s \rightarrow \infty} x(\theta) = x(u). \quad (2.1.11)$$

Для того, чтобы доказать лемму, произведем следующие преобразования:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} x(\theta) = \lim_{s \rightarrow \infty} x(u). \quad (2.1.12)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} x(u) \frac{1}{c_s} \int_{u-c_s}^{u+c_s} \Phi\left(\frac{u-t}{c_s}\right) p(t) dt = \lim_{s \rightarrow \infty} x(\theta) \frac{1}{c_s} \int_{u-c_s}^{u+c_s} \Phi\left(\frac{u-t}{c_s}\right) p(t) dt, \quad (2.1.13)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} x(u) \frac{1}{c_s} \int_{u-c_s}^{u+c_s} \Phi\left(\frac{u-t}{c_s}\right) p(t) dt = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{c_s} \int_{x-c_s}^{x+c_s} x(t) \Phi\left(\frac{u-t}{c_s}\right) p(t) dt, \quad (2.1.14)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} x(u) \frac{1}{s c_s} \sum_{i=1}^s \int_{u-c_s}^{u+c_s} \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) p(u_i) du_i = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s c_s} \sum_{i=1}^s \int_{x-c_s}^{x+c_s} x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) p(u_i) du_i, \quad (2.1.15)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} x(u) \frac{1}{s c_s} \sum_{i=1}^s \mathbf{M} \left\{ \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) \right\} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s c_s} \sum_{i=1}^s \mathbf{M} \left\{ x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) \right\}, \quad (2.1.16)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{M} \left\{ x(u) \frac{1}{s c_s} \sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) \right\} = \lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{M} \left\{ \frac{1}{s c_s} \sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) \right\}, \quad (2.1.17)$$

$$x(u) \lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{M} \left\{ \frac{1}{s c_s} \sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) \right\} = \lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{M} \left\{ \frac{1}{s c_s} \sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) \right\}, \quad (2.1.18)$$

$$x(u) = \frac{\lim_{s \rightarrow \infty} M \left\{ \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s x_i \Phi \left(\frac{u - u_i}{c_s} \right) \right\}}{\lim_{s \rightarrow \infty} M \left\{ \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s \Phi \left(\frac{u - u_i}{c_s} \right) \right\}}. \quad (2.1.19)$$

По свойству пределов $\frac{\lim_{s \rightarrow \infty} u}{\lim_{s \rightarrow \infty} x} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{u}{x}$ получаем:

$$x(u) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{M \left\{ \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s x_i \Phi \left(\frac{u - u_i}{c_s} \right) \right\}}{M \left\{ \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s \Phi \left(\frac{u - u_i}{c_s} \right) \right\}}. \quad (2.1.20)$$

Учитывая, что $\varphi_s(u) = \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s x_i \Phi \left(\frac{u - u_i}{c_s} \right)$ и $p_s(u) = \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s \Phi \left(\frac{u - u_i}{c_s} \right)$, имеем:

$$x(u) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{M\{\varphi_s(u)\}}{M\{p_s(u)\}}. \quad (2.1.21)$$

Докажем, что $\lim_{s \rightarrow \infty} M\{x_s(u)\} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{M\{\varphi_s(u)\}}{M\{p_s(u)\}}$.

Рассмотрим следующее тождество:

$$\frac{1}{p_s(u)} = \frac{1}{p_s(u)} + \frac{1}{M\{p_s(u)\}} - \frac{1}{M\{p_s(u)\}} = \frac{1}{M\{p_s(u)\}} - \frac{p_s(u) - M\{p_s(u)\}}{p_s(u)M\{p_s(u)\}}. \quad (2.1.22)$$

Умножим обе части выражения на $\varphi_s(u)$ и возьмем от полученного выражения математическое ожидание:

$$M \left\{ \frac{\varphi_s(u)}{p_s(u)} \right\} = M \left\{ \frac{\varphi_s(u)}{M\{p_s(u)\}} \right\} - M \left\{ \frac{\varphi_s(u)(p_s(u) - M\{p_s(u)\})}{p_s(u)M\{p_s(u)\}} \right\}. \quad (2.1.23)$$

Поскольку $x_s(u) = \frac{\varphi_s(u)}{p_s(u)}$, а в знаменателях слагаемых при фиксированном u $M\{p_s(u)\}$ является константой и ее можно вынести за знак математического ожидания, то:

$$M\{x_s(u)\} = \frac{M\{\varphi_s(u)\}}{M\{p_s(u)\}} - \frac{M\{x_s(u) - (p_s(u) - M\{p_s(u)\})\}}{M\{p_s(u)\}}. \quad (2.1.24)$$

При $s \rightarrow \infty$ имеем:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} M\{x_s(u)\} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{M\{\varphi_s(u)\}}{M\{p_s(u)\}} - \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{M\{x_s(u) - (p_s(u) - M\{p_s(u)\})\}}{M\{p_s(u)\}}. \quad (2.1.25)$$

Слагаемое $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{M\{x_s(u) - (p_s(u) - M\{p_s(u)\})\}}{M\{p_s(u)\}}$ в силу независимости

наблюдений u_1, u_2, \dots, u_s и ограниченности функций обращается в ноль [40].

Следовательно:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} M\{x_s(u)\} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{M\{\varphi_s(u)\}}{M\{p_s(u)\}}. \quad (2.1.26)$$

Следовательно $\lim_{s \rightarrow \infty} M\{x_s(u)\} = x(u)$. Таким образом, лемма доказана.

Аналогично выглядит доказательство леммы, когда в непараметрической оценке функции регрессии, типа оценки $x_s(u)$, вместо функции $\Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)$ имеем

произведение n функций $\Phi_1\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)\Phi_2\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)\dots\Phi_n\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)$, где $n > 1$ и все n функций удовлетворяют условиям сходимости (1.3.7).

Теорема. Пусть функция $\Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)$ и параметр размытости c_s

удовлетворяют условиям сходимости и свойству: $c_s^{-1} \int_{\Omega(u)} \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) du = 1$, тогда

непараметрическая оценка функции регрессии сходится в среднеквадратическом:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} M\{(x_s(u) - x(u))^2\} = 0, \quad \forall u \in \Omega(u).$$

Доказательство Теоремы. Произведем ряд преобразований:

$$\begin{aligned} M\{(x_s(u) - x(u))^2\} &= M\{x_s^2(u) - 2x_s(u)x(u) + x^2(u)\} = \\ &= M\{x_s^2(u)\} - 2x(u)M\{x_s(u)\} + M\{x^2(u)\}. \end{aligned} \quad (2.1.27)$$

Прибавим и отнимем $2(M\{x_s(u)\})^2$:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{M}\{x_s^2(u)\} - 2x(u)\mathbb{M}\{x_s(u)\} + \mathbb{M}\{x^2(u)\} - 2(\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 + 2(\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 = \\
& = \left(\mathbb{M}\{x_s^2(u)\} - 2(\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 + (\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 \right) + \\
& + \left(\mathbb{M}\{x^2(u)\} - 2x(u)\mathbb{M}\{x_s(u)\} + (\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 \right) = \\
& = \left(\mathbb{M}\{x_s^2(u) - 2x_s(u)\mathbb{M}\{x_s(u)\} + (\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 \right) + \\
& + \left(\mathbb{M}\{x^2(u)\} - 2\mathbb{M}\{x(u)\}\mathbb{M}\{x_s(u)\} + (\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 \right) = \\
& = \left(\mathbb{M}\{(x_s(u) - \mathbb{M}\{x_s(u)\})^2\} \right) + (\mathbb{M}\{x(u)\} - \mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 = \\
& = \left(\mathbb{M}\{(x_s(u) - \mathbb{M}\{x_s(u)\})^2\} \right) + (\mathbb{M}\{x(u) - x_s(u)\})^2.
\end{aligned} \tag{2.1.28}$$

Получаем, что

$$\mathbb{M}\{(x_s(u) - x(u))^2\} = \left(\mathbb{M}\{(x_s(u) - \mathbb{M}\{x_s(u)\})^2\} \right) + (\mathbb{M}\{x(u) - x_s(u)\})^2. \tag{2.1.29}$$

Необходимо доказать следующее:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} (\mathbb{M}\{x(u) - x_s(u)\})^2 = 0 \tag{2.1.30}$$

и

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \left(\mathbb{M}\{(x_s(u) - \mathbb{M}\{x_s(u)\})^2\} \right) = 0. \tag{2.1.31}$$

Тождество (2.1.30) верно вследствие Леммы 1, т.к. $\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbb{M}\{x_s(u)\} = x(u)$.

Докажем верность тождества (2.1.31):

$$\begin{aligned}
& \mathbb{M}\{(x_s(u) - \mathbb{M}\{x_s(u)\})^2\} = \mathbb{M}\{x_s^2(u) - 2x_s(u)\mathbb{M}\{x_s(u)\} + (\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2\} = \\
& = \mathbb{M}\{x_s^2(u) - 2(\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 + (\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2\} = \mathbb{M}\{x_s^2(u)\} - 2(\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 + \\
& + (\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 = \mathbb{M}\{x_s^2(u)\} - (\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2.
\end{aligned} \tag{2.1.32}$$

Рассмотрим каждое из слагаемых в отдельности:

$$\mathbb{M}\{x_s^2(u)\} = \mathbb{M}\left\{ \frac{\left[\sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right) \right]^2}{\left[\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right) \right]^2} \right\} = \frac{\mathbb{M}\left\{ \left[\sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right) \right]^2 \right\}}{\mathbb{M}\left\{ \left[\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right) \right]^2 \right\}} + o_s. \tag{2.1.33}$$

В пределе при $s \rightarrow \infty$:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbb{M}\{x_s^2(u)\} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\mathbb{M}\{\varphi_s^2(u)\}}{\mathbb{M}\{p_s^2(u)\}} = \frac{\varphi^2(u)}{p^2(u)} = x^2(u). \tag{2.1.34}$$

$$(\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 = \left(\mathbb{M} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{x-x_i}{c_s}\right)} \right\} \right)^2 = \left(\frac{\mathbb{M} \left\{ \sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) \right\}}{\mathbb{M} \left\{ \sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) \right\}} \right)^2 + o_s. \quad (2.1.35)$$

В пределе при $s \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \infty} (\mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 &= \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{\mathbb{M} \left\{ \sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) \right\}}{\mathbb{M} \left\{ \sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right) \right\}} \right)^2 = \\ &= \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{\varphi_s(u)}{p_s(u)} \right)^2 = \lim_{s \rightarrow \infty} (x_s(u))^2 = x^2(u). \end{aligned} \quad (2.1.36)$$

Таким образом, получаем, что

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbb{M} \left\{ (x_s(u) - \mathbb{M}\{x_s(u)\})^2 \right\} = x^2(u) - x^2(u) = 0.$$

Теорема доказана.

Аналогично выглядит доказательство теоремы, когда в непараметрической оценке функции регрессии, типа оценки $x_s(u)$, вместо функции $\Phi\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)$ имеем произведение n функций $\Phi_1\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)\Phi_2\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)\dots\Phi_n\left(\frac{u-u_i}{c_s}\right)$, где $n > 1$ и все n функций удовлетворяют условиям сходимости (1.3.7).

2.2 Оценка функции регрессии на границе

Пусть дана статистически независимая выборка $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1, s}$ двумерной случайной величины (u, x) . Плотности распределения $p(x) > 0$, $p(u) > 0$, $p(x, u) > 0$ неизвестны. Рассмотрим задачу восстановления по выборке регрессионной зависимости $x(u) = \mathbb{M}\{x|u\}$.

На практике, при измерении «входных-выходных» переменных процесса $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1, s}$ точки выборки могут образовывать некоторые сгущения («кучности»). При восстановлении зависимости между переменными x и u подобные сгущения могут быть несколько разрежены, что не существенно повлияет на точность восстановления зависимости x от u . В подобных случаях предпочтительно использовать не всю имеющуюся выборку наблюдений $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1, s}$, а использовать «рабочую» выборку, не содержащую в себе «кучностей». Рассмотрим один из приемов формирования «рабочей» выборки из исходной выборки наблюдений [49].

Как уже говорилось ранее, непараметрическая оценка функции регрессии по наблюдениям имеет вид:

$$x_s(u) = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right)}. \quad (2.2.1)$$

Из имеющейся выборки $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1, s}$ выделим u_{\min}, u_{\max} . Сформируем новую выборку вида $\{u_{\min}, u_{\min} + \Delta u, u_{\min} + 2\Delta u, \dots, u_{\max}\}$, в итоге получим реализацию $\{u_j\}, j = \overline{1, s_1}$, где $s_1 \ll s$. Далее по формуле (2.2.1) найдем новые значения x в полученных точках $\{u_j\}, j = \overline{1, s_1}$. Таким образом, мы получим новую «рабочую» выборку $\{u_j, x_j\}, j = \overline{1, s_1}$. Теперь оценку (2.2.1) можно строить по новой выборке:

$$x_{s_1}(u) = \frac{\sum_{j=1}^{s_1} x_j \Phi\left(\frac{u - u_j}{c_{s_1}}\right)}{\sum_{j=1}^{s_1} \Phi\left(\frac{u - u_j}{c_{s_1}}\right)}, \quad (2.2.2)$$

где c_{s_1} – коэффициент размытости ядра по новой выборке объема s_1 .

Выражение (2.2.2) можно преобразовать к виду:

$$x_{s_1}(u) = \frac{\frac{1}{s_1 c_{s_1}} \sum_{j=1}^{s_1} x_j \Phi\left(\frac{u - u_j}{c_{s_1}}\right)}{\frac{1}{s_1 c_{s_1}} \sum_{j=1}^{s_1} \Phi\left(\frac{u - u_j}{c_{s_1}}\right)}. \quad (2.2.3)$$

Знаменатель выражения (2.2.3) приближенно равен константе, поскольку может быть интерпретирован как оценка равномерного закона распределения. Следовательно:

$$x_{s_1}(u) = \frac{1}{s_1 c_{s_1}} \sum_{j=1}^{s_1} x_j H\left(\frac{u - u_j}{c_{s_1}}\right). \quad (2.2.4)$$

Данная оценка является асимптотически несмещенной:

$$\lim_{s_1 \rightarrow \infty} M\{x_{s_1}(u)\} = x(u)$$

и сходится в среднеквадратическом:

$$\lim_{s_1 \rightarrow \infty} M\{(x_{s_1}(u) - x(u))^2\} = 0.$$

Доказательства данных свойств аналогичны представленным выше (см. 2.1).

При решении некоторых задач необходимо восстановление производной функции регрессии. Например, при дифференцировании переходной функции динамической системы. В качестве оценки производной функции регрессии можно взять производную от оценки функции регрессии [100]. При этом необходимо исследовать ее асимптотические свойства. В настоящем изложении производную от оценки функции регрессии вида (2.2.4) взять проще, чем, к примеру, от оценки вида (2.2.1). Кроме того, дифференцировать традиционные ядерные функции достаточно сложно, особенно если речь идет о производных высших порядков. Поэтому в качестве производных ядерных функций предлагается брать не аналитические выражения, а их кусочно-постоянные аналоги, определяемые при помощи графического дифференцирования [2]. Метод графического дифференцирования удобен тем, что не нужно дифференцировать выражение, а по виду графика функции определяется график ее производной. Величину ступеньки в кусочно-постоянном аналоге определяем, исходя из выполнения условий сходимости (1.3.2).

Ниже представлены функция Соболева, несколько ее аналитических производных и ее кусочно-постоянные аналоги, полученные, например, после конструирования графическим способом, обозначаемые через $H^{<k>}(u)$, где k – порядок дифференцирования. С вычислительной точки зрения $H^{<k>}(u)$ значительно проще, чем $H^{(k)}(u)$.

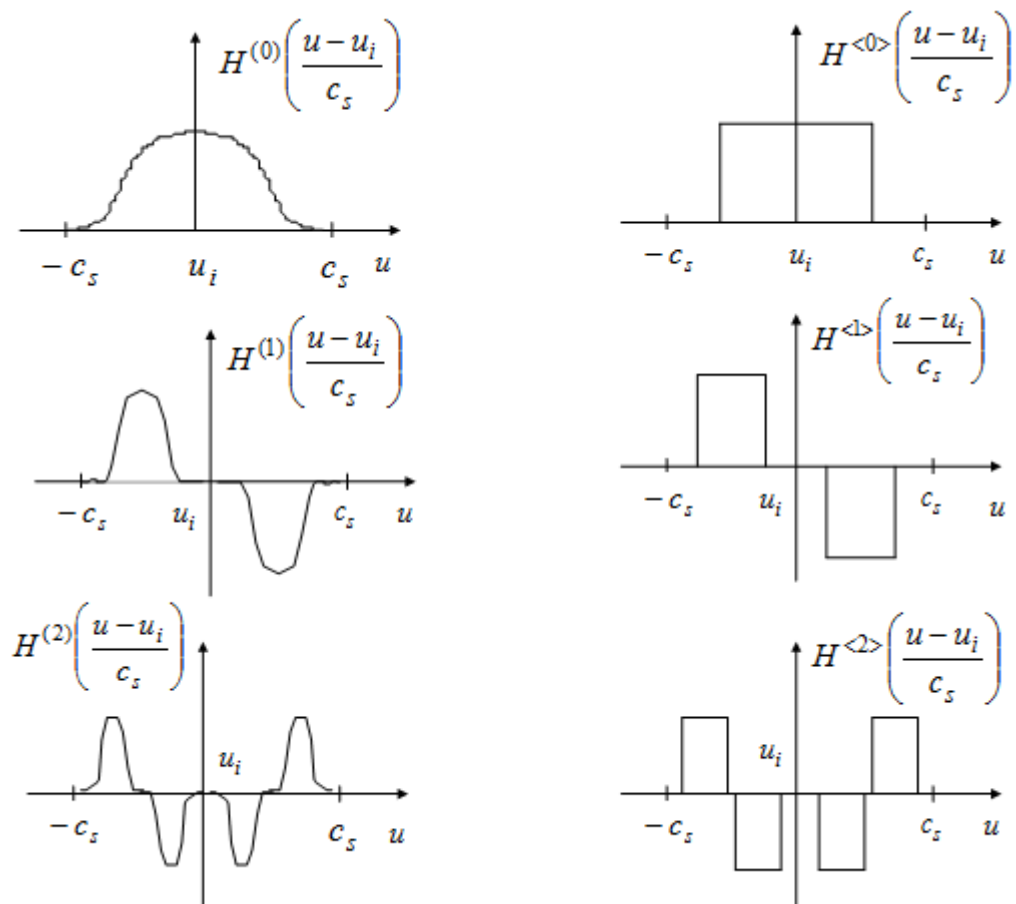


Рисунок 2.1 – Функция Соболева, ее производные и кусочно-постоянные аналоги производных

Тогда оценка производной функции регрессии по наблюдениям принимает вид:

$$x_{s_1}^k(u) = \frac{1}{s_1 c_{s_1}} \sum_{j=1}^{s_1} x_j H^{<k>}\left(\frac{u - u_j}{c_{s_1}}\right). \quad (2.2.5)$$

где $H^{<k>}$ – кусочно-постоянный аналог k -ой производной функции Соболева.

Лемма 2. Оценка первой производной кривой регрессии является асимптотически несмещенной:

$$\lim_{s_1 \rightarrow \infty} M \{x'_{s_1}(u)\} = x'(u)$$

при следующих условиях:

$$\int_{\Omega(u)} H^{<1>}(y) y dy = 0, \quad c_{s_1} \int_{\Omega(u)} H^{<1>}(y) y dy = -1.$$

Доказательство.

$$\lim_{s_1 \rightarrow \infty} M \{x'_{s_1}(u)\} = \lim_{s_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{s_1 c_{s_1}} \int_{\Omega(t)} \sum_{i=1}^s x(u_i) H^{<1>} \left(\frac{u - u_i}{c_{s_1}} \right) p(u_i) du_i. \quad (2.2.6)$$

Так как $p(u_1) = p(u_2) = \dots = p(u_i) = p(t)$ и $x(u_1) = x(u_2) = \dots = x(u_i) = x(t)$, то имеем s_1 одинаковых интегралов:

$$\lim_{s_1 \rightarrow \infty} M \{x'_{s_1}(u)\} = \lim_{s_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{c_{s_1}} \int_{\Omega(t)} x(t) H^{<1>} \left(\frac{u - t}{c_{s_1}} \right) p(t) dt. \quad (2.2.7)$$

На равномерной сетке $p(t)$ является величиной постоянной, поэтому:

$$\lim_{s_1 \rightarrow \infty} M \{x'_{s_1}(u)\} = \lim_{s_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{c_{s_1}} \int_{\Omega(t)} x(t) H^{<1>} \left(\frac{u - t}{c_{s_1}} \right) dt. \quad (2.2.8)$$

Введем замену $\frac{u - t}{c_{s_1}} = y$, тогда $t = u - yc_{s_1}$:

$$\lim_{s_1 \rightarrow \infty} M \{x'_{s_1}(u)\} = \lim_{s_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{c_{s_1}} \int_{\Omega(y)} x(u - yc_{s_1}) H^{<1>}(y) c_{s_1} dy. \quad (2.2.9)$$

$$\lim_{s_1 \rightarrow \infty} M \{x'_{s_1}(u)\} = \lim_{s_1 \rightarrow \infty} \int_{\Omega(y)} x(u - yc_{s_1}) H^{<1>}(y) dy. \quad (2.2.10)$$

Разложим функцию $x(u - yc_{s_1})$ в ряд Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа в точке u .

$$\begin{aligned}
\lim_{s_1 \rightarrow \infty} M \{x'_{s_1}(u)\} &= \lim_{s_1 \rightarrow \infty} \int_{\Omega(y)} H^{<1>} \left(x(u) - c_{s_1} y x'(u) + \dots + (-1)^k \frac{c_{s_1}^k}{k!} y^k x^{(k)}(u) + \right. \\
&+ \left. (-1)^{(k+1)} \frac{c_{s_1}^{k+1}}{(k+1)!} y^{k+1} x^{(k+1)}(u - \theta y c_{s_1}) \right) dy = \\
&= x(u) \lim_{s_1 \rightarrow \infty} \int_{\Omega(y)} H^{<1>} dy - x'(u) c_{s_1} \lim_{s_1 \rightarrow \infty} \int_{\Omega(y)} H^{<1>} y dy + \dots + \\
&+ (-1)^k x^{(k)}(u) \frac{c_{s_1}^k}{k!} \lim_{s_1 \rightarrow \infty} \int_{\Omega(y)} H^{<1>} y^k dy + \\
&+ (-1)^{(k+1)} \frac{c_{s_1}^{k+1}}{(k+1)!} \lim_{s_1 \rightarrow \infty} \int_{\Omega(y)} H^{<1>} y^{k+1} x^{(k+1)}(u - \theta y c_{s_1}) dy,
\end{aligned} \tag{2.2.11}$$

где $0 < \theta < 1$. В силу условий Леммы 2, коэффициент при $x'(u)$ равен 1, остальные члены ряда Тейлора стремятся к нулю, так как $\lim_{s_1 \rightarrow \infty} c_{s_1} = 0$. Поэтому оценка производной функции регрессии является асимптотически несмещенной, т.е. $\lim_{s_1 \rightarrow \infty} M \{x'_{s_1}(u)\} = x'(u)$. Что и требовалось доказать.

Теорема 2. Пусть функция $\Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right)$ и параметр размытости c_s

удовлетворяют условиям сходимости и свойству: $c_s^{-1} \int_{\Omega(u)} \Phi\left(\frac{u - u_i}{c_s}\right) du = 1$, тогда

непараметрическая оценка производной функции регрессии сходится в среднеквадратическом:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} M \{(x'_s(u) - x'(u))^2\} = 0, \quad \forall u \in \Omega(u).$$

Доказательство сходимости в среднеквадратическом аналогично, проведенному в параграфе 2.1.

Пусть мы имеем выборку наблюдений «входных-выходных» переменных процесса вида $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1, s}$, где s – объем выборки, $u \in [a, b]$. По данной выборке необходимо построить непараметрическую оценку функции регрессии $x_s(u)$. При восстановлении оценки $x_s(u)$ на границах интервала $[a, b]$ мы будем получать

довольно грубые результаты, так как при оценивании будут использоваться только точки, расположенные по одну сторону границы данного интервала ($u=a$ или $u=b$). В этих случаях предлагается воспользоваться формулой главных приращений, которая имеет вид:

$$x_s(u + \Delta u) = x(u) + \Delta u x'_s(u), \quad (2.2.12)$$

где Δu – некоторый шаг. В качестве производной $x'_s(u)$ можно использовать оценку (2.2.5). В этом случае оценка для правой границы интервала $u = b$ равна:

$$x_{s_1}(u + \Delta u) = x_{s_1}(u) + \Delta u \frac{1}{s_1 c_{s_1}} \sum_{j=1}^{s_1} x_j H^{<k>} \left(\frac{u - u_j}{c_{s_1}} \right), \quad (2.2.13)$$

а для левой границы $u = a$

$$x_{s_1}(u - \Delta u) = x_{s_1}(u) - \Delta u \frac{1}{s_1 c_{s_1}} \sum_{j=1}^{s_1} x_j H^{<k>} \left(\frac{u - u_j}{c_{s_1}} \right). \quad (2.2.14)$$

Таким образом, становится возможным получить более точную оценку на границах интервала исследования. Кроме того, данный прием может быть использован при решении не только интерполяционных задач, но и задач экстраполяции, а также при идентификации Н-процессов.

Выводы

В главе рассматривается задача восстановления оценки функции регрессии на границах области изменения входных переменных процесса. Предлагается использовать для этой цели формулу главных приращений. В этой связи рассмотрен вопрос восстановления производной функции регрессии. В качестве оценки производной функции регрессии предлагается взять производную от оценки функции регрессии. Для оценки производных ядерных функций предлагается брать не их аналитические выражения, а кусочно-постоянные аналоги, что более целесообразно с вычислительной точки зрения.

Представлены доказательства асимптотической несмещенности и сходимости в среднем для непараметрической оценки функции регрессии по

наблюдениям. При этом используется теорема о среднем, которая позволяет исключить требование дифференцирования функции регрессии.

ГЛАВА 3 Н-МОДЕЛИ БЕЗЫНЕРЦИОННЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

3.1 Стохастические процессы в безынерционных системах с запаздыванием

На практике достаточно часто встречаются процессы, имеющие стохастическую зависимость между компонентами вектора как входных, так и выходных переменных. При этом ни характер, ни структура зависимости нам неизвестны. Объекты, обладающие подобной особенностью, называют «трубчатыми» [47].

Первое упоминание о процессах «трубчатой» структуры (Н-процессах) появляется у профессора Медведева А.В. в [47]. Эти процессы были замечены при моделировании технологических процессов в металлургии. Было обнаружено, что компоненты вектора входа исследуемого процесса связаны стохастической зависимостью, вследствие чего процесс протекает не во всей области, установленной технологическим регламентом предприятия, а лишь в некоторой его подобласти. В этих условиях процесс моделирования и управления усложняется.

Рассмотрим стохастический многомерный объект, представленный на рисунке 3.1.

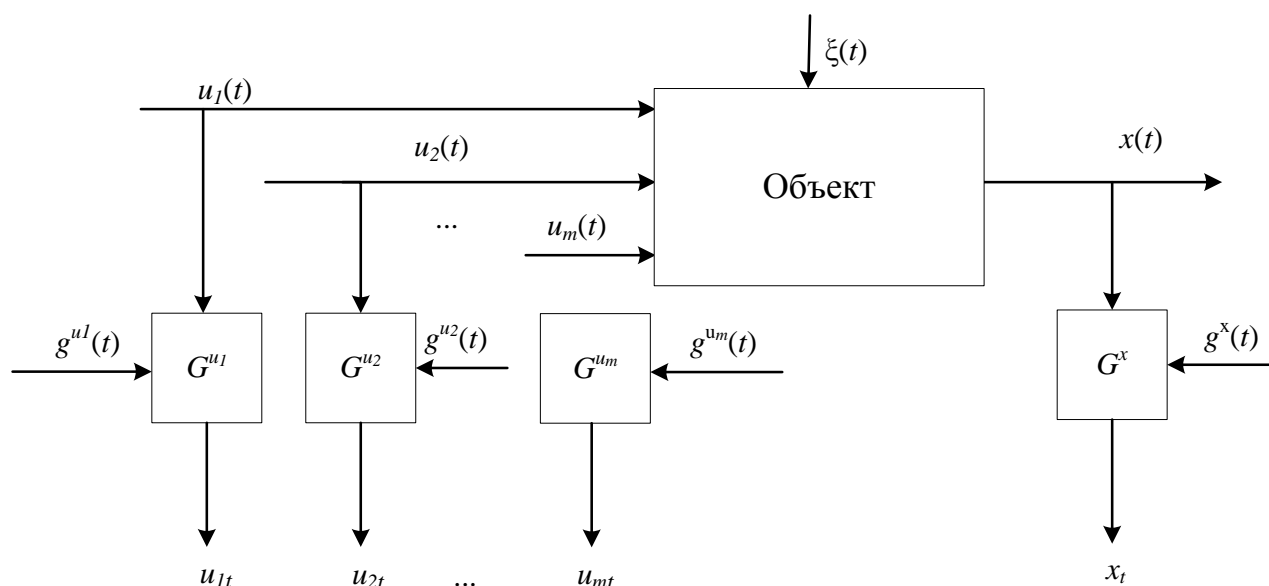


Рисунок 3.1 – Схема многомерного стохастического объекта

Здесь приняты следующие обозначения: A – неизвестный оператор объекта, $x(t) \in \Omega(x) \subset R^1$ – выходная переменная процесса, $u(t) = (u_i(t), i = \overline{1, m}) \in \Omega(u) \subset R^m$ – векторное входное воздействие, $\xi(t)$ – векторное случайное воздействие, (t) – непрерывное время, $G^{u_i}, i = \overline{1, m}, G^x$ – каналы связи, соответствующие различным переменным, включающие в себя средства контроля, $g^{u_i}(t), i = \overline{1, m}, g^x(t)$ – случайные помехи измерений соответствующих переменных процесса с нулевыми математическими ожиданиями и ограниченной дисперсией.

Измеряя значения входных и выходных переменных через интервал времени Δt , получим обучающую выборку $\{u_i, x_i, i = \overline{1, s}\}$, где s – объем выборки. Обратим внимание на одно важное обстоятельство – компоненты вектора входных переменных $u(t)$ связаны стохастической зависимостью. Случай, когда компоненты вектора входа $u(t)$ независимы, может быть проиллюстрирован следующим рисунком:

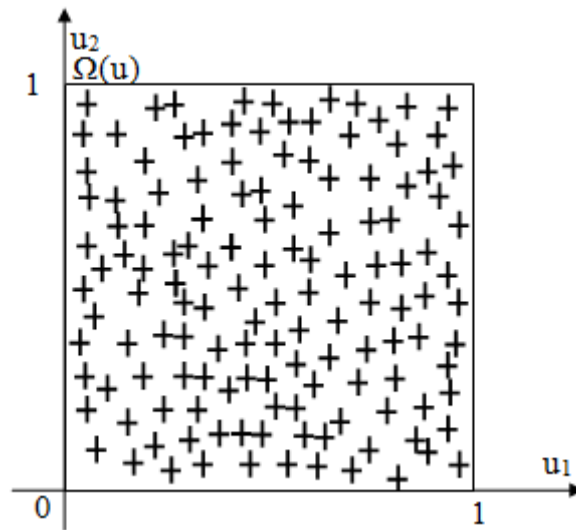


Рисунок 3.2 – Случай независимости компонент вектора входа $u(t)$

Здесь, из соображений простоты, $u_1, u_2 \in [0;1]$. Знаком «+» обозначены точки процесса. Как видно из рисунка, точки процесса могут быть расположены по всей площади данного единичного квадрата. Одному значению компоненты $u_1(t)$ может соответствовать множество значений компоненты $u_2(t)$, и наоборот.

Если между компонентами вектора входа существует некоторая зависимость, то в качестве иллюстрации можно рассмотреть пример, представленный на рисунке 3.3, где компоненты $u_1(t), u_2(t)$ связаны между собой стохастической зависимостью.

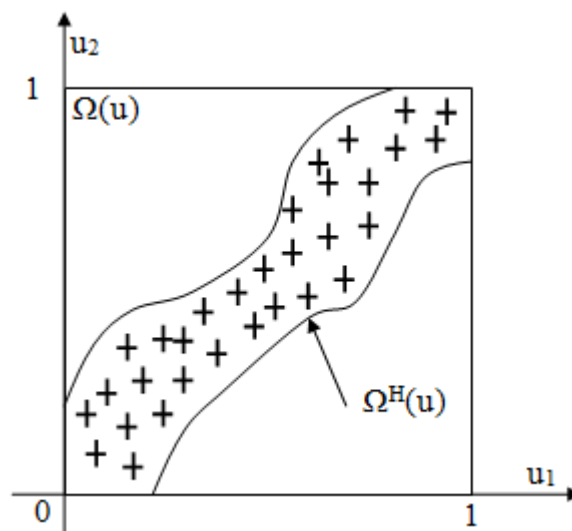


Рисунок 3.3 – Стохастическая связь между входными переменными процесса

Как видно из представленного рисунка, точки процесса располагаются не по всей площади единичного квадрата $\Omega(u)$, а лишь в его области $\Omega^H(u) \in \Omega(u)$. Одному определенному значению компоненты u_1 соответствует здесь уже значительно меньшее число значений компоненты u_2 . Чем меньше область $\Omega^H(u)$, тем более однозначным становится отношение между компонентами u_1 и u_2 . Отметим, что области $\Omega^H(u)$ исследователю всегда неизвестна, поскольку ее размеры и положение определяются видом связи между переменными процесса, о которой мы ничего не можем сказать наверняка.

Рассмотрим рисунок 3.4, на котором показан процесс «трубчатой» структуры.

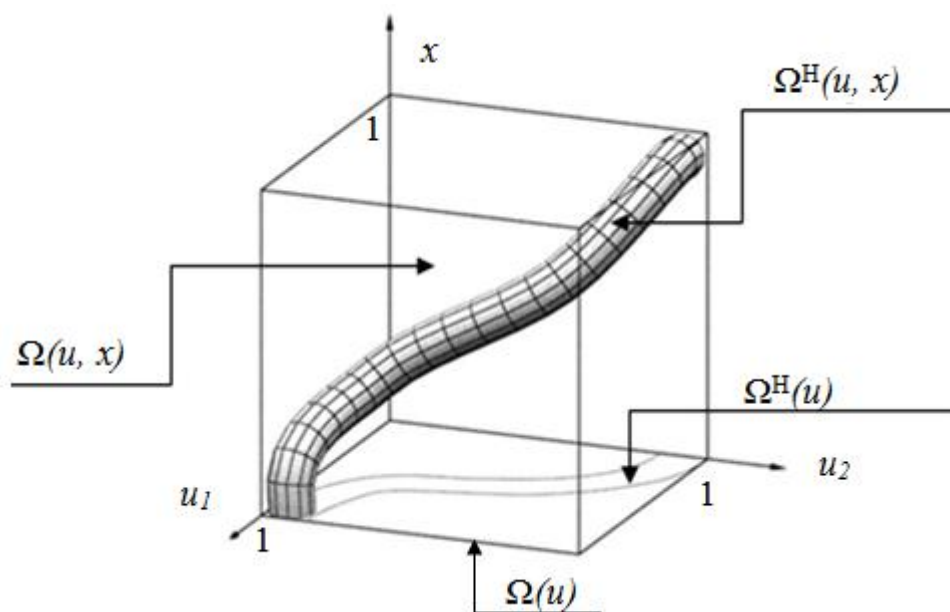


Рисунок 3.4 – Объект с «трубчатой» структурой

Как видно из рисунка, область протекания процесса $\Omega(u, x)$ представляет собой, без нарушения общности, единичный гиперкуб, где $u = (u_1, u_2) \in R^2$, $x \in R^1$. Область протекания процесса $\Omega(u, x)$ на практике известна всегда. Например, для технологического процесса значения «входных-выходных» переменных определяются рамками технологического регламента. Однако если

исследуемый процесс имеет «трубчатую» структуру, то есть его входные переменные связаны между собой стохастической зависимостью, то область его протекания ограничивается не только пространством гиперкуба $\Omega(u, x)$, но и некоторой его подобластью $\Omega^H(u, x) \in \Omega(u, x)$, которая нам никогда не известна. Поскольку подобласть $\Omega^H(u, x)$ не известна, то и точно сказать о том, что исследуемый объект обладает данной особенностью, мы не можем. В этом заключается основная сложность моделирования подобного рода процессов.

На практике, при построении модели по имеющимся данным, используют параметрические оценки типа

$$x_\alpha(t) = A^\alpha(u(t), \alpha), \quad (3.1.1)$$

где A^α – параметрическая структура модели, а α – вектор параметров. При этом для некоторых значений входных переменных процесса $u \in \Omega(u) \subset R^m$, которые одновременно удовлетворяют условию $u \notin \Omega^H(u)$, мы можем получить оценки $x_\alpha \notin \Omega^H(u, x)$ или вовсе $x_\alpha \notin \Omega(u, x)$. Этот эффект продемонстрирован на рисунке 3.5.

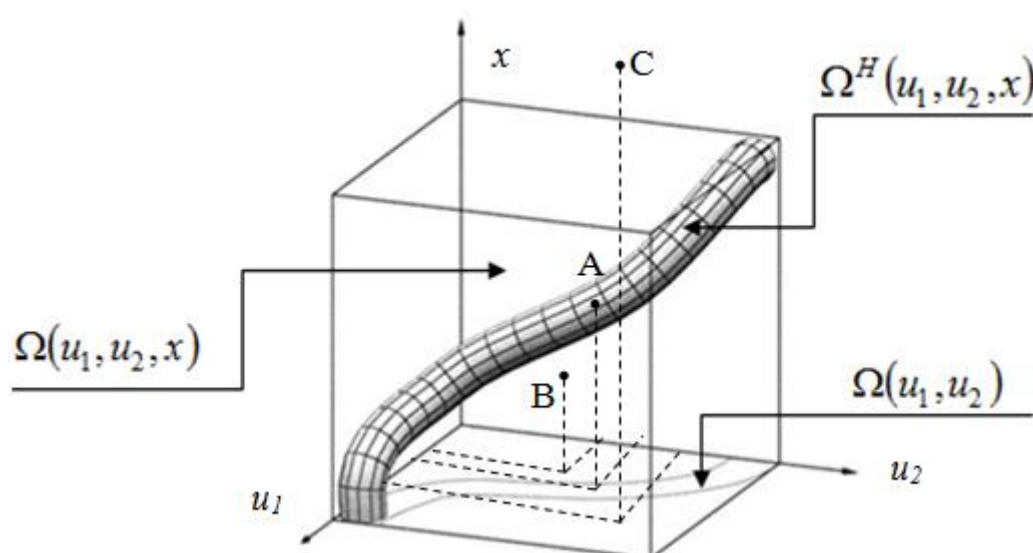


Рисунок 3.5 – Моделирование объект с «трубчатой» структурой

Здесь точки A , B , C – это различные значения выходной переменной $x(t)$, полученные в результате управления технологическим процессом. Как видно из рисунка, точка A принадлежит области «трубчатого» процесса, т.е. $A \in \Omega^H(u, x)$, а точка B не попадает в область «трубки», но находится в технологическом регламенте ($B \notin \Omega^H(u, x)$, но $B \in \Omega(u, x)$). Точка $C \notin \Omega(u, x)$, то есть она выходит за рамки технологического процесса. Качественный результат от ведения процесса возможен лишь при получении точек, подобных точке A , т.е. таких, которые в итоге попали в пространство «трубки» $\Omega^H(u, x)$. Точки, не попавшие в рамки технологического регламента, такие как точка C , можно легко заметить и исключить из рассмотрения. К примеру, можно получить отрицательные значения массы или доли вещества в растворе, что, естественно, не является реальным. Наиболее сложный случай представляют значения $x(t)$, которые вписываются в объем гиперкуба $\Omega(u, x)$, но не принадлежат пространству «трубки» $\Omega^H(u, x)$ (например, точка B на рисунке). Эти оценки удовлетворяют условиям технологического регламента, а, значит, мы не имеем оснований для их исключения, и учитываем при управлении. При этом результат будет являться не удовлетворительным.

Рассмотрим еще одно обстоятельство. Пусть нам необходимо восстановить линию в двумерном пространстве. Для качественного ее восстановления нам потребуется выборка из нескольких десятков точек. Если мы работаем в трехмерном пространстве и объектом восстановления является плоскость, то речь идет о нескольких сотнях точек. Таким образом, с увеличением размерности пространства, объемы выборок s , необходимые для качественного оценивания, увеличиваются на порядки. Но на практике не редки случаи, когда размерность задачи k велика по сравнению с объемом имеющейся выборки s . Например, в практических задачах часто возникает ситуация, когда $k = 20 \div 30$, а $s = 900 \div 1000$. В этих ситуациях математическая статистика не может дать удовлетворительное решение задачи идентификации. Это означает, что полученные модели будут достаточно грубыми.

Эту проблему затрагивает председатель Экспертного совета РФФИ по математике, механике и информатике академик Е.И.Моисеев, говоря: «...существует очень важная проблема, как сделать заключение на основании малого – в смысле математической статистики – количества данных. У нас была рассмотрена задача из области медицины примерно с 20 параметрами (прогноз катастрофического течения послеоперационного периода) и всего 600 данными. По всем правилам, нельзя делать вывод по 600 данным, если меняются 20 параметров. Но где взять больше? 600 операций сделали – вот и вся статистика. Жизнь такие задачи ставит».

В случае наличия у объекта «трубчатой» структуры компоненты его входа связаны стохастической зависимостью. Иными словами, по сути, размерность задачи в этом случае значительно сокращается, и при малом количестве точек мы можем получить удовлетворительные модели.

Рассмотрим пример. Пусть объект описывается уравнением:

$$x(u) = f(u_1, u_2, u_3), \quad (3.1.2)$$

где трехмерный вектор $u = (u_1, u_2, u_3) \in R^3$ является входной переменной, а $x \in R^1$ – выходная переменная. Как говорилось ранее, при параметрической идентификации исследуемого процесса необходимо определить класс параметрических зависимостей $x^\alpha(u) = f^\alpha(u_1, u_2, u_3, \alpha)$ и оценить тем или иным способом параметры α по выборке наблюдений $(u_i, x_i), i = \overline{1, s}$, где s – объем выборки.

Пусть компоненты вектора входа $u = (u_1, u_2, u_3)$ стохастически никак не связаны, т.е. независимы. В этом случае выходная переменная $x(t)$ есть функция от трех переменных $u = (u_1, u_2, u_3)$. Предположим, что компоненты вектора входных переменных связаны функционально, например

$$u_2 = \varphi_1(u_1), \quad u_3 = \varphi_2(u_2) = \varphi_2(\varphi_1(u_1)), \quad (3.1.3)$$

Конечно же, исследователь не знает о наличии зависимости (3.1.3). В обратном случае можно было бы подстановкой (3.1.3) в (3.1.2) получить:

$$x(u) = f(u_1, \varphi_1(u_1), \varphi_2(\varphi_1(u_1))). \quad (3.1.4)$$

Таким образом, трехмерная зависимость (3.1.2) могла бы быть сведена к одномерной зависимости (3.1.4). Аналогичным образом зависимость (3.1.2) может быть сведена и к двумерной.

Как мы видим, при наличии функциональной зависимости между компонентами вектора входа $u = (u_1, u_2, u_3)$ размерность решаемой задачи сокращается. Аналогично дело обстоит и при наличии не функциональной зависимости, а стохастической. Но о наличии подобных зависимостей исследователю ничего не известно.

Пример процесса «трубчатой» структуры. Рассмотрим результаты одного исследования, проводимого студентами Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф.Решетнева Бойко Р.С. и Демченко Я.И. [8].

Объектом исследования работы являлся процесс разложения жира. При длительном нагреве жира в его химическом составе происходит ряд процессов, результатом которых является накопление в составе жира большого количества тяжелых, трудно растворимых веществ. Большинство этих продуктов распада являются канцерогенами и представляют опасность для здоровья человека.

В работе были использованы данные Журавлевой Л.Н. [27] «Изучение окисления растительных масел при высокотемпературном нагреве во фритюре и разработка способов повышения их стабильности». Работа была выполнена в Государственном научном учреждении «Всероссийский научно-исследовательский институт жиров» Российской академии сельскохозяйственных наук.

В ходе исследования был выделен ряд переменных $\{u_i\}, i = \overline{1,8}$, влияющих на процесс разложения жира:

- свободные жирные кислоты, (u_1) – представляют из себя легко доступный источник энергии, в значительной степени удовлетворяют энергетические потребности организма. Откладываются в жировой ткани;

- гидроперекиси, (u_2) – химически измененные липиды или жирные кислоты. Первичные продукты самоокисления жиров. Не обладают запахом и вкусом;
- вторичные продукты разложения, (u_3) – карбонильные соединения, низкомолекулярные кислоты, эфиры, спирты и др. Считают, что все вторичные продукты окисления появляются в результате тех или иных превращений гидроперекисей, при этом, часть вторичных продуктов образуется непосредственно при распаде гидроперекисей, часть – в результате дальнейших реакций. Имеют неприятный характерный запах и вкус;
- полимеры, (u_4) – неорганические и органические, аморфные и кристаллические вещества, получаемые путем многократного повторения различных групп атомов;
- коэффициент преломления (показатель преломления), (u_5) – равен отношению синуса угла падения луча к синусу угла преломления. Характеризует чистоту жиров, степень их окисления. Возрастает при наличии непредельных жирных кислот;
- изменение плотности, (u_6) – относительная плотность растительного масла может быть определена как отношение массы определенного объема к массе равного объема дистиллированной воды при 20°C или при помощи ареометра;
- перекисное число, (u_7) – свидетельствует об относительном содержании перекисей жирных кислот в исследуемом жире;
- анизидиновое число, (u_8) – число, определяющее содержание в растительном масле вторичных продуктов окисления (альдегидов).

Значения переменных принадлежат следующим численным интервалам: $u_1 \in [4;16]$, $u_2 \in [0.1;0.2]$, $u_3 \in [15;360]$, $u_4 \in [0.05;0.4]$, $u_5 \in [1.4;1.5]$, $u_6 \in [0.9;0.95]$, $u_7 \in [3;8]$, $u_8 \in [8;356]$. Выборка «входных-выходных» переменных имеет вид $\{u_{1i}, u_{2i}, u_{3i}, u_{4i}, u_{5i}, u_{6i}, u_{7i}, u_{8i}, i = \overline{1,9}\}$.

С целью исследования взаимосвязи между переменными была рассчитана корреляционная матрица по имеющимся данным. Полученная матрица представлена в таблице 1.3.

Таблица 3.1. Корреляционная матрица

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
t	0,94	0,98	0,89	0,94	0,91	0,87	0,96	0,96
u_1	1	0,93	0,83	0,96	0,87	0,87	0,95	0,84
u_2	0,93	1	0,84	0,96	0,9	0,84	0,97	0,94
u_3	0,83	0,84	1	0,74	0,89	0,87	0,79	0,94
u_4	0,96	0,96	0,74	1	0,86	0,8	0,99	0,84
u_5	0,87	0,9	0,89	0,86	1	0,89	0,92	0,92
u_6	0,87	0,84	0,87	0,8	0,89	1	0,82	0,86
u_7	0,95	0,97	0,79	0,99	0,92	0,82	1	0,89
u_8	0,84	0,94	0,94	0,84	0,92	0,86	0,89	1

Результаты эксперимента показали, что значения коэффициентов корреляции достаточно велики ($\approx 0.74 \div 0.99$). Это говорит о наличии сильной линейной зависимости между факторами, влияющими на процесс. Основываясь на этом, в качестве зависимостей, описывающих процесс, было предложено взять следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
 u_{\alpha 1} &= \alpha_0 + \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3 + \alpha_4 u_4 + \alpha_5 u_5 + \alpha_6 u_6 + \alpha_7 u_7 + \alpha_8 u_8, \\
 u_{\alpha 2} &= \beta_0 + \beta_1 u_1 + \beta_3 u_3 + \beta_4 u_4 + \beta_5 u_5 + \beta_6 u_6 + \beta_7 u_7 + \beta_8 u_8, \\
 u_{\alpha 3} &= \gamma_0 + \gamma_1 u_1 + \gamma_2 u_2 + \gamma_4 u_4 + \gamma_5 u_5 + \gamma_6 u_6 + \gamma_7 u_7 + \gamma_8 u_8, \\
 u_{\alpha 4} &= \eta_0 + \eta_1 u_1 + \eta_2 u_2 + \eta_3 u_3 + \eta_5 u_5 + \eta_6 u_6 + \eta_7 u_7 + \eta_8 u_8, \\
 u_{\alpha 5} &= \kappa_0 + \kappa_1 u_1 + \kappa_2 u_2 + \kappa_3 u_3 + \kappa_4 u_4 + \kappa_6 u_6 + \kappa_7 u_7 + \kappa_8 u_8, \\
 u_{\alpha 6} &= \lambda_0 + \lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \lambda_3 u_3 + \lambda_4 u_4 + \lambda_5 u_5 + \lambda_7 u_7 + \lambda_8 u_8, \\
 u_{\alpha 7} &= \mu_0 + \mu_1 u_1 + \mu_2 u_2 + \mu_3 u_3 + \mu_4 u_4 + \mu_5 u_5 + \mu_6 u_6 + \mu_8 u_8, \\
 u_{\alpha 8} &= \rho_0 + \rho_1 u_1 + \rho_2 u_2 + \rho_3 u_3 + \rho_4 u_4 + \rho_5 u_5 + \rho_6 u_6 + \rho_7 u_7,
 \end{aligned} \tag{3.1.5}$$

где α , β , γ , η , κ , λ , μ , ρ – искомые параметры.

Для оценки параметров моделей использовался МНК. После нахождения значений параметров был поставлен следующий эксперимент. Была рассмотрена параметрическая структура модели. Подробно рассмотрим параметрическую структуру на примере модели $u_{\alpha 1}$:

$$u_{\alpha 1} = -47.2 - 2.4u_2 + 0.03u_3 + 32.5u_4 + 14.2u_5 + 30.9u_6 + 0.08u_7 + 0.03u_8 \tag{3.1.6}$$

В полученную модель $u_{\alpha 1}$ (3.1.6) были подставлены значения факторов $u_2=0.1$, $u_3=15$, $u_4=0.05$, $u_5=1.4$, $u_6=0.9$, $u_7=3$, $u_8=8$ из допустимых интервалов определения переменных, получено $u_{\alpha 1}=4$. Данное значение соответствует допустимым границам определения фактора u_1 .

Затем в (3.1.6) были подставлены $u_2=0.2$, $u_3=360$, $u_4=0.4$, $u_5=1.5$, $u_6=0.9$, $u_7=3$, $u_8=8$ из допустимых интервалов определения переменных. Получено $u_{\alpha 1}=26$, что выходит за допустимые границы определения u_1 , максимальное значение которого 16. В ходе эксперимента аналогичные результаты получены для факторов u_2 , u_3 , u_4 , u_5 , u_6 , u_7 , u_8 .

Вследствие этого можно утверждать, что исследуемый процесс имеет «трубчатую» структуру. То есть определенному значению переменной u_i не может соответствовать произвольно заданное значение переменной u_j .

Рассмотрим пример из области цветной металлургии [3]. В 80-х годах на обогатительно-металлургическом переделе Норильского глиноземно-металлургического комбината (НГМК) группой красноярских ученых была разработана система «Металл». НГМК – это крупный промышленный комплекс по переработке сульфидных медно-никелевых руд. Система «Металл» являлась комплексом технических средств, в том числе средств вычислительной техники, организационно-технических мероприятий и программного обеспечения для расчета в диалоговом режиме сбалансированной производственной программы как обогатительно-металлургического цикла Норильского ГМК, так и отдельных предприятий на декаду, месяц, квартал, год. Изменяя входные переменные основного цикла (руда, песчаник, известь и др.), можно с помощью системы «Металл» получить различные варианты прогнозируемых производственных программ и, естественно, выбрать для реализации в производстве наилучшую из них с точки зрения лица принимающего решения [23].

Схема обогатительно-металлургического передела Норильского ГМК представлена на рисунке 3.6.

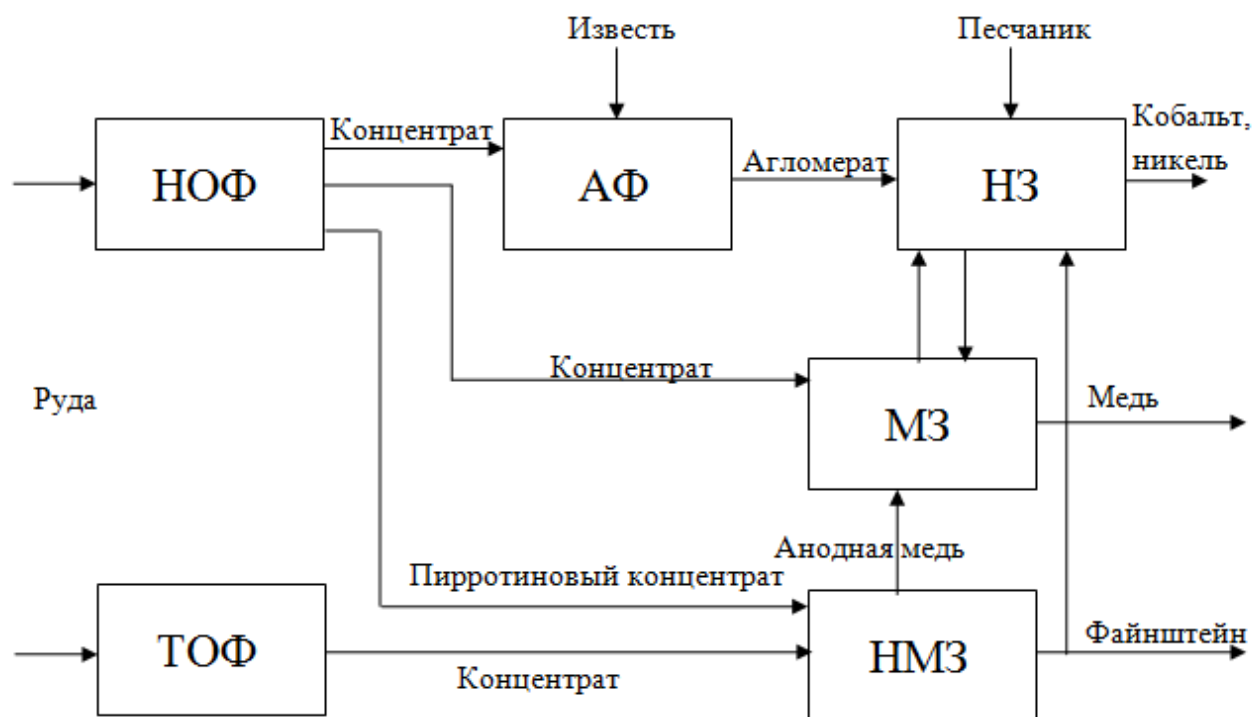


Рисунок 3.6 – Общая схема обогатительно-металлургического передела Норильского ГМК

На схеме приняты следующие обозначения: ТОФ, НОФ, АФ – Талнахская, Норильская обогатительные и агломерационная фабрики; НЗ, МЗ, НМЗ – никелевый, медный и Надеждинский металлургический заводы.

Исходными данными для работы системы являются [48]:

- объем исходного сырья, подлежащего переработки;
- содержание основных элементов;
- данные СТП (стандарт предприятия);
- некоторые технологические соотношения между объемами полуфабрикатов.

Выходные переменные для различных объектов передела различны. К примеру, для медного завода это:

- количество сухого медного концентрата поступающее на медный завод и содержание основных элементов Ni, Cu, Co, Fe, S, SiO₂ в нем;
- количество шихты, песчаника, концентрата, идущие на обжиг в печах КС;
- количество огарка и содержание в нем основных элементов;
- количества концентрата, шихты, песчаника на отражательные печи;

- количество штейна, отвального шлака отражательных печей и содержание основных элементов в них;
- количество конверторного шлака, оборотов конвертирования, конверторной пыли и содержания основных элементов в них;
- количество расплавленной массы, содержание элементов в ней;
- количество меди на регенерацию, анодного скрапа, катодных отходов, черновой меди, анодного шлака, меди электролитной, маточного раствора, медного купороса, шлама.

При работе с полученной моделью, при подаче на вход управляющих воздействий из технологического регламента, в некоторых случаях при расчете планового и фактического балансов получались прогнозы некоторых технологических параметров, которые оказывались физически нереализуемыми. Например, содержание элементов могли принимать отрицательные значения или превышать 100%, чего быть не может.

3.2 Адаптивные модели «трубчатых» процессов

При моделировании дискретно-непрерывных процессов традиционно принято использовать параметрические алгоритмы типа (3.1.1). Однако, при работе с процессами «трубчатого» типа подобные алгоритмы дают грубые, не точные результаты. Рассмотрим в качестве иллюстрации следующий пример.

Пусть исследуемый процесс описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x = 0.5u_1 + 0.5u_2 + \psi, \\ u_2 = u_1 + \varphi; \end{cases} \quad (3.2.1)$$

где $u_1, u_2 \in [0;3]$, ξ и ψ – случайные числа, распределенные по равномерному закону в интервале $[-0.05; 0.05]$. Как мы видим, процесс в данном частном случае описывается уравнением прямой. Подобное описание процесса принято из соображений простоты.

В вычислительном эксперименте уравнение объекта задано с целью получения выборок «входных-выходных» переменных $\{x_i, u_{1i}, u_{2i}\}$, $i = \overline{1, s}$ для

решения задачи идентификации. При построении модели на основе полученных выборок, структура зависимости выходной переменной x от входных переменных u принята с точностью до параметров. При оценивании параметров используется метод наименьших квадратов (МНК).

Параметрическая модель исследуемого объекта имеет вид:

$$x_\alpha = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2, \quad (3.2.2)$$

где α_1, α_2 – параметры.

Сгенерируем 3 статистически независимые выборки $\{x_i, u_{1i}, u_{2i}\}$, $i = \overline{1, s}$ объемом $s = 100$. По каждой из выборок оценим параметры модели (3.2.2) с помощью МНК. В результате мы получили три различных набора параметров α_1, α_2 , которые соответствуют трем различным моделям. Результаты эксперимента показаны на рисунке 3.7.

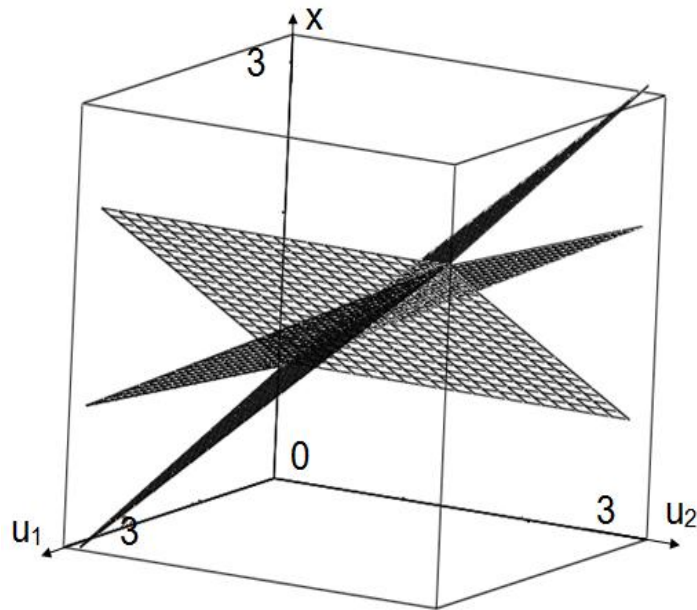


Рисунок 3.7 – Множество параметрических моделей процесса с «трубчатой» структурой

Как видно из рисунка 3.7, полученные модели не являются адекватными – значения выхода модели восстанавливаются в точках, в которых процесса не существует. В данном примере был рассмотрен частный случай, когда процесс

представляет собой прямую (3.2.1). Восстановленные модели представляют собой плоскости с различными оценками параметров. Соответственно через одну прямую мы можем провести бесконечное число плоскостей, при этом каждая из этих плоскостей будет считаться моделью данного процесса.

В том случае, когда компоненты вектора входных переменных стохастически зависимы, т.е. мы имеем дело с «трубчатой» структурой процесса, необходимо ввести индикаторную функцию $I(u)$. Вышеприведенная параметрическая модель (3.1.1) при этом должна быть скорректирована следующим образом

$$\hat{x}_\alpha(t) = I(u)A^\alpha(u(t), \alpha), \quad (3.2.3)$$

где индикатор $I(u)$ имеет вид:

$$I(u) = \begin{cases} 1, & \text{если } u \in \Omega^H(u); \\ 0, & \text{если } u \notin \Omega^H(u). \end{cases} \quad (3.2.4)$$

Вообще говоря, область $\Omega^H(u)$ нам не известна, а известна лишь выборка $\{x_i, u_i\}, i = \overline{1, s}$. Если индикатор равен нулю, то оценка $\hat{x}_\alpha(u)$ не может быть вычислена, т.е. при таких значениях компонент вектора $u \in \Omega(u)$ процесс протекать не может. Если индикатор $I(u)$ при поданном на вход значении $u \in \Omega(u)$ равен единице, то модель (3.2.3) совпадает с (3.1.1).

Истинный вид индикатора нам неизвестен, поэтому мы вынуждены использовать его оценку:

$$\hat{x}_\alpha(t) = I_s(u)A^\alpha(u(t), \alpha_s), \quad (3.2.5)$$

где α_s – оценки параметров α .

В качестве оценки индикатора $I(u)$ можно принять некоторые приближения, например [45]:

$$I_s(u) = \text{sgn} \sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^m \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)), \quad (3.2.6)$$

либо

$$I'_s(u) = \operatorname{sgn} \sum_{i=1}^s \Phi(c_s^{-1}(\hat{x}_s(u) - x_i)) \prod_{j=1}^m \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)), \quad (3.2.7)$$

где

$$x_s(u) = \sum_{i=1}^s x_i \prod_{j=1}^m \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) / \sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^m \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)), \quad (3.2.8)$$

а параметр размытости c_s и колоколообразная функция $\Phi(\cdot)$ удовлетворяют условиям сходимости (1.3.7).

Таким образом, при известном значении входной переменной $u = u'$ сначала строится оценка $x_s(u = u')$ по формуле (3.2.8), затем вычисляется оценка индикатора $I_s(u)$ (3.2.6-3.2.7), и только на следующем этапе используется модель (3.2.3), если индикатор оказался равным единице. Если же индикатор равен нулю, то это означает, что хотя и $u \in \Omega(u)$, но $u \notin \Omega^H(u)$, т.е. компоненты вектора $u = u' = (u'_1, \dots, u'_m)$ определены не верно, иными словами, реально протекающий «трубчатый» процесс не соответствует совокупности заданных значений компонент вектора $u = u'$. Причины этого могут состоять в том, что компоненты вектора $u = u' = (u'_1, \dots, u'_m)$ выбраны неверно, либо измерены с значительной погрешностью типа «выброс». Конечно же, это справедливо только при условии, что мы располагаем представительной выборкой $\{x_i, u_i\}, i = \overline{1, s}$. Следует заметить, что использование традиционных моделей типа (3.1.1) позволит получить оценку $\hat{x}_\alpha(u = u')$, которая, естественно, будет далека от реальности.

Рассмотрим результаты моделирования, полученные при использовании вместо модели (3.2.2) модифицированной параметрической модели с добавлением оценки индикатора $I(u)$:

$$\hat{x}_\alpha = I_s(u)(\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2). \quad (3.2.9)$$

Результаты моделирование представлены на рисунке 3.8.

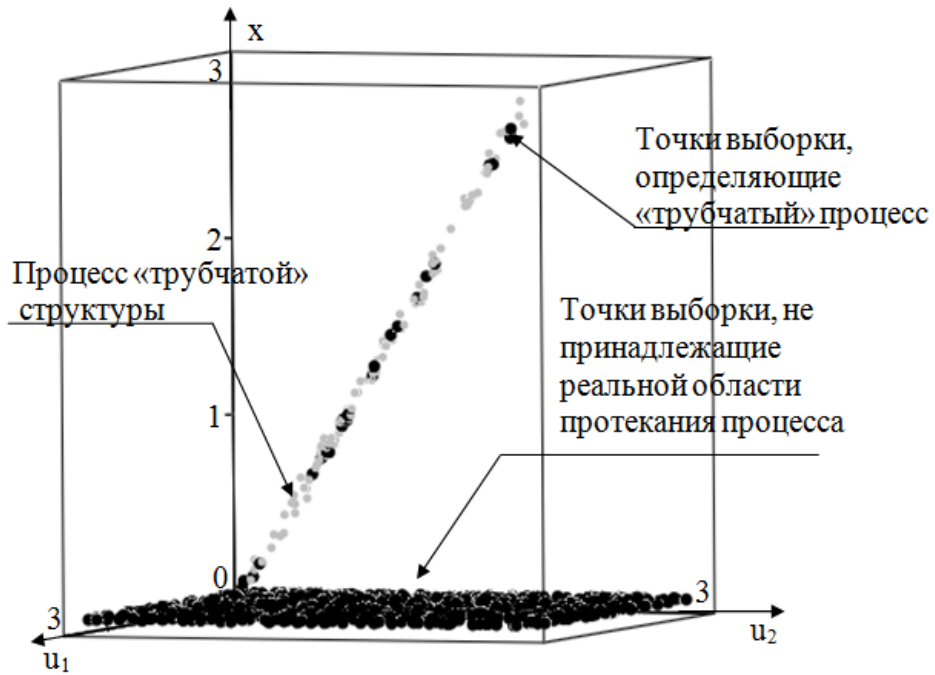


Рисунок 3.8 – Множество параметрических моделей процесса с «трубчатой» структурой

На рисунке 3.8 значения выхода объекта, известные лишь в рамках вычислительного эксперимента, показаны серым цветом, значения выхода полученной модели – черным. Часть точек попала в истинную область протекания процесса («трубку»), значение оценки индикатора в таких точках $I_s(u) = 1$, значение модели в таких точках $x_s(u)$ восстанавливается. В точках, которые не попали в область «трубки», значение оценки индикатора равно нулю $I_s(u) = 0$, соответственно значение выхода модели (3.2.5) в таких точках $x_s(u) = 0$. В данном случае, точки $x_s(u) = 0$, где $I_s(u) = 0$, показаны для наглядности: не все точки из регламентированной области принадлежат «трубке».

Для примера, если мы используем метод стохастических аппроксимаций, то рекуррентные оценки параметров α будут иметь следующий вид:

$$\alpha_s^l = \alpha_{s-1}^l + I_s(u_s) \gamma_s^l \left(x_s - I_s(u_s) \sum_{l=1}^N \alpha_{s-1}^l \varphi_l(u_s) \right) \varphi_l(u_s), l = \overline{1, N}. \quad (3.2.10)$$

В данном случае при рекуррентном подсчете оценок учитываем наличие индикаторной функции.

Помимо параметрических моделей вида (3.1.1) в процессе идентификации можно использовать и непараметрические модели:

$$x_s(t) = f(u(t), \bar{x}_s, \bar{u}_s), \quad (3.2.11)$$

где $\bar{x}_s = (x_1, x_2, \dots, x_s)$, $\bar{u}_s = (u_1, u_2, \dots, u_s)$ – временные векторы.

К непараметрическим методам идентификации, как было сказано ранее, относится непараметрическая оценка функции регрессии (1.3.1) [19]. При работе с подобного рода оценками нет необходимости в использовании индикаторной функции (3.1.3), поскольку в них при восстановлении точек процесса, используется локальная аппроксимация [4, 12]. Иными словами, когда мы работаем с методами параметрической идентификации, восстановление значения процесса в данной точке происходит с учетом всех остальных точек выборки. При непараметрической идентификации для восстановления значения используются не все точки выборки, а лишь те, которые находятся в окрестности восстанавливаемой точки процесса.

Интересен вопрос, касающийся объема «трубчатого» процесса. Объем области $\Omega(u, x)$ может быть легко найден, так как значения переменных u и x заранее определены, например, технологическим регламентом процесса. Объем области $\Omega^H(u, x)$ нам не известен, поскольку о характере зависимости между компонентами вектора входа u мы можем только догадываться. Для вычисления объема «трубчатого» процесса можно использовать различные методы, в том числе и метод Монте-Карло [70].

3.3 Вычислительный эксперимент

Пусть исследуемый объект описывается зависимостью вида:

$$\begin{cases} x = 2 \sin u_1 + u_2^2 + \psi, \\ u_2 = u_1 + \varphi; \end{cases} \quad (3.3.1)$$

где u_1, u_2 – компоненты вектора входа процесса, распределенные по равномерному закону распределения в интервале $[0; 3]$; ξ и ψ – случайные числа, распределенные по равномерному закону в интервале $[-0.05; 0.05]$; x – выходная

переменная процесса. Компоненты вектора входа $u = (u_1, u_2)$ связаны между собой линейной зависимостью.

Параметрическая модель процесса (3.3.1) была принята в следующем виде:

$$x_\alpha = \alpha_1 \sin u_1 + \alpha_2 u_2^2, \quad (3.3.2)$$

где α_1, α_2 – параметры модели (3.3.1). Параметрическая модель процесса подобрана безошибочно, такой возможностью мы обладаем только в рамках вычислительного эксперимента, поскольку здесь мы сами определяем характер процесса. Настройка коэффициентов модели (3.3.2) α_1, α_2 производилась с помощью МНК. Рассмотрим полученные результаты, представленные на рисунке 3.9.

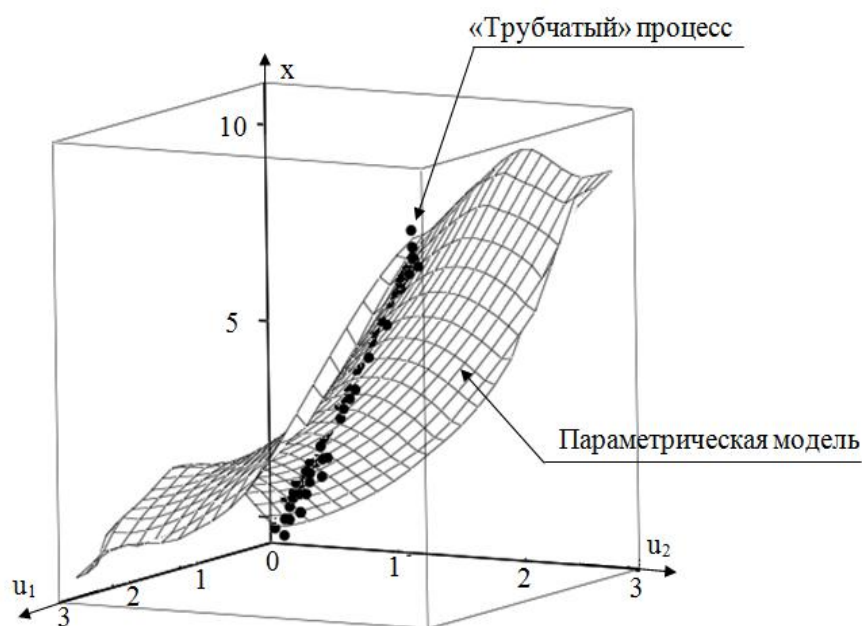


Рисунок 3.9 – Параметрическая модель «трубчатого» процесса

Здесь черными точками показаны точки процесса (3.3.1). Как видно из рисунка, процесс имеет «трубчатый» характер. Параметрическая модель (3.3.2) представляет собой поверхность, лежащую на точках «трубчатого» процесса. Как видно из рисунка, полученная модель не является адекватной. Найдем относительную ошибку моделирования для данного случая по следующей формуле:

$$E = \sqrt{\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (x_i - x_i^\alpha)^2 / \frac{1}{s-1} \sum_{i=1}^s (x_i - m_x)^2}, \quad (3.3.3)$$

Ошибка моделирования $E=3.87$. Это говорит о том, что полученная модель не является адекватной.

Модифицируем модель (3.3.2), добавив к ней оценку индикаторной функции:

$$x_\alpha = I_s (\alpha_1 \sin u_1 + \alpha_2 u_2^2). \quad (3.3.4)$$

В качестве оценки индикаторной функции I_s была выбрана оценка (3.2.6).

Результаты, полученные для модели (3.2.3), представлены на рисунке

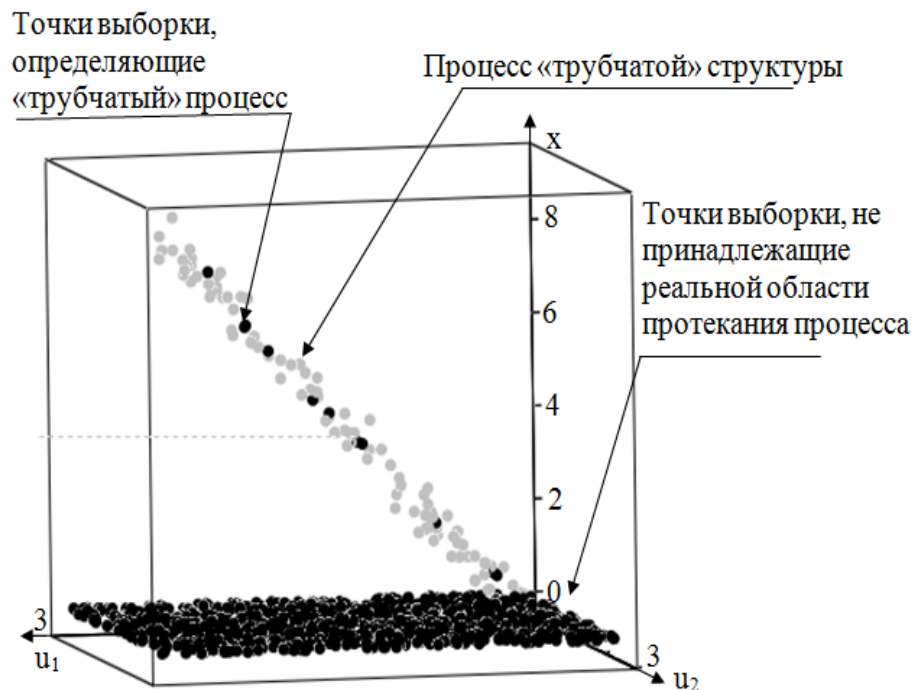


Рисунок 3.10 – Модифицированная параметрическая модель «трубчатого» процесса с использованием оценки индикаторной функции

Здесь серым цветом показаны точки процесса «трубчатой» структуры (3.2.1). Черные точки – это точки полученной модели. Большая часть точек выборки не принадлежала реальной области протекания процесса (в этом случае оценка индикаторной функции $I_s = 0$). Эти точки показаны на рисунке для наглядности. Ошибка моделирования $E=0.12$.

Изменим характер зависимости между входными переменными u_1 и u_2 .

Пусть объект исследования описывается системой:

$$\begin{cases} x = 2 \sin u_1 + u_2^2 + \psi, \\ u_2 = \sin u_1 + \varphi; \end{cases} \quad (3.3.5)$$

Зависимость между компонентами вектора входа носит нелинейный характер. Параметрическая модель имеет вид (3.2.2). С помощью МНК были получены оценки параметров α_1, α_2 . Результаты моделирования представлены на рисунке 3.11.

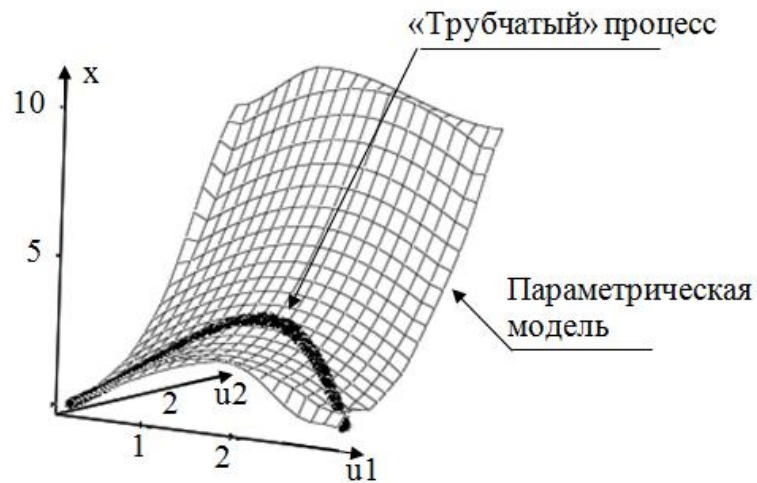


Рисунок 3.11 – Нелинейная зависимость между компонентами вектора входа

Параметрическая модель представляет собой поверхность, проходящую через «трубчатый» процесс. Относительная ошибка $E=3.73$. Используем для моделирования модифицированную параметрическую модель (3.2.3). В качестве оценки индикаторной функции I_s была выбрана оценка (3.2.7). Результаты моделирования представлены на рисунке 3.12.

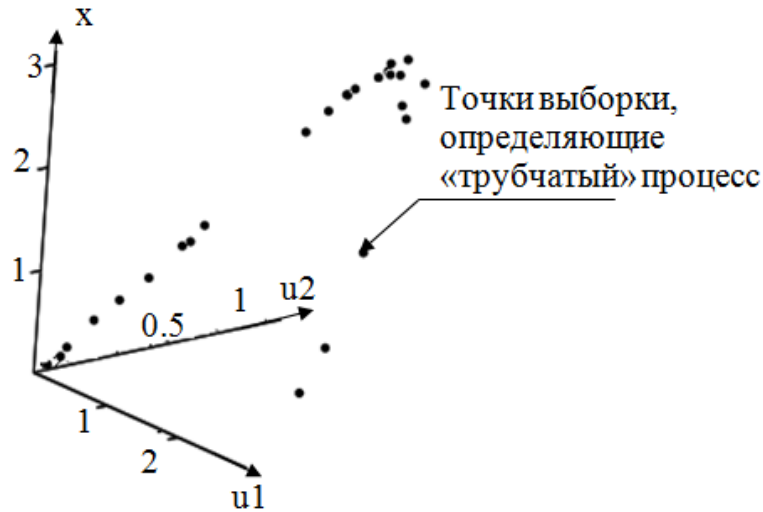


Рисунок 3.12 – Модифицированная параметрическая модель при нелинейной зависимости компонент вектора входа

Как видно из рисунка 3.10, алгоритм оставил в модели только те точки, которые определяют «трубчатый» процесс. Относительная ошибка моделирования составила $E=0.1$.

«Объем» процесса «трубчатой» структуры. Зная диапазоны изменения «входных-выходных» переменных процесса (к примеру, из технологического регламента предприятия), можно легко определить «объем» области, в котором протекает исследуемый процесс. Интересен с теоретической и практической точек зрения вопрос о том, какой «объем» от общей области протекания занимает процесс «трубчатой» структуры. В качестве первоначального приближения для расчета «объема» H -процесса можно использовать идею метода Монте-Карло. Воспользуемся следующей формулой:

$$V^H = \frac{q^H}{q} * 100\% , \quad (3.3.6)$$

где q – объем выборки наблюдений объекта исследования, q^H – количество точек, определяющих «трубчатый» процесс в результате моделирования.

Пусть исследуемый процесс описывается системой уравнений (3.3.5), рассмотренной ранее. Здесь $u_1, u_2 \in [0;3]$, ξ и ψ – случайные числа, распределенные по равномерному закону в интервале $[-0.05; 0.05]$. Пусть объем

выборки равен 1000, т.е. $q=1000$. Построим параметрическую модель данного процесса. Так как мы имеем дело со случайными величинами, то проведем усреднение по результатам 10 экспериментов.

В ходе экспериментов было получено, что количество точек, попавших в трубку $q^H=26$. Таким образом, «объем» процесса «трубчатой» структуры занимает 2,6% от общего «объема» процесса.

Рассмотрим результаты аналогичных экспериментов при различных значениях q , представленные в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Вычисление «объема» Н-процесса

№	q	q^H	V^H
1	500	7	1,24
2	1000	28	2,8
3	2000	66	3,3
4	3000	117	3,9
5	4000	150	3,75
6	5000	195	3,9
7	6000	242	4
8	7000	274	3,9
9	8000	320	4
10	9000	363	4
11	10000	394	3,94
12	15000	609	4,06

Из приведенной таблицы видно, что в конкретном случае объем «трубчатого» процесса составляет 4% от общего объема, занимаемого процессом. Что говорит о достаточно сильной стохастической зависимости входных переменных процесса.

Рассмотрим результаты следующего вычислительного эксперимента. Пусть на вход объекта подается векторное управляющее воздействие $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_k) \in [0;3]$, $k=20$ – размерность вектора входа, x – выход объекта, без нарушения общности, принят скалярным. В результате измерения «входных-выходных» переменных получаем выборку $\{u_i, x_i, i = \overline{1, s}\}$, где $s = 600$ – объем

выборки. Таким образом, мы оказываемся в ситуации, когда объем выборки s катастрофически мал, по сравнению с количеством действующих факторов k .

Примем предположения о том, что входные переменные объекта функционально зависимы, то есть исследуемый объект описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x = f(u_1, u_2, \dots, u_{20}); \\ u_2 = f(u_1); \\ u_3 = f(u_1, u_2); \\ \dots \\ u_{20} = f(u_1, u_2, \dots, u_{19}), \end{cases} \quad (3.3.7)$$

где компонента вектора входа $u_1 \in [0;3]$ генерируется с помощью генератора случайных чисел языка C# и является функционально независимой от всех остальных компонент вектора входа.

Для вычислительного эксперимента были выбраны зависимости, представленные в таблице 3.3. Из соображения простоты, без нарушения общности, они выбраны линейными, но могут быть и нелинейными. Построим модель исследуемого объекта, используя непараметрическую оценку регрессии:

$$x_s = \frac{\sum_{i=1}^{600} x_i \Phi\left(\frac{u_1 - u_{1i}}{c_s}\right) \Phi\left(\frac{u_2 - u_{2i}}{c_s}\right) \dots \Phi\left(\frac{u_{20} - u_{20i}}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^{600} \Phi\left(\frac{u_1 - u_{1i}}{c_s}\right) \Phi\left(\frac{u_2 - u_{2i}}{c_s}\right) \dots \Phi\left(\frac{u_{20} - u_{20i}}{c_s}\right)}, \quad (3.3.8)$$

где параметр размытости c_s и колоколообразная функция $\Phi(\cdot)$ удовлетворяют известным условиям сходимости [59].

Таблица 3.3 – Описание структур, используемых в вычислительном эксперименте

Переменная	Структура
x	$\sin(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} + u_{16} + u_{17} + u_{18} + u_{19} + u_{20})$
u_1	$Random()$
u_2	$\sin u_1$
u_3	$u_1 u_2$
u_4	$0.3(u_1 + u_2 + u_3)$
u_5	$\sin(0.3(u_1 + u_2 + u_3 + u_4))$
u_6	$\sqrt{u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5}$
u_7	$0.2(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6)$
u_8	$\sin(0.2(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7))$
u_9	$\sqrt{u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8}$
u_{10}	$0.2(u_1 u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9)$
u_{11}	$0.2(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10})$
u_{12}	$2 \sin(0.1(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11}))$
u_{13}	$2 \sin(0.1(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12}))$
u_{14}	$2 \sin(0.1(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13}))$
u_{15}	$0.1(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14})$
u_{16}	$0.1(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15})$
u_{17}	$\sqrt{0.1(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} + u_{16})}$
u_{18}	$\sqrt{0.1(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} + u_{16} + u_{17})}$
u_{19}	$0.01(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} + u_{16} + u_{17} + u_{18})$
u_{20}	$0.01(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} + u_{16} + u_{17} + u_{18} + u_{19})$

Результат численного моделирования представлен на рисунке 3.13.

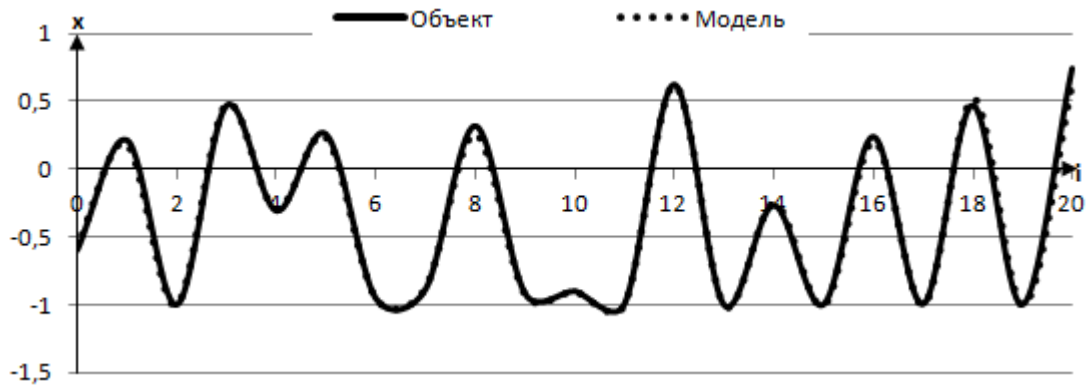


Рисунок 3.13 – Результат вычислительного эксперимента в условиях без помех

При этом относительная ошибка моделирования, вычисляемая по формуле (3.3.3), составила $E=0.02$, оптимальное значение $c_s=0.12$. Как видно, модель достаточно точна.

Добавим к выходу объекта x помеху 5%. Полученные результаты графически представлены на рисунке 3.14.

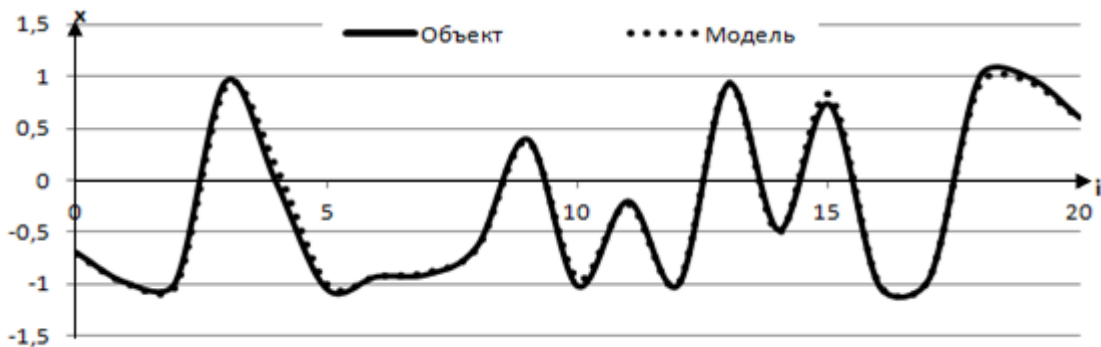


Рисунок 3.14 – Результат вычислительного эксперимента при помехе в 5%

Относительная ошибка моделирования равна $E=0.09$, $c_s=0.14$. Помеха оказывает влияние на качество моделирования, но ошибка, тем не менее, не значительна.

В рассмотренном выше примере 19 входных переменных из 20 были связаны между собой функциональной зависимостью. Сделаем еще один вход функционально независимым, то есть объект будет описываться системой уравнений:

$$\begin{cases} x = f(u_1, u_2, \dots, u_{20}); \\ u_2 = f(u_1); \\ u_3 = f(u_1, u_2); \\ \dots \\ u_{19} = f(u_1, u_2, \dots, u_{18}), \end{cases} \quad (3.3.9)$$

где переменные u_1 и u_{20} получены с помощью генератора случайных чисел языка C#. Полученные результаты моделирования показаны на рисунке 3.15.

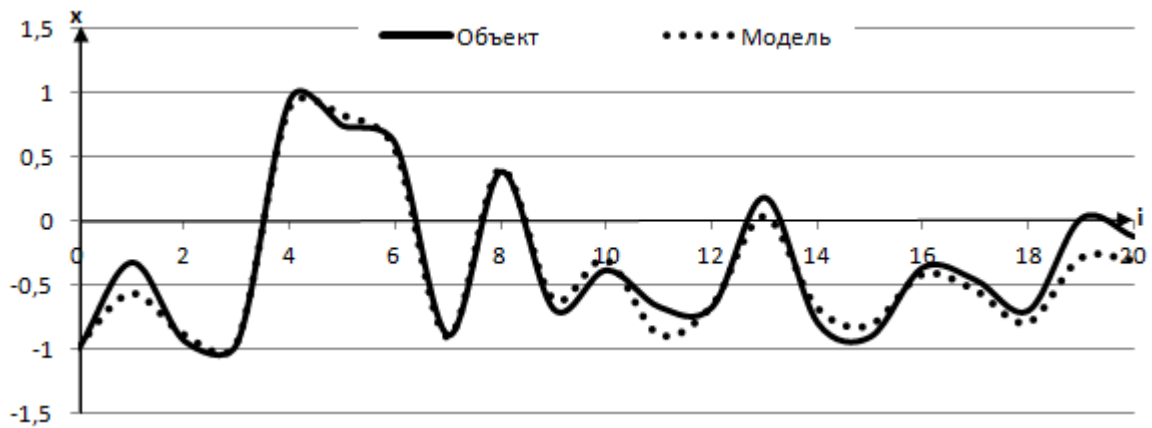


Рисунок 3.15 – Случай двух независимых переменных из двадцати

Из рисунка 3.15 следует, что при увеличении числа независимых компонент вектора входа u качество оценивания снижается. Относительная ошибка равна $E=0.07$, коэффициент $c_s=0.44$. При добавлении к выходной переменной x помехи 5% были получены результаты: $E=0.12$, $c_s=0.48$.

Сделаем еще один вход функционально независимым, то есть теперь исследуемый объект описывается системой:

$$\begin{cases} x = f(u_1, u_2, \dots, u_{20}); \\ u_2 = f(u_1); \\ u_3 = f(u_1, u_2); \\ \dots \\ u_{18} = f(u_1, u_2, \dots, u_{17}). \end{cases} \quad (3.3.10)$$

Переменные u_1 , u_{19} , u_{20} как и в предыдущих экспериментах, генерируются датчиком случайных чисел языка C#.

Относительная ошибка моделирования E увеличилась и составила 0.2, коэффициент $c_s=0.7$ (рисунок 3.16). При добавлении на выход 5% помех были получены следующие результаты: $E=0.24$, $c_s=0.77$.

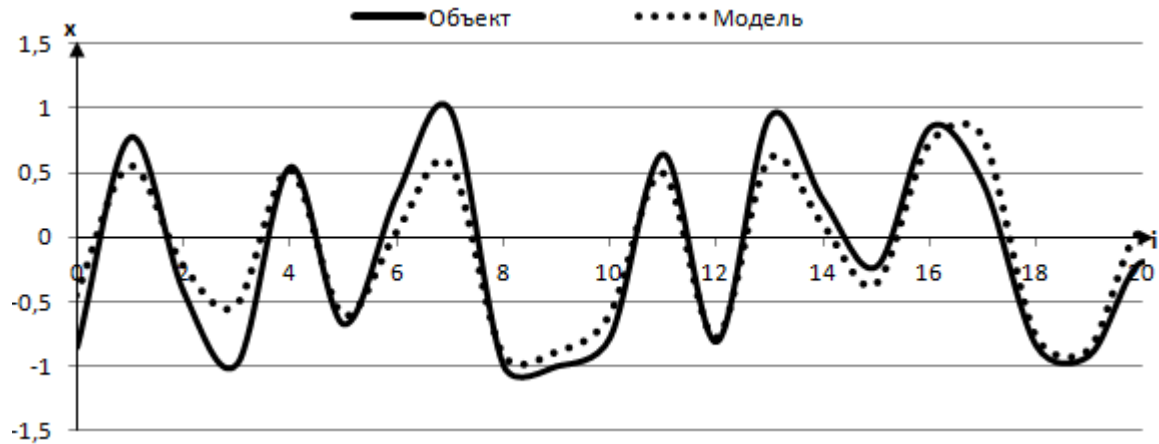


Рисунок 3.16 – Случай трех независимых переменных из двадцати

Из вышесказанного можно заключить следующие: моделирование многофакторных объектов в условиях малых объемов выборок дает удовлетворительные результаты лишь при условии функциональной зависимости входных переменных процесса. В обратном случае задача либо плохо реализуема, либо нереализуема вовсе.

Пусть все компоненты вектора входа представляют собой независимые величины, сгенерированные с помощью генератора случайных чисел языка C#. Рассмотрим, как зависит относительная ошибка моделирования от количества функционально зависимых переменных исходной выборки. Вычислительный эксперимент состоял из 20 этапов. На первом этапе все входные переменные процесса являлись функционально независимыми. Затем, на каждом последующем этапе, мы поочередно добавляли функционально зависимую переменную. В итоге, на последнем этапе, все входные переменные, кроме одной, оказались функционально зависимыми. Результаты эксперимента иллюстрируется на нижеследующем рисунке:



Рисунок 3.17 – График зависимости относительной ошибки моделирования от числа независимых компонент вектора входа

Из рисунка видно, что для малых объемов выборки s и больших размерностей вектора входа u построение адекватной модели возможно лишь при наличии статистической связи между компонентами вектора входа. При 16 зависимых компонентах вектора u ошибка $E=0.7$, при 17 это $E=0.26$, а при 18 и 19 ошибки $E=0.05$ и $E=0.02$ соответственно.

Выводы

Третья глава диссертационной работы посвящена изучению процессов со стохастической зависимостью между компонентами вектора входных переменных (Н-процессы или процессы «трубчатого» типа). Процессы данного класса окружают нас повсеместно (медицина, химия, промышленность, социальные процессы и др.), однако, на сегодняшний день они являются малоизученными. Главная особенность Н-процессов состоит в том, что они протекают не во всей области определения исследуемого процесса Ω . В связи с наличием зависимости между компонентами вектора входа Н-процесс протекает лишь в некоторой подобласти $\Omega^H \in \Omega$, форма и объем которой исследователю никогда не известны. При моделировании объекта исследования область протекания Н-процесса должна подлежать определению.

В работе показано, что традиционные методы параметрической идентификации не приемлемы при работе с Н-процессами. В этой связи предложена модификация параметрического алгоритма идентификации с использованием индикаторной функции, которая определяет область протекания Н-процесса. Предложено два вида индикаторной функций. Вычислительные эксперименты показали, что задача идентификации Н-процессов в этом случае решается достаточно точно. Методы непараметрической идентификации при работе с Н-процессами в модификации не нуждаются. Это обусловлено тем, что непараметрические методы относятся к классу локальных аппроксимаций.

Анализируется вопрос о том, какой «объем» от общей области протекания процесса занимает процесс «трубчатой» структуры. В качестве первоначального приближения в работе используется идея метода Монте-Карло.

Рассматривается задача моделирования процесса сравнительно большой размерности при наличии малого объема выборки. Вычислительные эксперименты показали, что модели Н-процессов позволяют давать хорошие прогнозы при большой размерности задачи, но при малом объеме исходных данных. Это обусловлено статистической зависимостью компонент вектора входа рассматриваемого процесса.

ГЛАВА 4 НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ «ТРУБЧАТЫМИ» ПРОЦЕССАМИ

4.1 Постановка задачи управления

Теория управления является в настоящее время одной из важнейших технических наук общего применения, которая дает основную теоретическую базу для исследования и проектирования любых автоматических и автоматизированных систем во всех областях техники и деятельности человека. [58, 76]. Автоматические и автоматизированные системы облегчают труд человека, заменяя его, частично или полностью, при выполнении рабочих и управленческих операций.

Для автоматического управления создается система, состоящая из объекта управления (ОУ) и управляющего устройства (УУ). Управление состоит в том, чтобы воздействуя на объект, изменять протекающие в нем процессы таким образом, чтобы была достигнута цель управления [71].

Выделяют следующие фундаментальные принципы управления:

- принцип разомкнутого управления;
- принцип компенсации (регулирование по возмущению);
- принцип обратной связи (ОС).

Система с разомкнутым принципом управления представлена на рисунке 4.1. Здесь $u(t)$ – векторное управляющее воздействие, $x(t)$ – векторная управляемая величина, $\xi(t)$ – векторное возмущающее воздействие, ОУ – объект управления.

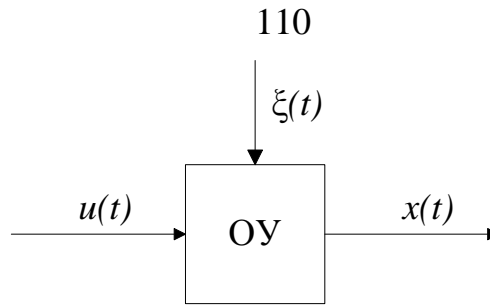


Рисунок 4.1 – Схема с разомкнутым принципом управления

Системы с разомкнутым принципом управления не могут обеспечить высокую точность управления, так как результат $x(t)$, вызываемый управляющим воздействием $u(t)$, не измеряется. Здесь не осуществляются действия, влияющие на результат $x(t)$, с тем, чтобы они соответствовали желаемому $x^*(t)$. Алгоритм управления строится только на основе заранее заданного алгоритма функционирования и не контролируется по фактическому значению управляемой величины $x(t)$.

Наиболее распространенным способом управления является управление с использованием обратной связи (рисунок 4.2).

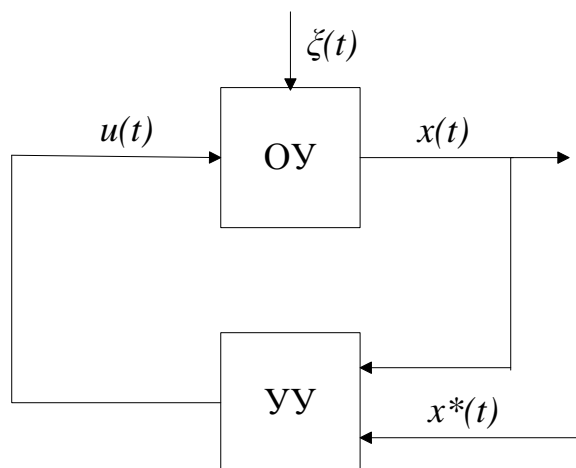


Рисунок 4.2 – Схема управления с обратной связью

Здесь главная задача регулятора состоит в том, чтобы $x(t)$ наименьшим образом отклонялась от $x^*(t)$ в смысле принятого критерия, определяющего меру

этого отклонения. В системах с замкнутым циклом качество управления, т.е. точность поддержания требуемой функциональной связи между входом $u(t)$ и выходом $x(t)$, в основном зависит от точности, с которой производят измерение и сравнение требуемого $x^*(t)$ и действительного значений регулируемой переменной $x(t)$ [57].

Развитие теории управления находится в постоянной динамике. На сегодняшний день бурно развивающейся ветвью теории стохастического управления является теория обучающихся или адаптивных систем, которые позволяют осуществлять оптимальное управление сложными объектами в условиях малой априорной информации за счет использования текущей информации, получаемой в результате функционирования объекта управления [80, 81].

Априорная информация – основа для формулировки задачи управления. Теория автоматического управления – это точная наука, которая оперирует количественными характеристиками [57]. Здесь требуется не только качественное описание системы, но и количественное, математическое. Большую роль при математической формулировке задачи управления играет уровень априорной информации об ОУ, которой зачастую недостаточно.

В этой связи проблемы адаптивных и обучающихся систем, соответствующих различным уровням априорной информации, являются на сегодняшний день важнейшими в теории автоматического управления [62, 65]. Смысл адаптации состоит в том, что в процессе обучения адаптивная система «автоматически» восполняет недостаток информации, превращаясь таким образом в «обученную» [85]. Адаптивные системы управления используют текущую информацию, получаемую в процессе наблюдения (обучения) для восполнения недостатка априорных сведений.

Существенный интерес представляет развитие теории дуального управления в условиях малой априорной информации, при которой управляющие воздействия используются не только для приведения объекта к желаемому

состоянию, но и для его изучения. Потребность в построении подобных систем возникает во многих технологических, производственных процессах, а также в других областях человеческой деятельности (экономика, социология и др.).

Первые работы по теории дуального управления принадлежат А.А.Фельдбауму [79]. В его постановке рассматриваемая задача является байесовой, когда параметрическая модель объекта исследования известна с точностью до параметров, также известны плотности распределения внешних воздействий и параметров управляемого объекта. В условиях меньшей априорной информации проблема дуального управления была рассмотрена Я.З.Цыпкиным [85], который является основоположником параметрической теории адаптивных систем. Здесь априорные требования к плотности вероятности случайных факторов ослабевают, но требуются знания о параметрической структуре объекта исследования. Параметризация структуры исследуемого объекта требует, тем не менее, значительного объема априорной информации, которого зачастую недостаточно. Неточность при выборе параметрической модели объекта может привести к тому, что адаптивная система утрачивает свои свойства и перестает быть, в достаточной степени, обучающейся.

Интерес представляют задачи управления в условиях непараметрической неопределенности, развиваемые Медведевым А.В. [26]. Основой для построения адаптивных и обучающихся моделей и систем управления явились здесь методы непараметрической статистики [59] и развиваемая сегодня теория непараметрических адаптивных систем [49]. Ее отличие от существующей параметрической теории адаптивных систем состоит в отсутствие этапа выбора параметрической структуры модели на основании имеющейся априорной информации. В этом случае требования к априорной информации ослабевают. Как говорилось ранее, здесь требуется информация на качественном уровне (статический или динамический объект, линейный или нелинейный и др.).

4.2. Дуальное управление в условиях параметрической неопределенности

Как было сказано ранее, недостаточность априорной информации приводит к необходимости совмещать в определенном смысле изучение объекта и управление им. Мы не можем оптимально управлять объектом, не зная его характеристик, но мы можем изучать объект, управляя им, и тем самым иметь возможность улучшать управление, стремясь к оптимальному. В этой ситуации управляющие воздействия носят двойственный характер. Они служат как средством изучения, познания объекта, так и средством направления его к желаемому (т. е. оптимальному) состоянию. Такое управление, при котором управляющие воздействия носят двойственный характер, называют дуальным управлением [85].

Дуальное управление было открыто и развито А.А.Фельдбаумом. Главный смысл систем дуального управления, отличающий его от предшествующих, состоит в том, что дуальное управляющее воздействие выполняет двойную роль: оно является как управляющим, в классическом смысле этого слова, так и изучающим. Первоначально теория дуального управления была разработана в байесовой постановке. Проиллюстрируем это на нижеследующем рисунке:

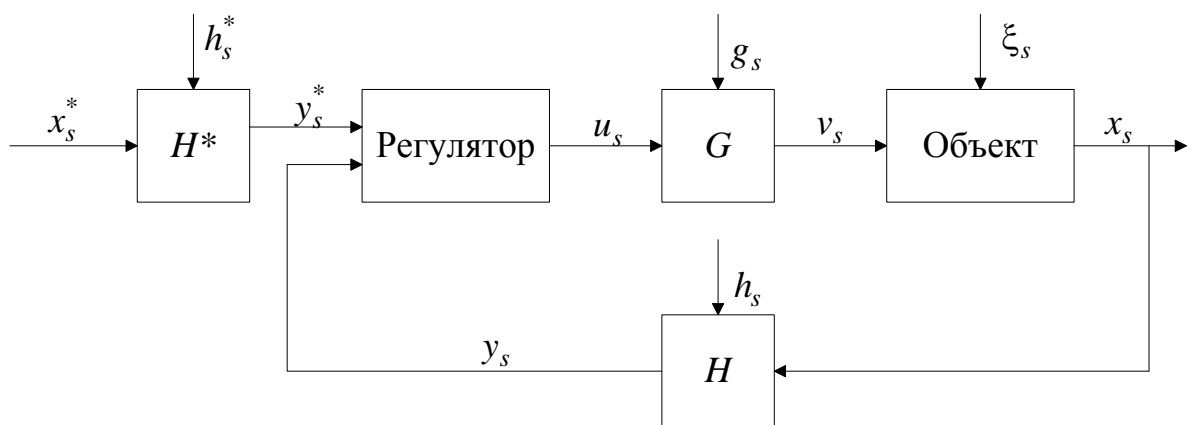


Рисунок 4.3 – Общая схема дуального управления

Здесь задающее воздействие x_s^* , проходя через канал связи H^* и смешиваясь в нем с шумом h_s^* , поступает в регулятор как y_s^* . Кроме того, в регулятор поступает переменная u_s , которая представляет собой выход объекта x_s , прошедший через канал связи H и смешавшийся в нем с шумом h_s . Выходом регулятора является управляющее воздействие u_s , которое, проходя через канал связи G и смешиваясь в нем с помехой g_s , поступает на управляемый объект в виде v_s . Объект находится под влиянием помехи ξ_s , s – дискретное время. Задача состоит в определении оптимальной стратегии регулятора.

В постановке А.А.Фельдбаума рассматриваемая задача – байесова. Предполагается, что помехи в каналах измерения величин h_s^* , h_s , g_s – последовательности независимых случайных величин с неизменными плотностями вероятности $P(h_s^*)$, $P(h_s)$, $P(g_s)$, помехи аддитивные и гауссовы; $\xi_s = \xi(s, \mu)$, где μ – случайный вектор с известной априорной плотностью вероятности $P(\mu)$. Аналогично, полагаем, что $x_s = x(s, \lambda)$, где λ – случайный вектор с заданной плотностью вероятности $P(\lambda)$; все внешние воздействия, поступающие на схему – ξ_s , h_s^* , h_s , g_s , x_s^* – статистически независимы. Объект не имеет памяти и описывается уравнением $x_s = F(\xi_s, v_s)$, где F – ограничена, однозначна и дифференцируема. Кроме того, способы комбинации сигнала и шума в блоках H^* , H , G считаются известными и неизменными, а сами блоки не имеющими памяти, т.е. $y_s^* = y^*(x_s^*, h_s^*)$, $v_s = v(u_s, g_s)$, $y_s = y(x_s, h_s)$, вместо которых и вероятностных характеристик шумов можно сразу задать условные плотности вероятности $P(y_s^* / x_s^*)$, $P(v_s / u_s)$, $P(y_s / x_s)$. Задача состоит в определении оптимальной стратегии регулятора:

$$P_s(u_s) = \Gamma_s(u_s / \bar{u}_{s-1}, \bar{y}_{s-1}, \bar{y}_s^*), \quad 0 \leq s \leq n, \quad (4.2.1)$$

где $\bar{u}_s = (u_0, \dots, u_s)$ – временной вектор, и по аналогии \bar{y}_s^*, \bar{y}_s , $0 \leq s \leq n$.

Теория дуального управления в постановке А.А.Фельдбаума предполагает наличие довольно большого объема априорной информации об исследуемом объекте и каналах связи. Это часто вызывает серьезные затруднения при разработке систем дуального управления реальными процессами и объектами. В этой связи существенный интерес представляют исследования Я.З.Цыпкина по синтезу систем дуального управления в условиях параметрической априорной информации и изложенной в [85].

В качестве примера системы адаптивного управления Я.З.Цыпкиным [86] был рассмотрен линейный объект, описывающийся следующим уравнением:

$$x_t = \sum_{i=1}^n a_i x_{t-i} + a_0 u_{t-1}, \quad (4.2.2)$$

где $c = (a_0, a_1, \dots, a_n)$ – вектор коэффициентов, $z_t = (x_{t-1}, \dots, x_{t-n}, u_{t-1})$ – вектор ситуаций. Можно представить выражение (4.2.2) в следующей матричной форме:

$$x_t = c^T z_t, \quad (4.2.3)$$

где T – знак транспонирования.

Закон управления задан следующим образом:

$$u_{t-1} = \sum_{j=1}^m b_j x_{t-j}, \quad (4.2.4)$$

либо в матричной форме

$$u_{t-1} = b^T Y_t, \quad (4.2.5)$$

где $b = (b_1, \dots, b_m)$ – вектор параметров, $Y_t = (x_{t-1}, \dots, x_{t-m})$ – вектор выходных переменных управляющего устройства.

Идентификация объекта осуществляется с помощью алгоритма «изучения»:

$$c_t = c_{t-1} + \gamma_t^c (x_t - c_{t-1}^T z_t) z_t, \quad (4.2.6)$$

при квадратичном критерии качества $M \left\{ (x_t - c^T z_t)^2 \right\}$.

Алгоритм управления имеет следующий вид:

$$b_t = b_{t-1} + \gamma_t^b (x_t^* - c_{t-1}^T z_t) Y_t c_t, \quad (4.2.7)$$

где x_t^* – задающее воздействие, γ – это переменный коэффициент, удовлетворяющий условиям Роббинса-Монро [92], а V_t равно

$$V_t = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{t-1}}{\partial b_{t-1}^1} & \dots & \frac{\partial x_{t-m}}{\partial b_{t-1}^1} & \frac{\partial u_{t-1}}{\partial b_{t-1}^1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial x_{t-1}}{\partial b_{t-1}^m} & \dots & \frac{\partial x_{t-m}}{\partial b_{t-1}^m} & \frac{\partial u_{t-1}}{\partial b_{t-1}^m} \end{pmatrix}, \quad (4.2.8)$$

матрица функций чувствительности размера $m \times (m+1)$.

Структурная схема адаптивной системы дуального управления представлена на рисунке 4.4.

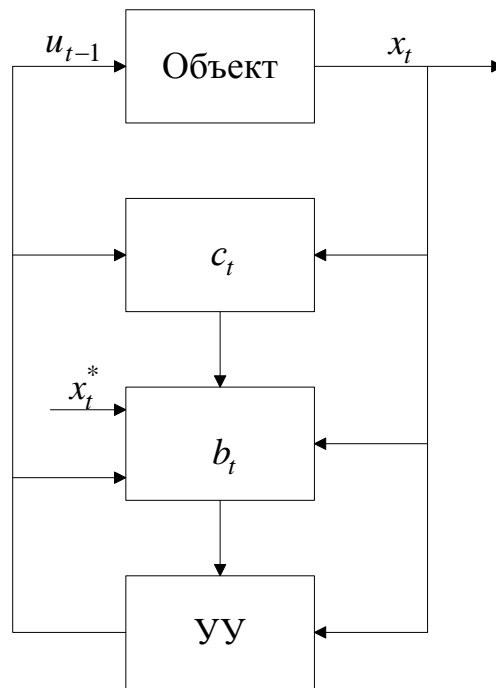


Рисунок 4.4 – Схема адаптивного дуального управления Я.З.Цыпкина

Данная схема включает в себя блок идентификации (оценка параметров c) и блок управления (оценка параметров b). Блок УУ реализует заданный закон управления (4.2.4 – 4.2.5). Каждому значению состояния объекта x_t соответствуют свои наборы параметров c и b .

Как в байесовой постановке задачи дуального управления, так и в адаптивной постановке предполагается математическое описание объекта с

точностью до вектора параметров. Как было сказано ранее, математическое описание требует большого объема априорной информации об объекте исследования. В этих случаях целесообразно использовать непараметрические методы.

4.3. Дуальное управление в условиях непараметрической неопределенности

Как уже говорилось, в условиях непараметрической неопределенности целесообразно использовать методы непараметрической идентификации. Рассмотрим идеализированную схему управления, представленную на рисунке 4.5 [52, 53].

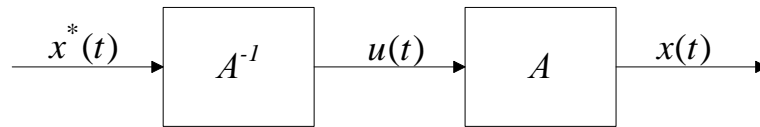


Рисунок. 4.5 – Схема идеального управления

Здесь A – линейный оператор процесса, A^{-1} – оператор, обратный A . Из вышеприведенной схемы видно, что

$$x(t) = A \langle u(t) \rangle, \quad u(t) = A^{-1} \langle x(t) = x^*(t) \rangle. \quad (4.3.1)$$

Из (4.3.1), с учетом того, что $A^{-1}A = I$ – единичный оператор, можно получить

$$x(t) = A^{-1}A \langle x(t) = x^*(t) \rangle = x^*(t). \quad (4.3.2)$$

Таким образом, вид идеального регулятора (\mathcal{A} -регулятор) может быть представлен в форме (4.3.2) [53]. Используя уравнение (4.3.2), можно, задавая желаемую траекторию $x^*(t)$, получить идеальное значение управления $u^*(t)$. Однако, ключевая проблема на этом пути состоит в том, что в большинстве случаев построить такую схему невозможно, тем более, что оператор A – неизвестен. Поэтому встает вопрос о построении схемы управления, приближенной к идеальной.

Рассмотрим схему непараметрического дуального управления, представленную на нижеследующем рисунке:

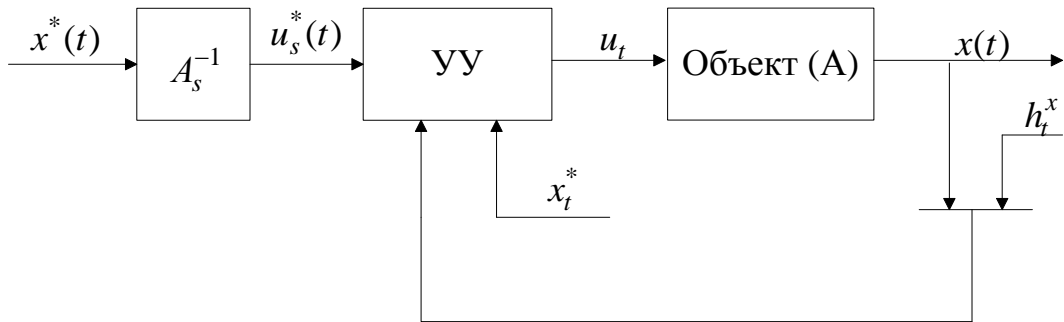


Рисунок 4.6 – Схема непараметрического дуального управления

Здесь A_s^{-1} – непараметрическая оценка обратного оператора A^{-1} по выборке наблюдений «входных-выходных» переменных объема s , УУ – управляющее устройство. В своей совокупности эти два блока представляют собой приближение к идеальному регулятору, представленному на рис.4.5.

Непараметрический алгоритм дуального управления в данном случае принимает вид [53]:

$$u_{s+1} = u_s^* + \Delta u_{s+1}, \quad (4.3.3)$$

где u_s^* представляет собой оценку оператора A^{-1} по выборке объема s , а Δu_{s+1} – «поисковый» шаг. Дуализм данного алгоритма состоит в том, что компонента u_s^* содержит в себе «знания» об объекте, а компонента Δu_{s+1} – «изучающие поисковые» шаги. На начальной стадии управления основную роль играет поисковый шаг Δu_{s+1} . Это случай активного накопления информации. По мере накопления информации при формировании управляющего воздействия возрастает роль первого слагаемого u_s^* .

Из соображений простоты рассмотрим одномерный случай. В этом случае непараметрическая оценка u_s^* имеет вид:

$$u_s^* = \frac{\sum_{i=1}^s u_i \Phi\left(\left(c_s^x\right)^{-1}\left(x_{s+1}^* - x_i\right)\right) \Phi\left(\left(c_s^\mu\right)^{-1}\left(\mu_{s+1} - \mu_i\right)\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\left(c_s^x\right)^{-1}\left(x_{s+1}^* - x_i\right)\right) \Phi\left(\left(c_s^\mu\right)^{-1}\left(\mu_{s+1} - \mu_i\right)\right)}, \quad (4.3.4)$$

где $\Phi(\cdot)$ – ядерная колоколообразная функция, c_s^x и c_s^μ – соответствующие коэффициенты размытости ядра. И ядерная функция, и коэффициенты размытости ядра удовлетворяют некоторым условиям сходимости [59]. В качестве ядерной функции может быть использовано треугольное ядро, которое для выходной переменной $x(t)$ принимает вид:

$$\Phi\left(\left(c_s^x\right)^{-1}\left(x_{s+1}^* - x_i\right)\right) = \begin{cases} 1 - \left| \left(c_s^x\right)^{-1}\left(x_{s+1}^* - x_i\right) \right|, & \text{если } \left| \left(c_s^x\right)^{-1}\left(x_{s+1}^* - x_i\right) \right| \leq 1, \\ 0 & , \text{если } \left| \left(c_s^x\right)^{-1}\left(x_{s+1}^* - x_i\right) \right| > 1. \end{cases} \quad (4.3.5)$$

Настройка коэффициентов размытости соответствующих ядер подчинена следующей методике. На первом этапе находится значение коэффициента размытости ядра c_s^μ :

$$c_s^\mu = \alpha \left| \mu_{s+1} - \mu^0 \right|, \quad (4.3.6)$$

где коэффициент $\alpha > 1$, μ^0 – точка из выборки $\{\mu_i\}, i = \overline{1, s}$, по своему значению наиболее близкая к значению точки μ_{s+1} . Каждому такту алгоритма управления соответствует триада значений $\{u_i, \mu_i, x_i\}, i = \overline{1, s}$. В дальнейшем для работы алгоритма используются только те триады, для которых выполняется условие $\left((\mu_{s+1} - \mu_i) / c_s^\mu \right) < 1$, объем выборки при этом сокращается до объема s' .

На втором этапе находится значение коэффициента размытости ядра c_s^x :

$$c_s^x = \beta \left| x_{s+1}^* - x^0 \right|, \quad (4.3.7)$$

где коэффициент $\beta > 1$, x^0 – точка из выборки $\{x_i\}, i = \overline{1, s'}$, по своему значению наиболее близкая к значению точки x_{s+1}^* .

Второе слагаемое в формуле (4.3.3) Δu_{s+1} – «поисковый» шаг, который рассчитывается следующим образом:

$$\Delta u_{s+1} = \gamma(x_{s+1}^* - x_s), \quad (4.3.8)$$

где γ – некоторый коэффициент.

В более общем многомерном случае формула (4.3.4) имеет вид:

$$u_{v,s}^* = \frac{\sum_{i=1}^s u_{vi} \prod_{j=1}^n \Phi\left((c_s^x)^{-1}(x_{j,s+1}^* - x_{j,i})\right) \prod_{q=1}^k \Phi\left((c_s^\mu)^{-1}(\mu_{q,s+1} - \mu_{q,i})\right)}{\sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^n \Phi\left((c_s^x)^{-1}(x_{j,s+1}^* - x_{j,i})\right) \prod_{q=1}^k \Phi\left((c_s^\mu)^{-1}(\mu_{q,s+1} - \mu_{q,i})\right)}, \quad v = \overline{1, m}. \quad (4.3.9)$$

Обратим внимание на одно существенное обстоятельство: функционирование системы дуального управления, представленной на рисунке 4.6, начинается после измерения «входных-выходных» переменных, в результате которого мы имеем первую триаду наблюдений (u_1, μ_1, x_1) . Начиная со следующего такта, «включается» система дуального управления, функционирование которой осуществляется с использованием формул (4.3.2-4.3.8), то есть при известных значениях $\mu(t)$ и задающего воздействия $x^*(t)$ рассчитывается соответствующее управление, которое подается на объект. Еще раз обратим внимание на то, что вид уравнения объекта в данном случае не известен, а известно лишь, что характеристика объекта взаимно однозначна. В этом состоит и дуализм, и содержание активного накопления информации устройством управления.

Если на вход объекта управления поступает несколько управляющих воздействий, то тут можно говорить уже о цепочке алгоритмов управления. Рассмотрим схему, представленную на рисунке 4.7.

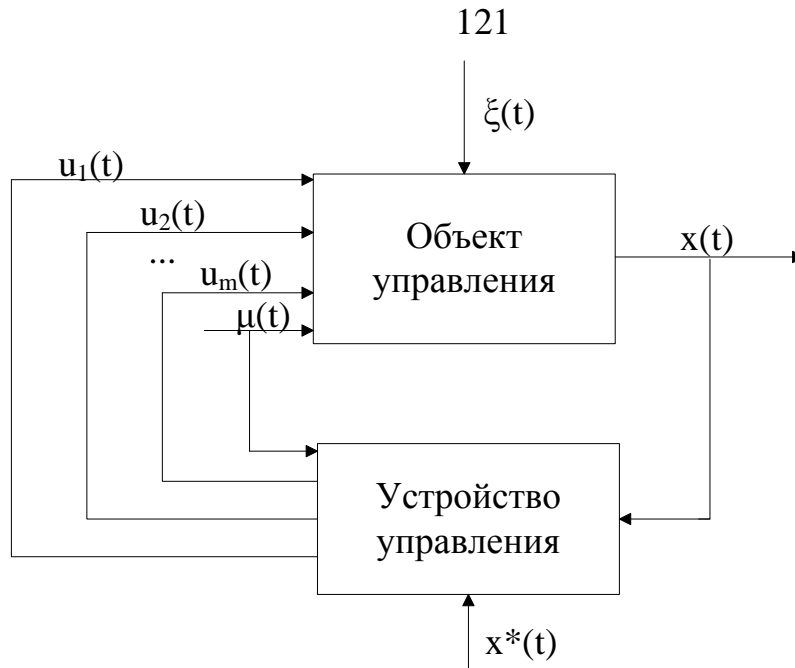


Рисунок 4.7 – Многомерное управление объектом

В данном случае на вход объекта управление поступает векторное управляющее воздействие $u = (u_1, u_2, \dots, u_m) \in R^m$. В этом случае управление u_1 , в принципе, может быть задано произвольным из $\Omega(u_1)$. При выборе u_1 можно руководствоваться практическими соображениями, например, экономическими или экологическими. Тогда формула (4.3.9) для расчета u_2 принимает вид:

$$u_{2,s}^* = \frac{\sum_{i=1}^s u_2^i \Phi\left(\frac{u_1 - u_1^i}{c_s^{u_1}}\right) \prod_{j=1}^n \Phi\left(\frac{x_{j,s+1}^* - x_j^i}{c_s^{x_j}}\right) \prod_{q=1}^k \Phi\left(\frac{\mu_{q,s+1} - \mu_q^i}{c_s^{\mu_q}}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u_1 - u_1^i}{c_s^{u_1}}\right) \prod_{j=1}^n \Phi\left(\frac{x_{j,s+1}^* - x_j^i}{c_s^{x_j}}\right) \prod_{q=1}^k \Phi\left(\frac{\mu_{q,s+1} - \mu_q^i}{c_s^{\mu_q}}\right)}. \quad (4.3.10)$$

Таким образом, значение управляющего воздействия u_2 на данной итерации рассчитывается с учетом значения переменной u_1 . Для расчета значения u_3 будут приниматься во внимание значения u_1 и u_2 . В итоге, для расчета значения переменной u_m может быть использована формула:

$$u_{m,s}^* = \frac{\sum_{i=1}^s u_m^i \prod_{l=1}^{m-1} \Phi\left(\frac{u_l - u_l^i}{c_s^{u_l}}\right) \prod_{j=1}^n \Phi\left(\frac{x_{j,s+1}^* - x_j^i}{c_s^{x_j}}\right) \prod_{q=1}^k \Phi\left(\frac{\mu_{q,s+1} - \mu_q^i}{c_s^{\mu_q}}\right)}{\sum_{i=1}^s \prod_{l=1}^{m-1} \Phi\left(\frac{u_l - u_l^i}{c_s^{u_l}}\right) \prod_{j=1}^n \Phi\left(\frac{x_{j,s+1}^* - x_j^i}{c_s^{x_j}}\right) \prod_{q=1}^k \Phi\left(\frac{\mu_{q,s+1} - \mu_q^i}{c_s^{\mu_q}}\right)}. \quad (4.3.11)$$

Расчет коэффициента размытости ядра c_s^u по каждой компоненте производится в соответствии со следующей формулой:

$$c_s^u = \rho \left| u_{s+1} - u^0 \right|, \quad (4.3.12)$$

где коэффициент $\rho > 1$, u^0 – точка из выборки $\{u_i\}, i = \overline{1, s}$, по своему значению наиболее близкая к значению точки u_{s+1} .

Таким образом, значение каждой компоненты вектора управляющего воздействия $u = (u_1, u_2, \dots, u_m) \in R^m$ выбирается последовательно, с учетом уже определенных значений предыдущих компонент, что позволяет осуществлять более качественное управление процессом.

Управление макрообъектом. В настоящее время, при управлении дискретными непрерывными процессами в разных отраслях промышленности, часто используют стандартные типовые законы регулирования (П, ПИ, ПИД регуляторы). В частности, они эффективно используются при управлении хорошо контролируемыми техническими объектами, например, плавильными печами, реакторами, турбинами и др. Совершенно ясно, что качество регулирования зависит от настроек соответствующих регуляторов, и в ряде случаев оказывается недостаточно эффективными. Отметим еще одно обстоятельство – типовые регуляторы, используемые в промышленности, не являются обучающими (адаптивными). Это значит, что при повторном переводе объекта из одного состояния в другое, регулятор функционирует таким же образом, как и ранее. Рассмотрим схему управления, представленную на рисунке 4.8.

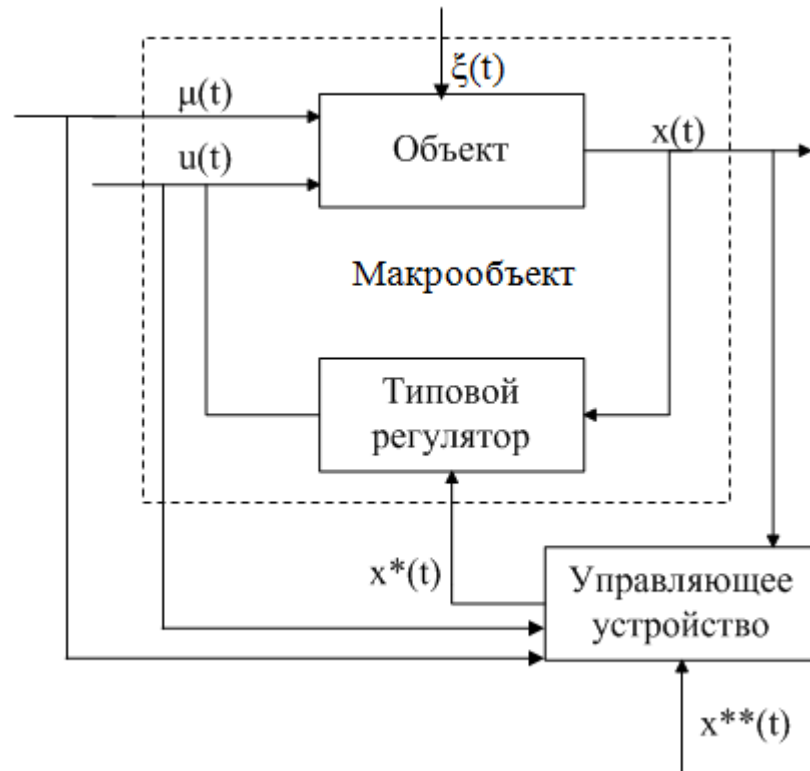


Рисунок 4.8 – Схема управления макрообъектом

В вышеописанной схеме встроенный в систему управления типовой регулятор сохранен, но добавлен внешний контур управления, несущий в себе черты обучаемости и дуализма. Для него объект и регулятор являются своеобразным макрообъектом. Здесь x^{**} – задающее воздействие, поступающее на управляющее устройство, которое, в свою очередь, вырабатывает задающее воздействие x^* для типового регулятора.

Очевидно, что управляющее устройство является внешним контуром управления, который позволяет улучшить качество управления объектом. При этом замена типовых регуляторов, которые находятся в производстве (П, ПИ, ПИД), не предполагается. Это связано с тем, что стандартные регуляторы – аналоговые, и часто более надежные в работе, чем цифровые, которые в большей степени подвержены воздействию внешней среды (резкий перепад температур, вибрации, агрессивной среды, воздействия различного рода излучениям).

Рассмотрим результаты одного вычислительного эксперимента. Для имитации реального объекта использовалось уравнение вида:

$$x(t) = 2u^2(t) + 1.5u(t) + g^x(t), \quad (4.3.13)$$

где $x(t)$ – выход объекта, $u(t)$ – управляющее воздействие, $g(t)$ – центрированная аддитивная помеха, приложенная к выходу объекта, имеет нулевое математическое ожидание и ограниченную дисперсию. Задающее воздействие имеет вид ступеньки.

В качестве алгоритма управления был выбран П-алгоритм, принцип работы которого состоит в следующем:

$$u_s = K_p (x_s^* - x_{s-1}), \quad (4.3.14)$$

где K_p – пропорциональный коэффициент, взят равным $K_p=0.1$. Значения γ и β в непараметрическом алгоритме дуального управления были приняты равными: $\gamma=0.2$, $\beta=1.2$. Объем выборки примем равным 300. Рассмотрим работу описанной системы управления макрообъектом при отсутствии помех, результаты которой представлены на рисунке 4.9.

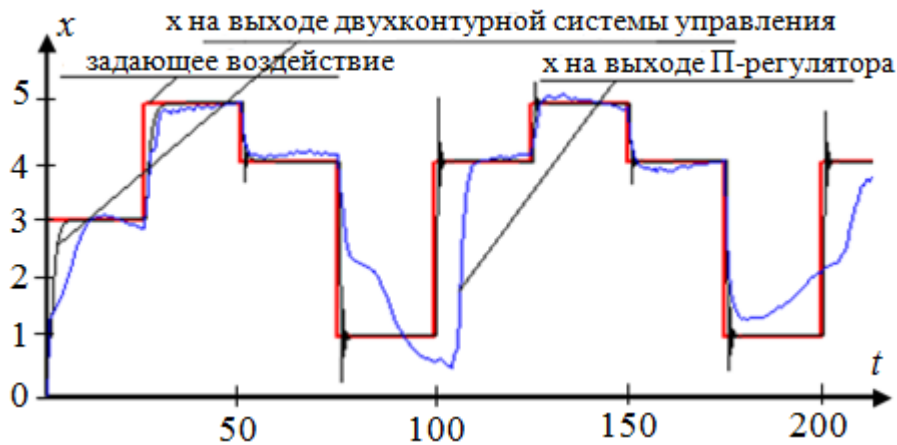


Рисунок 4.9 – Результат работы системы управления при отсутствии помехи

Обучение управлению начинается с первой триады наблюдений x_1, u_1, μ_1 . На начальной стадии управления необходимо некоторое время (накопление выборки) для приведения объекта в заданное состояние. Из графиков видно, что двухконтурная система управления приводит объект к заданному состоянию быстрее, чем П-регулятор.

Рассмотри случай, представленный на рисунке 4.10, когда входное измеряемое неуправляемое воздействие имеет вид траектории $\mu(t) = 1.25 + \sin(0.5t)$. При этом объект описывается уравнением:

$$x(t) = 2u^2(t) + 1.5u(t) + \mu(t) + g^x(t). \quad (4.3.15)$$

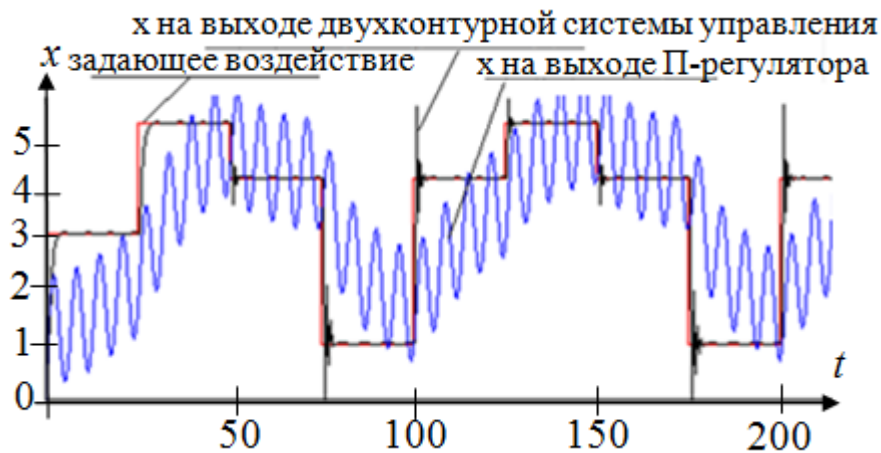


Рисунок 4.10 – Результат работы системы при увеличении частоты колебаний неизвестного входного воздействия $\mu(t)$, задающие воздействие – ступенчатое, помеха отсутствует

Как можно заметить из рисунка 4.10, непараметрический алгоритм дуального управления, при учащении колебаний входного контролируемого воздействия $\mu(t)$, справляется с задачей управления лучше, чем П-регулятор, который в свою очередь выдает управления плохого качества.

Представим задающие воздействие, начиная с 50-ой итерации, в виде траектории, имеющей вид:

$$x^*(t) = 4 + 2 \sin(0.1t), \quad (4.3.16)$$

результат данного эксперимента представлен на рисунке 4.11:

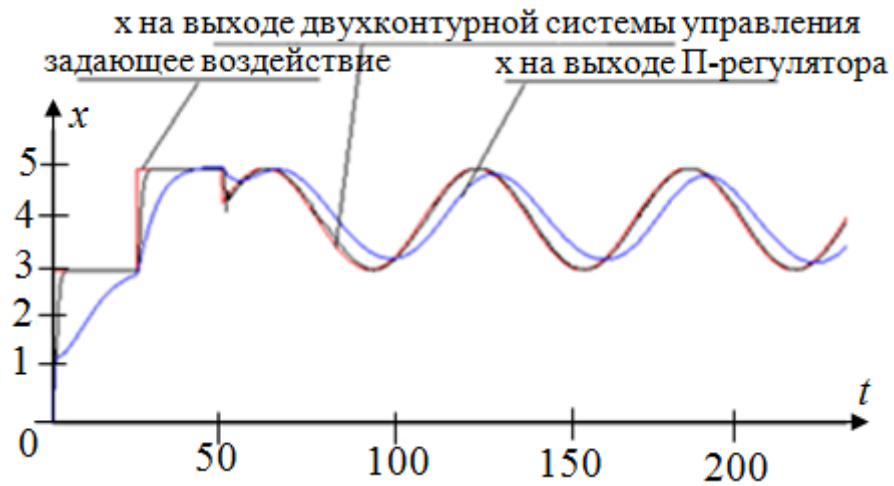


Рисунок 4.11 – Результат работы системы при задающем воздействии в виде траектории

Как мы можем заметить из рисунка 4.11, П-регулятор, «не успевает» подстраиваться под x^* , вследствие того, что оно имеет вид траектории, но как только мы добавляем контур, содержащий адаптивный регулятор, мы можем наблюдать, что после «обучения», происходящего на первых тактах, объект мгновенно переходит к заданию.

Представим случай, когда x^* начиная с 20-ой итерации задается случайным образом (рисунок 4.12):



Рисунок 4.12 – Результат работы системы при случайном задании

Здесь мы представили случай, когда двухконтурная система управления, явно превосходит схему, включающую один П-регулятор. В данном примере x^* – задается случайно, и, разумеется, стандартные алгоритмы регулирования не успевают подстроиться под задание, в то время как адаптивный алгоритм, «запомнив», как достигнуть нужной результат, справляется с задачей управления.

4.4 Вычислительные эксперименты

Проверка работоспособности изложенного алгоритма непараметрического дуального управления осуществлялась методами статистического моделирования. Для вычислительного эксперимента был выбран объект, описывающийся уравнением вида:

$$x(t) = 2\sqrt{u(t)} + \mu(t). \quad (4.4.1)$$

Отметим, что данная зависимость известна нам лишь в рамках вычислительного эксперимента. Входная управляемая переменная $u(t)$ генерировалась по равномерному закону распределения в заданных интервалах $u(t) \in [0;3]$. Неуправляемая, но контролируемая переменная $\mu(t)$ описывается (в рамках вычислительного эксперимента) следующей зависимостью:

$$\mu(t) = \sin(0.015i). \quad (4.4.2)$$

График, иллюстрирующий характеристику объекта (4.4.1), представлен на рисунке 4.14.

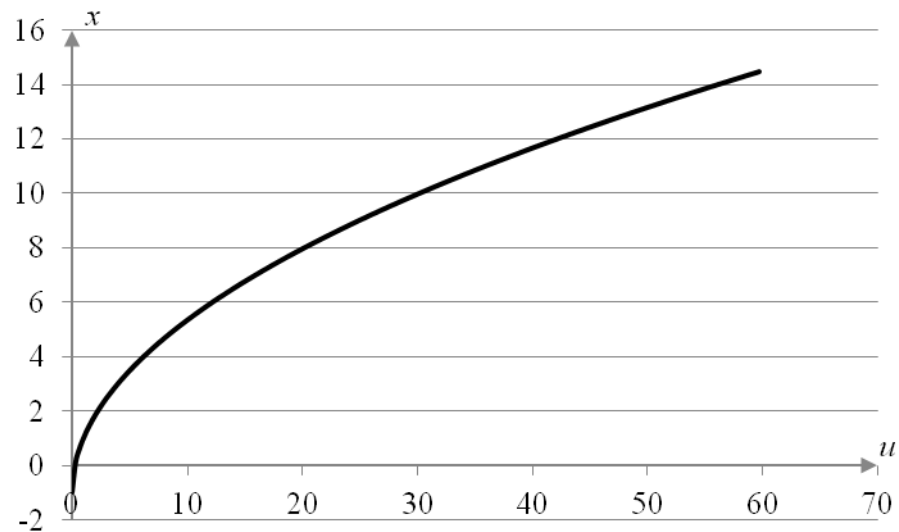


Рисунок 4.13 – Характеристика исследуемого объекта

Как видно из рисунка, характеристика объекта взаимно однозначная. Рассмотрим результаты вычислительных экспериментов.

Пусть задающее воздействие является константой: $x^*(t) = 4$. Параметры алгоритма (4.3.3) принимают следующие значения: $\alpha = 2.8$, $\beta = 1.1$, $\theta = 0.6$, $u_0 = 4$. Полученные результаты представлены на рисунке 4.14.

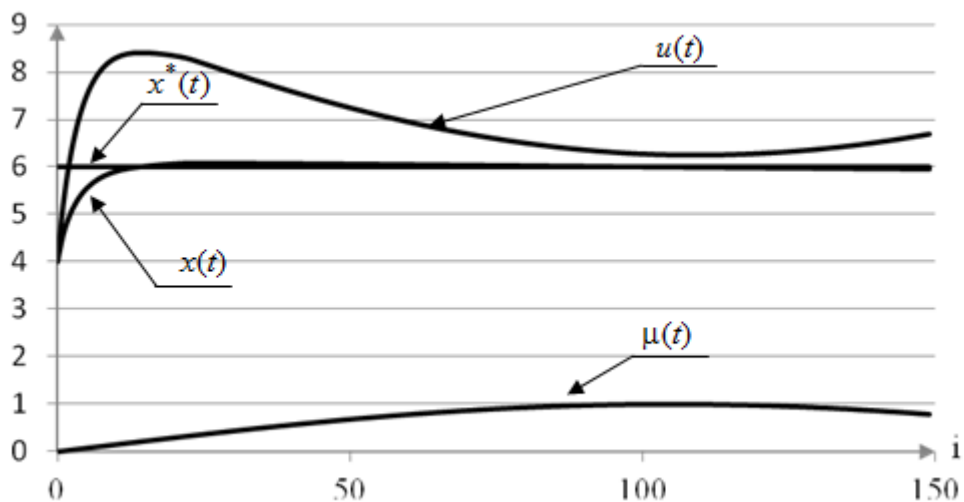


Рисунок 4.14 – Задающее воздействие – константа

Рассмотрим, как ведет себя алгоритм. На первых шагах алгоритм не «обучен». И здесь основную роль играет поисковая составляющая Δu_{s+1}

алгоритма (4.3.3), которая «тянет» выход объекта $x(t)$ к заданию $x^*(t)$. По ходу своего функционирования алгоритм накапливает «знания» об объекте. Роль поисковой составляющей снижается, и основной вклад в алгоритм (4.3.3) вносит компонента u_s^* .

Качество работы адаптивного алгоритма управления во многом зависит от характера изменения входных переменных процесса и сложности описания управляемого объекта. Если переменные процесса имеют простую (близкую к линейной) характеристику, то алгоритм находится в «благоприятных» условиях, и процесс его «обучения» требует меньшего времени. И наоборот, если поведение входных переменных процесса описывается более сложными, нелинейными зависимостями, то процесс «обучения» может быть весьма затянутым.

Неконтролируемая переменная $\mu(t)$ в ранее приведенном примере (рисунок 4.15) имела плавно изменяющийся характер. Изменим уравнение неконтролируемой переменной $\mu(t)$, увеличив частоту колебаний, сделав тем самым ее характеристику более сложной:

$$\mu(t) = \sin(0.04i), \quad (4.4.3)$$

Остальные параметры алгоритма оставим без изменения. Результаты вычислительного эксперимента представлены на рисунке 4.15.

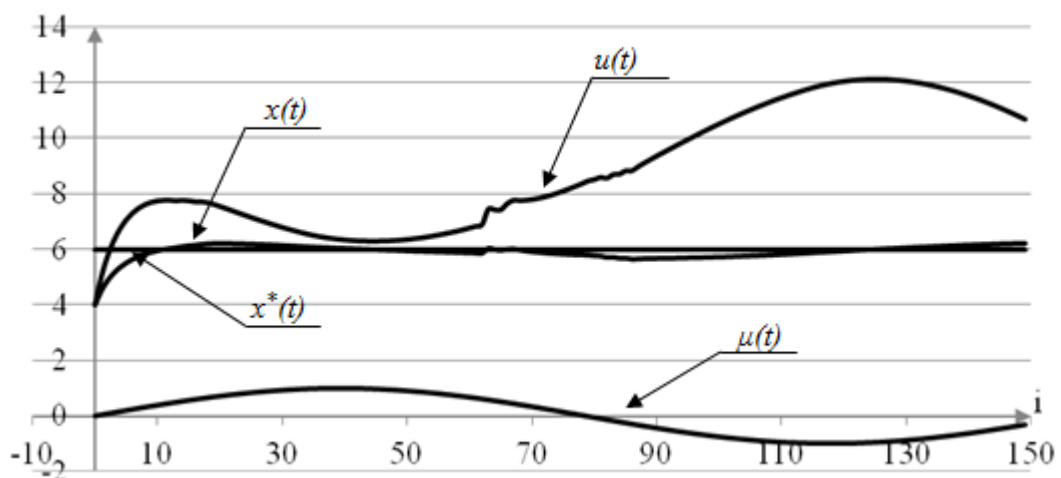


Рисунок 4.15 – Результаты работы алгоритма при увеличении частоты изменения неконтролируемой входной переменной $\mu(t)$

Как видно из вышеприведенного рисунка, увеличение частоты характеристики $\mu(t)$ привело к увеличению времени «обучения» алгоритма. По сравнению с результатом на рисунке 4.14, процесс «обучения» затянут.

Рассмотрим, как на работу алгоритма влияет коэффициент поискового шага γ . Пусть задающее воздействие $x^*(t)$ представляет собой ступенчатое воздействие и описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x^*(t) = 5, & \text{если } 0 < i \leq 50; \\ x^*(t) = 2, & \text{если } 50 < i \leq 100; \\ x^*(t) = 6, & \text{если } 100 < i \leq 150; \\ x^*(t) = 3.5, & \text{если } 150 < i \leq 200. \end{cases} \quad (4.4.4)$$

Результаты моделирования, при параметрах алгоритма $\alpha = 2.8$, $\beta = 1.1$, $\gamma = 0.6$, $u_0 = 4$, представлены на рисунке 4.16.

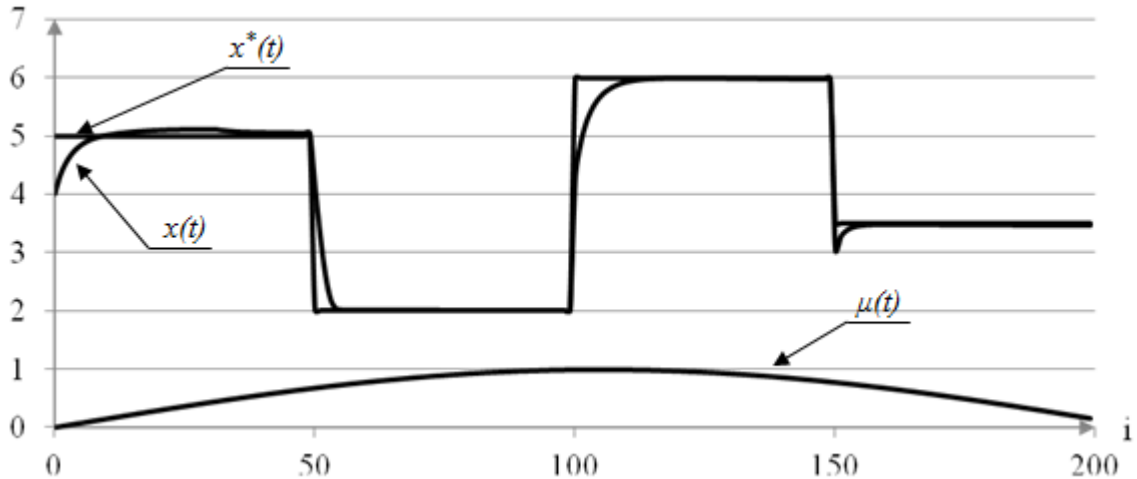


Рисунок 4.16 – Результаты работы алгоритма при поисковом шаге $\gamma = 0.6$

Из рисунка 4.16 видно, что алгоритм приводит выход объекта $x(t)$ к желаемому значению $x^*(t)$ спустя некоторое время «поиска». Это происходит каждый раз, когда задание меняется. Время «поиска» существенно зависит от

коэффициента γ при поисковом шаге Δu . Примем $\gamma=0.9$. Результаты моделирования представлены на рисунке 4.17.

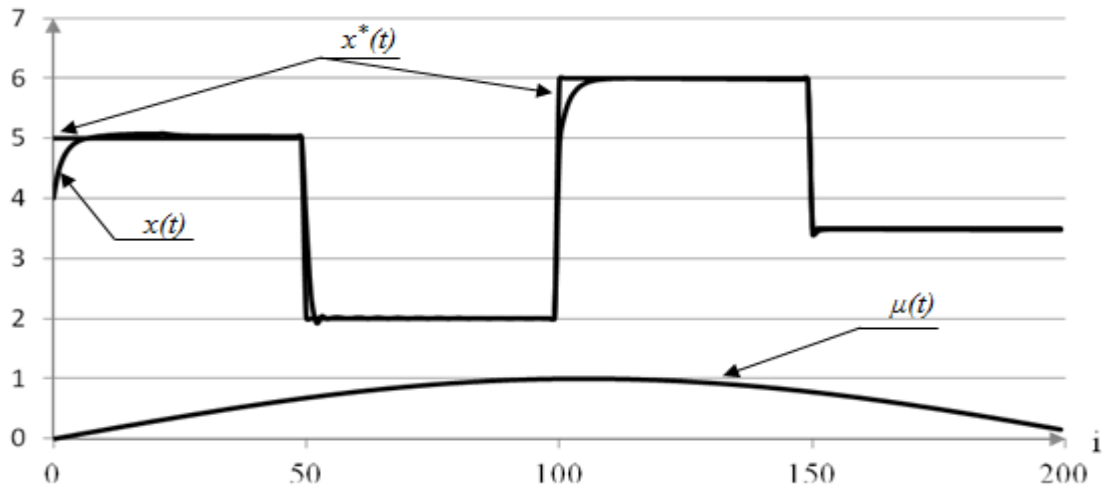


Рисунок 4.17 – Результаты работы алгоритма при поисковом шаге $\gamma=0.9$

При сравнении результатов, показанных на рисунках 4.17 и 4.18, можно сделать вывод, «обучение» происходит быстрее. Алгоритм за меньшее время приводит выход объекта $x(t)$ к желаемому значению $x^*(t)$.

Как было отмечено ранее, на начальной стадии работы алгоритма большая роль принадлежит поисковому шагу Δu . Для задающего воздействия, описываемого системой (4.4.4), это показано на рисунке 4.19.

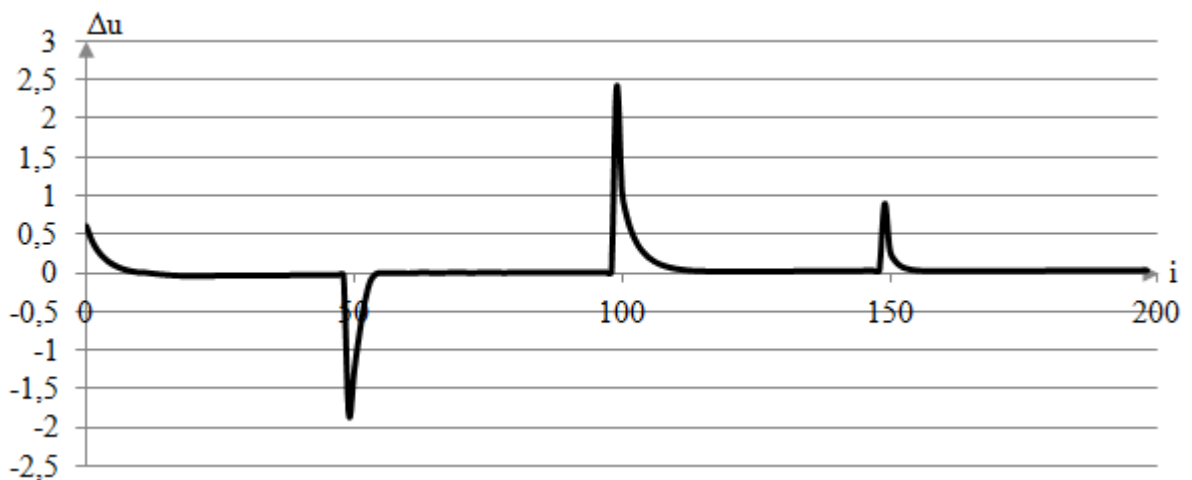


Рисунок 4.18 – Поведение поискового шага Δu

Из рисунка 4.18 видно, что величина поискового шага Δu при изменении задания $x^*(t)$ резко возрастает. Это связано с тем, что алгоритм попадает в неизвестные ему условия. Но после некоторого времени «обучения» значение компоненты Δu уменьшается.

Рассмотрим работу алгоритма в условиях, когда на выход объекта накладывается помеха по формуле (1.8.2). На рисунке 4.19 показан результат вычислительного эксперимента, когда помеха, приложенная к выходу, составила 5% (в формуле (1.8.2) коэффициент $k=0.05$).

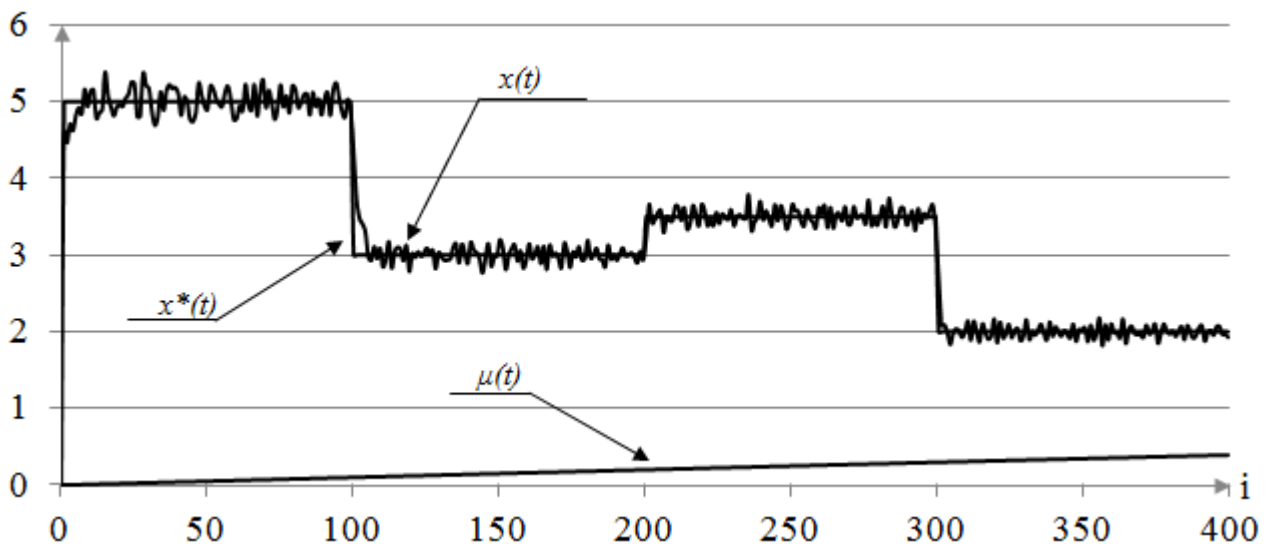


Рисунок 4.19 – Результаты вычислительного эксперимента при помехе в 5%

Из рисунка видно, что помеха оказывает достаточное влияние на значение выходной переменной $x(t)$, но, несмотря на это, алгоритм управления приводит объект к желаемому значению $x^*(t)$.

Рассмотри случай, когда задание $x^*(t)$ описывается следующей системой:

$$\begin{cases} x^* = 5, & \text{если } 0 < i \leq 30; \\ x^* = 2, & \text{если } 30 < i \leq 60; \\ x^* = 5 + \cos(0.03i), & \text{если } 60 < i \leq 120; \\ x^* = \text{rand}(2;3.5), & \text{если } 120 < i \leq 150. \end{cases} \quad (4.4.5)$$

Здесь $\text{rand}(2;3.5)$ – нормально распределенная случайная величина в интервале $[2;3.5]$. Параметры алгоритма: $\alpha = 2.8$, $\beta = 1.1$, $\gamma = 0.6$, $u_0 = 4$. Результаты вычислительного эксперимента представлены на рисунке 4.20.

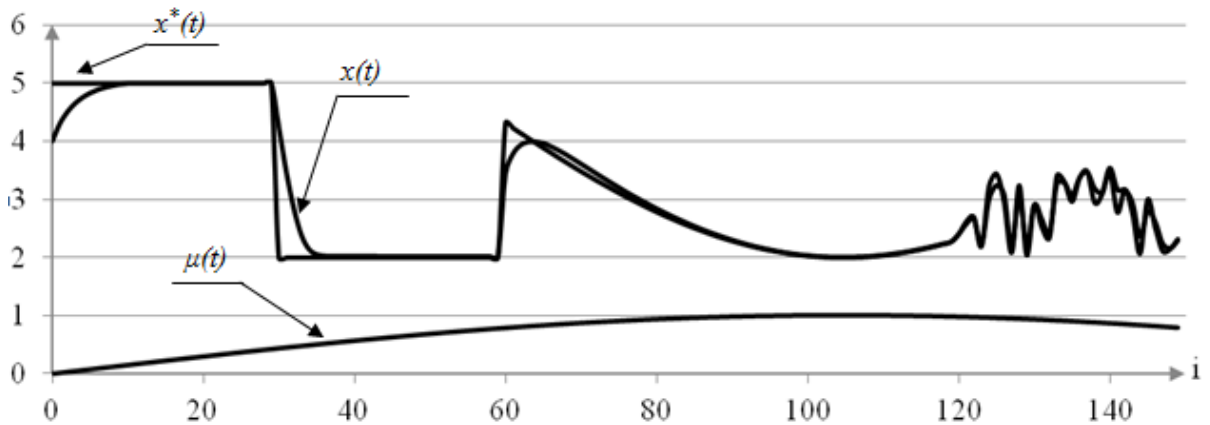


Рисунок 4.20 – Результаты работы алгоритма при различных задающих воздействиях $x^*(t)$

На рисунке 4.20 показано, как ведет себя алгоритм при ступенчатом задании, при задании-траектории и при случайном задании. Из рисунка видно хорошее качество управления даже при таком «экзотическом» варианте, когда задание носит случайный характер. С подобной задачей не справится ни один из известных регуляторов. На практике такой вариант задающего воздействия не встречается, однако, это представляет интерес с теоретической точки зрения.

Рассмотрим результаты еще одного вычислительного эксперимента. Пусть исследуемый объект управления описывается зависимостью вида:

$$x(t) = 4u(t) + g^x(t). \quad (4.4.6)$$

Сравним результаты работы П-регулятора и непараметрического регулятора. Пусть задающее воздействие имеет вид ступеньки. Коэффициент П-регулятора в формуле (4.3.14). $K_p=0.1$. Коэффициенты непараметрического алгоритма управления $\gamma=0.05$, $\alpha=1.1$. Результаты вычислительного эксперимента представлены на рисунке 4.21.

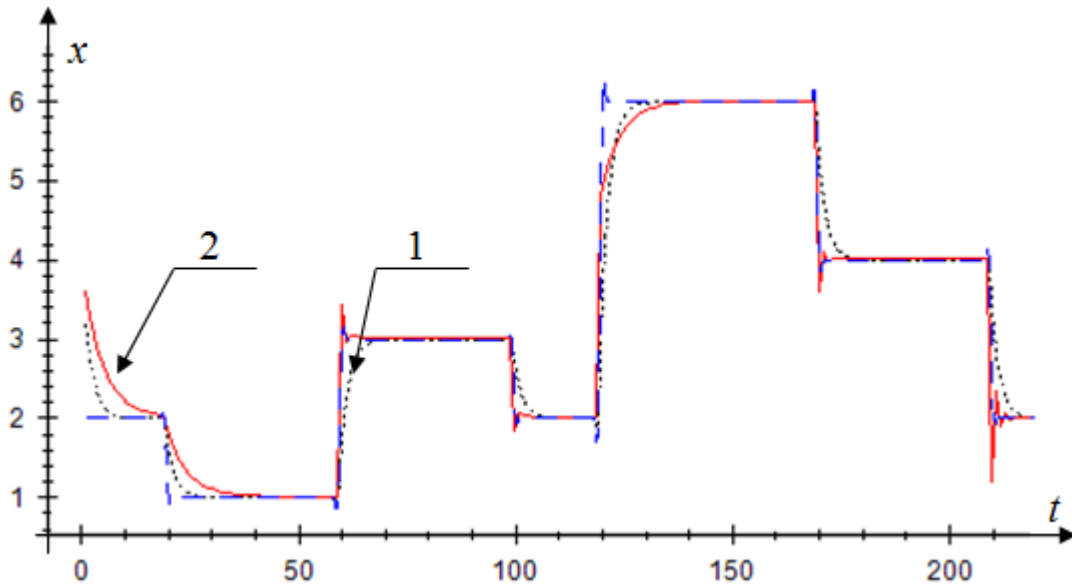


Рисунок 4.21 – Сравнение работы П-регулятора и непараметрического регулятора

На рисунке 4.21 график «1» показывает выход $x(t)$ после П-регулятора, график «2» – выход $x(t)$ после непараметрического регулятора. На первых тактах непараметрический регулятор собирает информацию об объекте, и скорость регулирования уступает скорости регулирования у П-регулятора. Однако после накопления информации непараметрический регулятор дает практически мгновенные результаты.

Пусть исследуемый процесс является «трубчатый» и описывается системой:

$$\begin{cases} x = 2 \sin u_1 + u_2^2 + \psi, \\ u_2 = u_1 + \varphi; \end{cases} \quad (4.4.7)$$

где u_1, u_2 – компоненты вектора входа процесса, распределенные по равномерному закону распределения в интервале $[0; 3]$; ξ и ψ – случайные числа, распределенные по равномерному закону в интервале $[-0.05; 0.05]$; x – выходная переменная процесса. Компоненты вектора входа $u = (u_1, u_2)$ связаны между собой линейной зависимостью.

Рассмотрим, как непараметрический регулятор справится с управлением Н-процессом (рисунок 4.22).

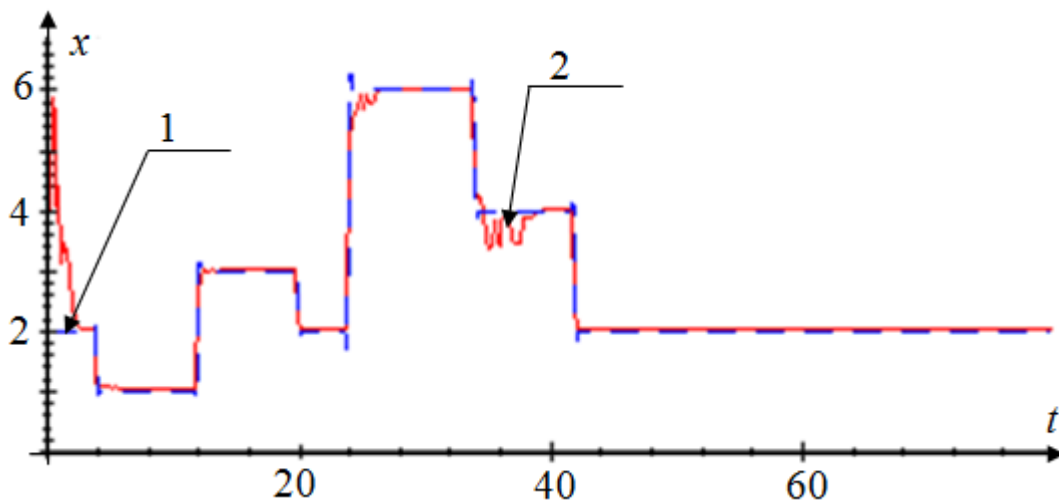


Рисунок 4.22 – Непараметрическое управление процессом «трубчатого» типа

На рисунке график «1» – задающее воздействие, выбранное ступенькой, график «2» – результат непараметрического управления. Из рисунка видно, что непараметрический регулятор достаточно хорошо справляется с поставленной задачей.

Выводы

Данная глава диссертационной работы посвящена проблеме дуального управления многомерными безынерционными процессами в условиях непараметрической неопределенности. Приводятся краткие сведения из теории

дуального управления в байесовой, параметрической и непараметрической постановках.

Следует отметить, что в байесовой теории дуального управления, развитой А.А.Фельдбаумом, процесс получения оптимальной стратегии управления оказывается довольно сложным, зато наиболее простым и кратким является собственно процесс обучения. В системах параметрического дуального управления, в изложении Я.З.Цыпкина, процесс синтеза алгоритмов управления оказывается более простым, но требуется более длительное время для обучения системы управления. Наконец, в системах непараметрического дуального управления процедура построения системы еще более проста, но время для обучения системы требуется еще больше (Медведев А.В.). Здесь все зависит от того, какой уровень априорной информации был «вложен» при формулировке задачи. При наличии большого объема априорной информации, как при байесовой постановке задачи, следует ожидать, что процесс обучения не будет таким уж затянутым во времени. Наоборот, если на начальной стадии формулировки задачи объем информации не велик, то следует ожидать, что процесс обучения может оказаться более длительным.

Предлагаются непараметрические алгоритмы дуального управления, представляющие собою последовательность покомпонентного вычисления управляющих воздействий при измеряемых неуправляемых входных переменных. Рассматривается случай введения в систему управления внешнего контура, который позволяет улучшить качество управления объектом.

ГЛАВА V АДАПТИВНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВЫПЛАВКИ СТАЛИ

5.1 Краткое описание технологического процесса

Черная металлургия – одна из ведущих отраслей российской промышленности. Сплавы железа занимают первое место в ряду конструкционных материалов, несмотря на то, что в последнее время находят широкое применение полимерные и керамические материалы. Важнейшими являются сплавы с углеродом, который придает сплавам прочность. К сплавам железа с углеродом относятся чугун и сталь.

Специфика условий функционирования большинства металлургических комбинатов заключается в наличии физически и морально изношенного оборудования, устаревшей технологии, большой доли сырья и сортовой заготовки в экспортируемой металлопродукции, ограниченности инвестиций в модернизацию и реконструкцию переделов. В связи с этими обстоятельствами и тем фактом, что для производства чёрных металлов характерна высокая материалоемкость, можно предположить, что важной задачей повышения конкурентоспособности продукции предприятия, является рациональное использование материальных ресурсов и, как следствие, снижение уровня себестоимости, в первую очередь за счёт мобилизации интеллектуальных ресурсов и применения научных подходов к организации производства.

ОАО «ЕВРАЗ Западно-Сибирский металлургический комбинат» является крупнейшей российской компанией по производству металлопродукции. Здесь в ряде случаев функционируют автоматические системы управления (АСУ) конвертеров, АСУ раскисления и легирования, АСУ непрерывной разливки, при этом мастерам и дистрибуторам в реальном масштабе времени предоставляются данные о ходе процесса, осуществляется визуализация в виде мнемосхем, графиков, отчётов, но окончательное решение о выборе того или иного управляющего воздействия остаётся за человеком. Поэтому одним из перспективных направлений исследований является интеграция в состав

действующих АСУ технологическим процессом (АСУТП) диалоговых систем поддержки принятия решений, выбора режимных параметров, анализа качества технологических процессов.

Развитие современного сталеплавильного производства характеризуется выплавкой стали в конвертерах с последующей разливкой на машинах непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), при этом в состав сталеплавильного цеха входят плавильное отделение, отделение внепечной обработки и разливочный пролёт. Сталь для разливки на МНЛЗ выплавляется в конверторах с верхней продувкой, затем после получения заданных температуры и содержания углерода осуществляют выпуск металла в сталеразливочный ковш (СК). Раскисление, науглероживание, легирование металла проводят на выпуске и в СК с последующей передачей на установку внепечной обработки стали (УВОС), которая может быть представлена одним или несколькими агрегатами (продувочный стенд, печь-ковш, вакуумная установка). На УВОС осуществляют корректировку химического состава, усреднение температуры и химического состава, дегазацию и модифицирование металла. Затем поверхность металла утепляют теплоизолирующей засыпкой и его передают на МНЛЗ. СК устанавливают на подъёмно-поворотный стенд и поворачивают его в позицию разлива. После открытия шиберных затворов металл поступает в предварительно разогретые промежуточные ковши (ПК) и начинается разливка.

Предметом изучения в данной главе диссертационной работы стал кислородно-конвертерный цех №2 (ККЦ№2) подсистемы оперативного планирования выплавки, внепечной обработки и непрерывной разливки на сортовой машине непрерывной разливки углеродистой стали обыкновенного качества (в соответствии с ГОСТ 380-235г) ОАО «ЕВРАЗ Западно-Сибирский металлургический комбинат».

Кислородно-конвертерный процесс представляет собой один из видов передела жидкого чугуна в сталь без затраты топлива путем продувки чугуна в конвертере технически чистым кислородом, подаваемым через фурму, которая вводится в металл сверху. На рисунке 5.1 показан конвертер в процессе своей

работы. Процесс производства стали в кислородном конвертере состоит из следующих периодов: загрузка металлолома, заливка чугуна, продувка кислородом, загрузка шлакообразующих, слив стали и шлака. Загрузка конвертера начинается с завалки стального лома. Лом загружают в наклоненный конвертер через горловину при помощи завалочных машин лоткового типа. Затем с помощью заливочных кранов заливают жидкий чугун, конвертер устанавливают в вертикальное положение, вводят фурму и включают подачу кислорода с чистотой не менее 99,6% O_2 . Одновременно с началом продувки загружают первую порцию шлакообразующих и железной руды. Остальную часть сыпучих материалов подают в конвертер в процессе продувки одной или несколькими порциями, чаще всего через 5-7 минут после начала продувки.



Рисунок 5.1 – Процесс кислородно-конвертерной плавки стали

В конвертерах применяют высокую интенсивность продувки кислородом, достигающую 3-6 кубометров на тонну в минуту. Как результат, кислородно-конвертерный процесс весьма быстротечен: время продувки в 100-350 тонных

конвертерах не превышает 20-25 минут и определяется расходом кислорода. Продолжительность всей плавки в конвертерах емкостью 100-350 тонн (с последующими операциями повалки и раскисления) составляет около 40-50 минут.

Момент окончания продувки определяется по количеству израсходованного кислорода, показаниям газоанализатора – прибора, регистрирующего выход дымовых газов, по рекомендации АСУ плавкой, а также ориентируясь на предыдущие плавки. По окончании продувки производится повалка конвертера, отбор проб металла и шлака и замер температуры металла термоблоком.

Необходимая температура металла на выпуске определяется мастером конвертеров, сталеваром, исходя из состояния футеровки конвертера, длительности выпуска предыдущей плавки, оборота и состояния сталеразливочного ковша, качества используемого металлолома и должна обеспечивать получение требуемой температуры стали в ковше после трехминутной продувки нейтральными газами.

В случаях, когда продувка прекращена при недостаточной температуре металла, высоком содержании углерода, фосфора или серы, производится додувка плавки. После додувки плавки любой продолжительности отбираются повторно пробы металла и шлака для экспресс-анализа и производится замер температуры металла.

При перегреве металла плавка охлаждается присадкой чистого мелкого лома, извести, сырого доломита, известняка или путем выдержки плавки в конвертере с обязательным повторным замером температуры металла. Слив металла из конвертера производится только после получения экспресс-анализа.

Главной задачей управления конвертерной плавкой является получение стали заданной марки по содержанию углерода. По большому счету, эта задача сводится к рациональному определению времени прекращения продувки. Но скорость выгорания углерода такова, что на заключительном этапе продувки одна лишняя минута может привести к получению другой марки стали. Имеет место

нелинейная зависимость выгорания углерода не только от времени продувки, но и от температуры расплава.

Важная задача – получение к моменту окончания плавки не только заданного содержания углерода, но и необходимой температуры стали. Обеспечивается это как правильным выбором режимов продувки, так и правильным расчетом количества охладителей.

5.2 Постановка задачи идентификации для процесса выплавки стали

Кислородно-конвертерная плавка представляет собой процесс изготовления стали из жидкого чугуна без затраты топлива путем продувки чугуна в конвертере технически чистым кислородом, подаваемым через фурму, которая вводится в металл сверху [75]. Процесс является весьма быстротечным и время всего процесса плавки не превышает 40-50 минут. Управляет процессом кислородно-конвертерной плавки оператор. Вследствие быстротечности процесса оператор должен достаточно быстро принимать управленческие решения, опираясь при этом во многом на свой профессиональный опыт, а так же на технологический регламент процесса плавки.

Измерения основных переменных процесса осуществляются в начале процесса плавки стали и по его завершению. В ходе плавки идет контроль лишь незначительного числа параметров, а именно состава и температуры конвертерных газов. Процесс кислородно-конвертерной плавки стали является динамическим. Однако вследствие сложности контроля переменных процесса в работе мы рассматриваем его как безынерционный процесс с запаздыванием.

Основная задача процесса плавки в сталеплавильном агрегате заключается в получении определенной запланированной марки стали с заданным химическим составом и температурой [17]. Для решения данных производственных задач необходима модель расчета основных параметров плавки. Различают детерминированные, статистические и эвристические модели конвертерной плавки [25]. Эвристические модели построены на основе нечёткой логики и

логических правил условного вывода, нейронных сетей [98, 104]. Существенную роль в таких моделях играет человеческий фактор, кроме того, необходимо длительное время для настройки моделей, что лимитирует их использование в металлургии. Статистические модели плавки [20] используются для целей статического управления, основными предпосылками успешного применения таких моделей, является стабильность условий работы конвертера. Детерминированная физико-химическая модель плавки строится на базе фундаментальных законов сохранения массы и энергии. Передовые достижения в теории сталеплавильных процессов основаны на термодинамике Дж. У. Гиббса [78]. Термодинамические модели плавки включают в себя модель фаз и на ее основе модель системы металл-шлак-газ. Здесь результат моделирования определяется выбором вида уравнения состояния и расчетом равновесия. Факт неравновесности реального процесса, а также действие неопределенных факторов и особенности состояния конвертера, учитываются коррекцией констант равновесия по массиву экспериментальных данных. Разработки адекватной модели конвертерной плавки, с приемлемой вычислительной сложностью, предназначенной, прежде всего, для ее использования в системе управления, продолжаются в научном мире.

Сталеплавильный процесс характеризуется сложными, многофакторными взаимодействиями и связями, возникающими по его ходу. Так, на кинетику окисления примесей оказывают влияние возмущения и управляющие воздействия, имеющие место во время продувки. Колебания извести и шлакообразующих, состава чугуна, состава и количества металлолома, стойкости и разрушения футеровки, заметалливание сопел и т.п., усложняют разработку детерминированной модели плавки. В такой ситуации приемлемым решением может быть непараметрическая стохастическая аппроксимация некоторых связей «вход-выход».

Общая схема идентификации процесса кислородно-конвертерной плавки стали представлена на рисунке 5.2.

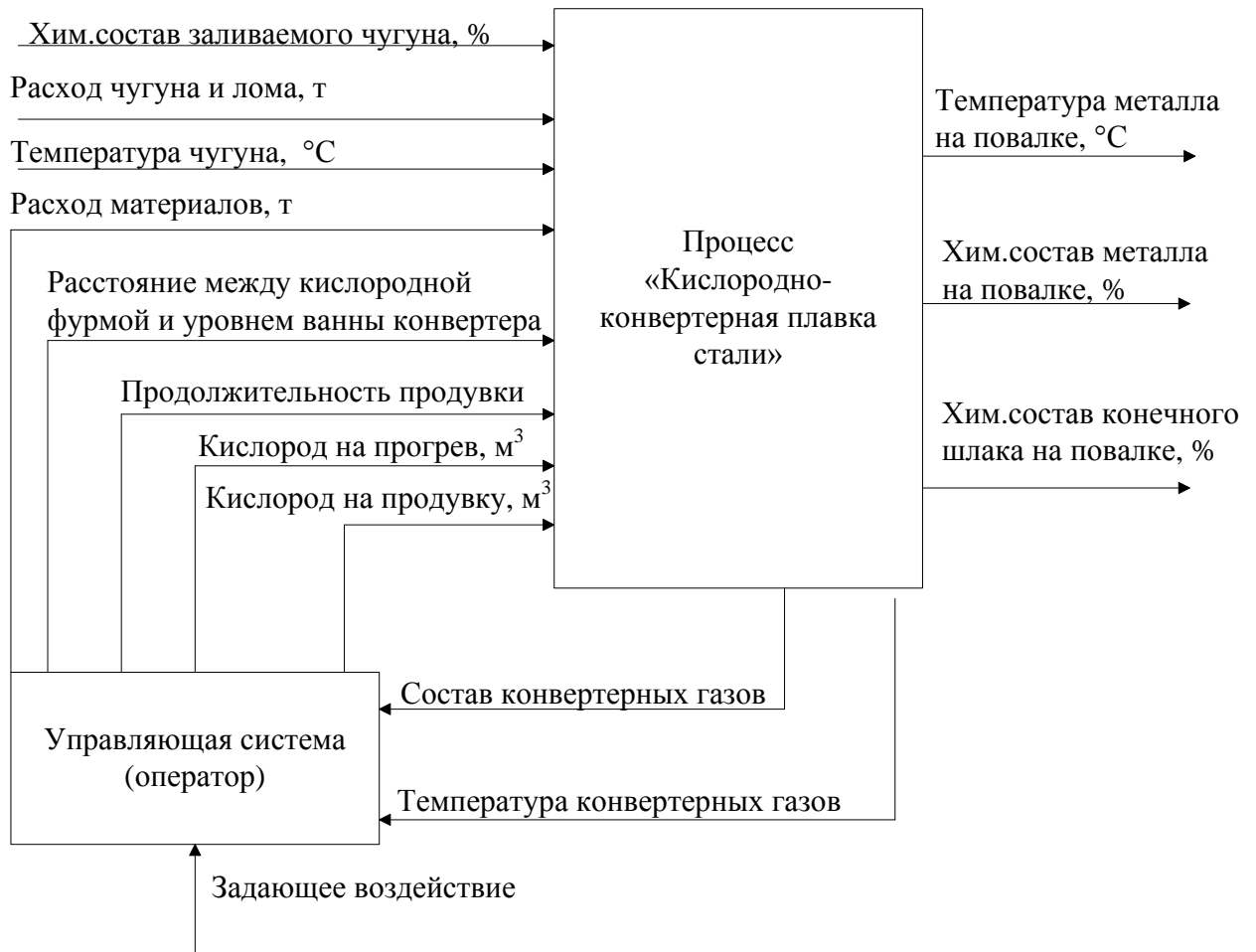


Рисунок 5.2. Схема идентификации процесса кислородно-конвертерной плавки стали

Входные контролируемые переменные можно разделить на управляемые по ходу процесса и неуправляемые. Применительно к процессу кислородно-конвертерной плавки контролируемыми управляемыми переменными являются: u_1 (расход кислорода на продувку, м^3), u_2 (расход кислорода на прогрев, м^3), расход материалов, т. (u_3 – известь, u_4 – электродный бой, u_5 – флюс ФОМИ, u_6 – ФМ-1, u_7 – агломерат офлюсованный, u_8 – уголь ССО), u_9 – продолжительность продувки, мин., u_{10} – расстояние между кислородной фурмой и уровнем ванны конвертера.

В качестве контролируемых неуправляемых по ходу плавки переменных $\mu(t)$ выступают: μ_1 (расход чугуна, т.), химический состав заливаемого чугуна,

(%) (μ_2 – кремний Si, μ_3 – магний Mn, μ_4 – сера S, μ_5 – фосфор P), μ_6 (температура чугуна, $^{\circ}\text{C}$), μ_7 (расход лома, т.).

К помехам $\xi(t)$, действующим на процесс, относят различные трудно формализуемые факторы. К таким факторам можно отнести состояние сталевыпускного отверстия, тепловое состояние футеровки ковша перед постановкой на выпуск, угар, усвоение присадок и др.

Векторная выходная переменная $x(t)$ характеризует качество конечного продукта кислородно-конвертерной плавки, а именно: химический состав металла на повалке, (%) (x_1 – углерод C, x_2 – магний Mn, x_3 – сера S, x_4 – фосфор P), химический состав конечного шлака на повалке, (%) (x_5 – CaO, x_6 – SiO₂, x_7 – FeO, x_8 – MgO, x_9 – Al₂O₃, x_{10} – S, x_{11} – MnO, x_{12} – P₂O₅, x_{13} – TiO₂, x_{14} – V₂O₅), x_{15} (температура металла на повалке, $^{\circ}\text{C}$).

Векторная переменная $\omega(t)$ представляет собой дополнительные сведения о ходе процесса, которые оператор использует для управления: ω_1 (состав конвертерных газов) и ω_2 (температура конвертерных газов, $^{\circ}\text{C}$).

С точки зрения теории управления схема 5.2 имеет вид, представленный на рисунке 5.3.



Рисунок 5.3 – Процесс кислородно-конвертерной плавки с точки зрения теории управления

Для вычислительного эксперимента использовалась выборка реальных данных по процессу кислородно-конвертерной плавки. Фрагмент таблицы представлен на рисунке 5.4.

№ п/п	№ плавки	Дата	Марка зад	Марка вып	Садка, т	Расход материалов, т					
						чугуна	лома	извести	эл.бой	Флюс ФОМИ	ФМ-1
16	420770	10.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	324,7	250,2	74,5	20,9	1,1	6,23	
17	421108	27.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	330,9	241,2	89,7	17,42	1,01	3,94	
18	421111	27.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	341,7	256,4	85,3	15,11	1,01	3,88	
19	421115	27.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	346,7	255,5	91,2	17,07	1,09	3,01	1,17
20	421116	28.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	347,3	255,3	92	21,01	1,09	2,97	1,09
21	421127	28.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	348,3	255,8	92,5	19,08	1	2,84	1,02
22	421128	28.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	341,7	255,7	86	18,97	0,99	2,78	
23	421131	28.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	342,4	247,8	94,6	17,92	0,18	4,31	1,1
24	421135	28.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	332,5	241,4	91,1	10,2	1,08	3,93	
25	421137	29.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	351	255,8	95,2	11,03	1,05	3,76	0,69
26	421146	29.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	337,1	246	91,1	14,66	0,58	3,1	1,49
27	520585	01.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	338,7	246,3	92,4	15,11	1,02	5,12	
28	520611	02.02.2012	Ст3пс/Э	Ст3пс/Э	344,6	245,9	98,7	17,11	0,91	4,95	

Рисунок 5.4 – Фрагмент матрицы «входных-выходных» переменных процесса кислородно-конвертерной плавки стали

Матрица данных включала в себя следующие переменные: u_1-u_8 , $\mu_1-\mu_7$, x_1-x_{15} . Объем выборки был равен $s=35$.

5.3. Обработка и анализ данных исследуемого технологического процесса

Для исследования процесса кислородно-конвертерной плавки использовалась выборка «входных-выходных» переменных $\{u_i, \mu_i, x_i\}, i = \overline{1, 35}$, где $u = (u_1, u_2, \dots, u_8)$, $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_7)$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_{15})$. Выборка представляла собой измерения, полученные при выплавки стали марки СтЗпс/Э в ККЦ№2 ОАО «ЕВРАЗ Западно-Сибирский металлургический комбинат».

Корреляционный анализ. Рассмотрим, связаны ли переменные процесса линейной зависимостью. Для этого найдем коэффициент корреляции между всеми переменными по формуле:

$$r = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{(x_i^1 - m_1)(x_i^2 - m_2)}{\sigma_1 \sigma_2}, \quad (5.3.1)$$

где x_1 – первая переменная, x_2 – вторая переменная, s – объем выборки, m_1, m_2 – оценки математического ожидания x_1 и x_2 соответственно, вычисляемы по формулам:

$$m_1 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s x_i^1, \quad m_2 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s x_i^2, \quad (5.3.2)$$

σ_1, σ_2 – оценки среднеквадратических отклонений величин x_1 и x_2 соответственно, вычисляемы по формулам:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{s-1} \sum_{i=1}^s (x_i^1 - m_1)^2}, \quad \sigma_2 = \sqrt{\frac{1}{s-1} \sum_{i=1}^s (x_i^2 - m_2)^2}. \quad (5.3.3)$$

Результаты корреляционного анализа представлены в Приложении А (таблица А1). По абсолютной величине наибольшее значение коэффициента корреляции $r=0.663$ (связь между известью (u_3) и содержанием в чугуне кремния Si (μ_2)). Наименьшее значение коэффициента корреляции по

абсолютной величине $r = 0.263$ (связь между агломератом офлюсованным (u_7) и флюсом ФОМИ (u_5)). В целом, можно сказать, что коэффициенты корреляции не значительны. Линейная связь между переменными процесса кислородно-конвертерной плавки слабая.

Нелинейный анализ. Малые коэффициенты корреляции говорят о слабой линейной зависимости между переменными процесса, однако, зависимость может быть и нелинейной. Для оценивания нелинейной зависимости между переменными использовалась непараметрическая оценка функции регрессии по наблюдениям.

Важнейшей выходной переменной процесса является векторная переменная «Химический состав металла на повалке» (%), которая включает в себя четыре переменные: x_1 – углерод С, x_2 – магний Мп, x_3 – сера S, x_4 – фосфор Р. Для их прогноза было построено 4 непараметрические модели, вида:

$$x_s^l(u) = \frac{\sum_{i=1}^{35} x_i^l \prod_{j=1}^{15} \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j))}{\sum_{i=1}^{35} \prod_{j=1}^{15} \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j))} \quad (5.3.4)$$

где $l = \overline{1,4}$ (прогноз по x_1, x_2, x_3, x_4), объем выборки $s=35$.

Для оценки точности полученных моделей была использована квадратичная ошибка вида:

$$R_s = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (x_i - x_i^s)^2, \quad (5.3.5)$$

где x_i – измеренное значение выходной переменной, x_i^s – полученная оценка, R_s – квадратичная ошибка.

Непараметрические модели были построены в режиме «скользящего экзамена» для выходных переменных x_1, x_2, x_3, x_4 . Полученные результаты представлены в таблице 5.1. В таблице показаны: квадратичная ошибка моделирования R_s (5.3.5), оценка дисперсии D_s выхода объекта x , а также ошибка прогнозирования $W = R_s / D_s$.

Таблица 5.1. Непараметрический прогноз выходных переменных процесса

Показатель Переменная	Ошибка R_s	Оценка дисперсии D_s выходной переменной x	Отношение W
Углерод, С (x_1)	0.00019778	0.000234	0.845
Марганец, Mn (x_2)	0.0004301358	0.0005404	0.85
Сера, S (x_3)	0.00000755	0.00001183	0.64
Фосфор, P (x_4)	0.00004077	0.000041137	0.99

Как видно из таблицы 5.1, ошибка прогнозирования достаточно велика. Это говорит о том, что полученный прогноз является достаточно грубым. Рассмотрим результаты прогнозирования по переменной x_1 . Ошибка моделирования $E=0.00019778$ приблизительно равна дисперсии выхода $D=0.000234$, их отношение $W=0.845$. Это говорит о том, что по данному выходу не может быть построена удовлетворительная модель. В случае, когда $E > D$ или $E \approx D$, о получении модели говорить нельзя. Аналогичные результаты получены и по выходам x_2, x_3, x_4 , где также $E \approx D$.

Ниже приведены иллюстрации, демонстрирующие характер изучаемого процесса конвертерной плавки стали. На рисунке 5.5 показан характер зависимости концентрации углерода С (%) в металле на повалке от содержания лома (т.) в расходных материалах. Содержание лома в данном случае является величиной нормированной. Графики представляют собой срезы при 14 фиксированных входных переменных $u_1, u_3, u_4, \dots, u_{15}$, а переменная u_2 (содержание лома) изменяется в границах $[-2; 2.5]$. Кривая «1» соответствует случаю, когда все фиксированные переменные принимали свое среднее значение. Кривая «2» соответствует сдвигу фиксированной переменной u_1 (чугун) на 0.3 от своего среднего значения, кривая «3» – сдвиг на величину -0.3 от среднего значения.

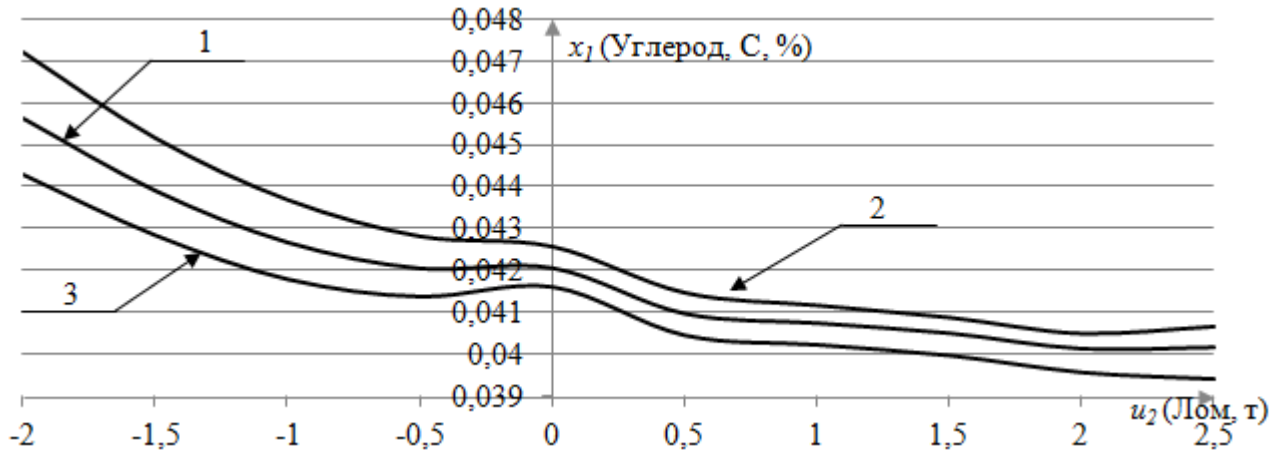


Рисунок 5.5 – Характер зависимости концентрации углерода C на повалке от содержания лома (т.) в расходных материалах лома

Из приведенного рисунка следует, что характер зависимости нелинейный и приближенно описывает канал «расход материала (чугун, лом, известь, электродный бой, флюс, ФМ-1, агломерат офлюсованный, уголь ССО), кислород на продувку, кислород на прогрев, химический состав заливаемого чугуна (кремний Si, марганец Mn, сера S, фосфор P), температура чугуна – углерод (C) в металле на повалке». А это означает, что использование подобных моделей может оказаться полезным для управления процессом конвертерной выплавки стали.

На рисунке 5.6 показан характер зависимости концентрации фосфора P (%) от содержания извести (т.) в расходных материалах. Содержание извести здесь является величиной нормированной. Как и в предыдущем случае, графики представляют собой срезы при 14 фиксированных входных переменных и одной изменяющейся переменной u_2 (содержание извести), которая изменяется в границах $[-2; 2.5]$. Кривая «1» соответствует случаю, когда все фиксированные переменные принимали свое среднее значение. Кривая «2» соответствует сдвигу фиксированной переменной u_2 (лом) на 0.3 от своего среднего значения, кривая «3» - сдвиг на величину -0.3 от среднего значения.

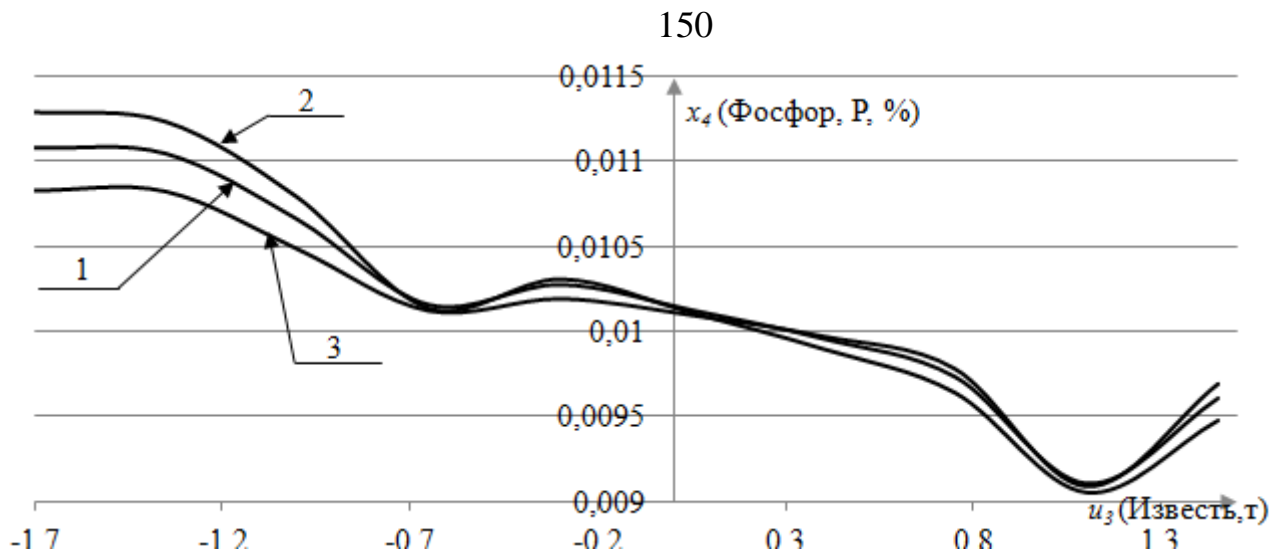


Рисунок 5.6 – Характер зависимости концентрации фосфора на повалке от содержания в расходных материалах извести

Вышеуказанный рисунок показывает нелинейный характер рассматриваемой зависимости, причем здесь нелинейность уже более сильная, чем в предыдущем случае (рисунок 5.5). Зависимость описывает канал «расход материала (чугун, лом, известь, электродный бой, флюс, ФМ-1, агломерат офлюсованный, уголь ССО), кислород на продувку, кислород на прогрев, химический состав заливаемого чугуна (кремний Si, марганец Mn, сера S, фосфор P), температура чугуна – фосфор (P) в металле на повалке». Использование подобных моделей также может оказаться полезным для управления процессом конвертерной выплавки стали.

Проведенный анализ данных процесса кислородно-конвертерной плавки показал, что процесс ведется не очень качественно, но, тем не менее, в рамках технологического регламента. В первую очередь, это следует связать с имеющимися средствами контроля. К примеру, выходные переменные процесса, определяющие качество выпускаемой продукции, не контролируются в ходе плавки. Кроме того, действия оператора и значения промежуточных переменных процесса плавки также не сохраняются для последующего анализа.

5.4 Предлагаемая схема управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали

При разработке компьютерных систем управления дискретно-непрерывными процессами обычно используются все технологические переменные, доступные для измерения и контроля. Конечно, прежде всего, акцент делается на контроль переменных, измеряемых электрическими средствами. Но всегда существует достаточно много переменных, недоступных для измерения электрическими средствами, а измеряемых физико-механическими, химико-физическими и др. лабораторными средствами. Здесь характерным является не только процедура, регламентируемая ГОСТами, но и дискретность измерения. Она может определяться часами, сутками и даже многими сутками.

Для многих производств (предприятия цветной металлургии, строительной индустрии переработки нефти и др.) измерения наиболее важных показателей процесса осуществляется через значительные интервалы времени. Это время может существенно превышать время протекания процесса, тем самым значение этой важной переменной становится известным, когда технологический процесс уже пройден. В этой связи, на практике эти показатели чаще всего не используются в контурах компьютерных систем управления. Фактически, управление подобными процессами сегодня осуществляется по таким технологическим переменным, которые являются, в сущности, косвенными показателями основных переменных. Основной показатель – это показатель, по которому отпускается изделие и определяется его цена. С подобной ситуацией можно столкнуться и в других технологических процессах и отраслях промышленности. Часто оказывается, что измерение выходного показателя возможно по завершению технологического процесса. Разумеется, имеются ввиду измерения в соответствии с ГОСТом. Например, при переработке нефти основной показатель – это октановое число, определение которого по ГОСТу осуществляется раз в смену. При этом косвенными показателями, по которым осуществляется управление процессом переработки нефти, являются температура, давление и т.д. В цементном производстве марка определяется 28-ми суточной

активностью цемента, а косвенными показателями прогноза активности могут выступать удельная поверхность, тонкость измельчения, расплыв конуса и прочность балочек после пропарки.

Очевидным является тот факт, что было бы желательно уже в процессе течения технологического режима (процесса) использовать именно эти показатели. На этом пути перспективным может оказаться разработка адаптивных (обучающихся) датчиков ускоренного прогноза основных показателей по косвенным. Обучающийся датчик включает в себя алгоритмическую, программную и техническую составляющую, а это, по существу, и есть адаптивные обучающиеся модели прогнозирования основной выходной переменной по косвенным показателям, которые доступны для измерения и контроля с малой дискретностью. Ясно, что дискретность контроля здесь должна быть значительно меньше, чем время протекания процесса.

В процессе кислородно-конвертерной плавки стали выходные переменные x не контролируются в ходе выплавки, а становятся известны лишь на повалке при взятии пробы. В этой связи управление технологическим процессом по выходным переменным не осуществляется, хотя именно они определяют качество и, соответственно, стоимость выпускаемой продукции. На практике управление процессом осуществляется оператором в соответствии с показаниями газоанализатора (ω_1, ω_2). Это промежуточные переменные, контролируемые в ходе процесса. Оператор, руководствуясь показаниями газоанализатора и значениями математической модели, принимает решение об изменении управляющего воздействия u .

В ходе исследований может быть предложена следующая схема управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали (рисунок 5.7).

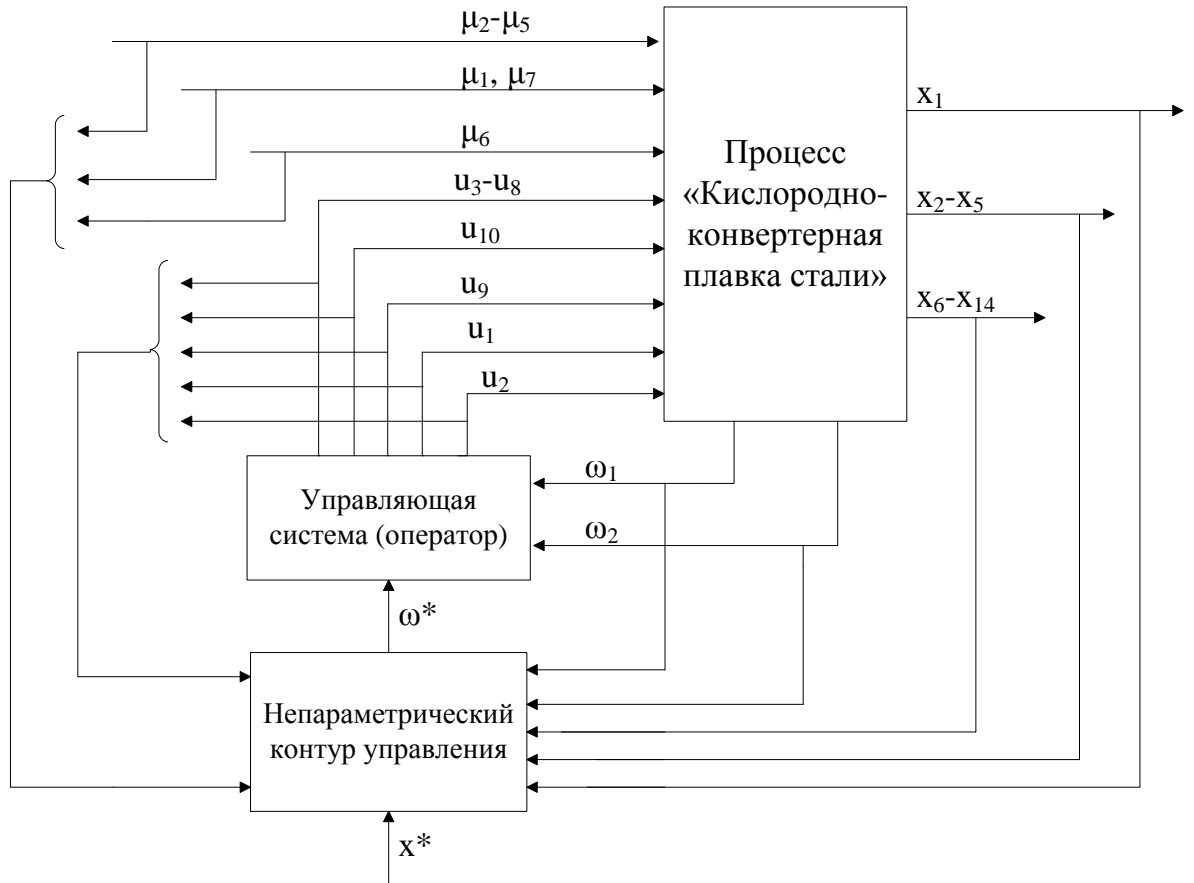


Рисунок 5.7 – Предлагаемая схема управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали

В предлагаемую схему введен внешний контур управления, включающий блок «Непараметрический контур управления». Особенность данного блока состоит в том, что он накапливает в себе информацию о значениях «входных-выходных» переменных процесса (μ , ω , x , u). В блоке реализованы непараметрические модели и непараметрический алгоритм дуального управления (4.3.3), описанные выше (см. Глава 3, Глава 4). Таким образом, данный внешний контур позволит учитывать при управлении процессом все имеющиеся переменные, которые подлежат измерению (μ , ω , u), а также осуществлять прогноз выходных переменных x . Таким образом, внешний контур управления в зависимости от конкретной ситуации выдает задающее воздействие на существующий контур управления, либо советы оператору.

Выводы

Объектом исследования в данной главе диссертационной работы стал кислородно-конвертерный цех №2 (ККЦ№2) подсистемы оперативного планирования выплавки, внепечной обработки и непрерывной разливки на сортовой машине непрерывной разливки углеродистой стали обыкновенного качества (в соответствии с ГОСТ 380-235г) ОАО «ЕВРАЗ Западно-Сибирский металлургический комбинат». Фактические данные были предоставлены для изучения и анализа ОАО «ЕВРАЗ Западно-Сибирский металлургический комбинат».

Предварительный анализ данных показал, что между переменными процесса отсутствует линейная зависимость. Графики срезов по переменным процесса показывают его нелинейный характер.

Построены непараметрические модели для следующих важнейших выходных переменных процесса, определяющих содержание основных химических элементов в металле на повалке: углерод (С), марганец (Mn), сера (S), фосфор (P). Приводятся результаты предварительных расчетов, которые показали, что точность непараметрических моделей довольно не велика.

В ходе вычислительных экспериментов было установлено, что управление процессом кислородно-конвертерной плавки ведется не очень качественно, но, тем не менее, соответствует технологическому регламенту. Иными словами, в рамках технологического регламента управляемый процесс представляет собой «облако», т.е. переменные процесса могут принимать значения из всей области определения переменных, регламентируемой технологической картой. На нынешних предприятиях технологический регламент чаще всего достаточно широк и если процесс ведется в рамках технологического регламента, но не рациональным образом, то ожидать конечного продукта высокого качества не следует. Полученные непараметрические модели требуют дальнейшего исследования для конкретных дискретно-непрерывных процессов.

Предлагается схема управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали, включающая в себя внешний контур управления. Данная схема позволит учитывать при управлении все «входные-выходные» переменные процесса, что отсутствует в существующей схеме. Это позволит существенно повысить качество выпускаемой продукции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены задачи идентификации и управления дискретно-непрерывными безынерционными процессами «трубчатого» типа с запаздыванием в условиях параметрической и непараметрической неопределенности. Подчеркивается важность построения моделей и алгоритмов управления в условиях непараметрической неопределенности, поскольку они во многих случаях являются более адекватными разнообразным задачам практики.

Рассмотрена задача анализа данных, содержащих в себе пропуски и выбросы. Предложена непараметрическая методика восстановления пропусков «входных-выходных» переменных матрицы наблюдений, основанная на непараметрической оценке функции регрессии по наблюдениям. Результаты вычислительных экспериментов показали, что задача идентификации по заполненной с помощью предлагаемой методики матрице решается более точно, чем по исходной матрице наблюдений с пропусками.

Предложена методика исключения выбросов из исходной выборки наблюдений. Данная методика позволяет исключить выброс из выборки наблюдений целиком, а не просто сгладить его влияние на результаты моделирования, как это делают робастные алгоритмы. При исключении выброса из выборки наблюдений точность решения задачи идентификации, как показывают вычислительные эксперименты, повышается.

Проведены исследования нового класса процессов со стохастической зависимостью компонент вектора входа («трубчатые» процессы). При моделировании объектов такого рода необходимо учитывать ряд его особенностей и использовать Н-модели. Предложенные модели процессов, имеющих «трубчатую» структуру, относятся к категории новых по отношению к своим предшественникам, рассматриваемым в теории идентификации. Здесь важно иметь в виду, что область протекания такого процесса никогда не известна и при моделировании должна подлежать определению. Н-модели отличаются от

общепринятых моделей безынерционных систем наличием индикаторной функции, которая, по существу, определяет область протекания «трубчатого» процесса.

В работе рассматривается проблема дуального управления многомерными системами в условиях непараметрической неопределенности. Проводится сравнительный анализ задач дуального управления в байесовой (А.А. Фельдбаум), параметрической (Я.З. Цыпкин) и непараметрической постановках (А.В. Медведев). Предлагается класс алгоритмов непараметрического дуального управления, показавших свою эффективность в ряде вычислительных экспериментов. Особенностью непараметрических алгоритмов дуального управления является то, что при управлении многомерным объектом каждая компонента вектора управляющего воздействия формируется с учетом значений предыдущих компонент, что значительно повышает точность управления.

Проведены исследования процесса кислородно-конвертерной плавки стали. Построены непараметрические модели для следующих важнейших выходных переменных процесса, определяющих содержание основных химических элементов в металле на повалке: углерод (С), марганец (Mn), сера (S), фосфор (P). Приводятся результаты предварительных расчетов. Вычислительные эксперименты показали, что управление процессом кислородно-конвертерной плавки ведется не очень качественно, но, тем не менее, соответствует технологическому регламенту. В этой связи в работе предложена схема управления процессом, включающая в себя внешний контур управления, который, безусловно, позволит более качественно вести технологический процесс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдушукуров А.А. Статистика неполных данных (асимптотическая теория оценивания для неклассических моделей) / А.А. Абдушукуров. – Ташкент: Университет, 2009. – 271 с.
2. Агафонов Е.Д. Об исследовании непараметрических оценок производной кривой регрессии / Е.Д. Агафонов, Н.А. Медведева // Сб. научных трудов «Информатика и системы управления», Красноярск: изд-во КГТУ. – 1996. – с. 176-182.
3. Адаптивные модели сложных технологических процессов / Лапко А.В., Медведев А.В., Николаев А.Г. и др. // Адаптивные системы и их приложения. – Новосибирск: Наука, 1978. – С. 143-158.
4. Айвазян С.А. Прикладная статистика: Исследование зависимостей / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 487 с.
5. Айвазян С.А. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных / С.А. Айвазян, И.С. Енюков. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
6. Апраушева Н.Н. Использование непараметрических оценок в регрессионном анализе / Н.Н. Апраушева, В.Д. Конаков // Заводск. лаб. – 1973. – № 5. – С. 556-569.
7. Аффифи А. Статистический анализ: подход с использованием ЭВМ / А. Аффифи, С. Эйзен. – М.: Мир, 1982 – 488 с.
8. Бойко Р. Непараметрические N-модели процесса нагревания / Р. Бойко, Я. Демченко // Труды международной конференции «Applied methods of statistical analysis. Simulations and statistical inference». – 2011. – P.224-236.
9. Большев Л.Н. Таблицы математической статистики / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 416 с.

10. Боровков А.А. Математическая статистика / А.А. Боровков. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
11. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез / А.А. Боровков. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
12. Вапник В.Н. Восстановление зависимостей по эмпирическим данным / В.Н. Вапник. – М.: Наука, 1979. – 448 с.
13. Васильев В.А. Непараметрическое оценивание функционалов от распределений стационарных последовательностей / В.А. Васильев, А.В. Добровидов, Г.М. Кошкин. – М.: Наука, 2004. – 508 с.
14. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Под.ред. Ю.В. Прохорова. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2003. – 912 с.
15. Воронов А.А. Основы теории автоматического регулирования и управления. – Учеб.пособие для вузов. М., «Высш. школа», 1977, 519 с. с ил. 1970
16. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления: автоматическое регулирование непрерывных линейных систем / А.А. Воронов. – М.: Энергия, 1980. – 312 с.
17. Воскобойников В.Г. Общая металлургия / В.Г. Воскобойников, В.А. Кудрин, А.М. Якушев. – М.: Металлургия, 1998. – 768 с.
18. Вулих Б.З. Введение в функциональный анализ / Б.З. Вулих. – М.: Наука, 1967. – 416 с.
19. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. – М.: Наука, 1988. – 446 с.
20. Гулыга Д.В. Модель расчета параметров кислородно-конвертерной плавки / Д.В. Гулыга, А.В. Сущенко // Сталь. – 2003. – №12. – С. 19-24.
21. Гусаров В.М. Статистика / В.М. Гусаров. – М.: ЮНИТИ, 2003. – 463 с.
22. Деврой Л. Непараметрическое оценивание плотности / Л. Деврой, Л. Дьерфи. – М.: Мир, 1988. – 408 с.
23. Диалоговая система оптимизации и принятия решений для управления производственным комплексом с непрерывным характером

технологического процесса. В.И.Волков, Б.В.Казаков, А.В.Медведев. Препринт ВЦ СО АН РАН СССР №14, 1985, г.Красноярск, 33с.

24. Ефимов А.С. Решение задачи кластеризации методом конкурентного обучения при неполных статистических данных / А.С. Ефимов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И.Лобачевского. – 2010. – №1. – С. 220-225.

25. Желдак Т.А. Подходы к построению интеллектуальной системы, управляющей кислородным конвертером / Т.А. Желдак, Д.А. Воловенко // Научный вестник НГУ. – 2011. – №5. – С. 133-136.

26. Живоглядов В.П. Непараметрические алгоритмы адаптации / В.П. Живоглядов, А.В. Медведев. – Фрунзе: Илим, 1974. – 133 с.

27. Журавлева, Л.Н. Изучение окисления растительных масел при высокотемпературном нагреве во фритюре и разработка способов повышения их стабильности /Л.Н. Журавлева// Автореферат. Гос. науч. учрежд. «Всероссийский научно-исследовательский институт жиров» Российская академия сельскохозяйственных наук, 2009.

28. Заварин А.Н. Использование априорной информации в непараметрических оценках функции регрессии / А.Н. Заварин // Автоматика и телемеханика. – 1985. – №5. – С.79-85.

29. Загоруйко Н.Г. Алгоритм заполнения пропусков в эмпирических таблицах (алгоритм ZET) / Н.Г. Загоруйко, В.Н. Ёлкина, В.С. Тимеркаев // Вычислительные системы. – 1975. – №61. – С.3-27.

30. Загоруйко Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний / Н.Г. Загоруйко. – Новосибирск: Издательство ИМ СО РАН, 1999. – 264 с.

31. Злоба Е. Статистические методы восстановления пропущенных данных / Е. Злоба, И. Яцкив // Computer Modelling and New Technologies. – 2002. – № 6. – Р. 51-61.

32. Калман Р.Е. Идентификация систем с шумами. Успехи математических наук / Р.Е. Калман. – М.: «Наука», 1985. – 244 с.

33. Карлов И.А. Методы восстановления пропущенных значений с использованием инструментария Data Mining / И.А. Карлов // Вестник

Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф.Решетнева. – 2011. – №7 (40). – С. 29-33.

34. Катковник В.Я. Непараметрическая идентификация и сглаживание данных / В.Я. Катковник. – М.: Наука, 1985. – 336 с.

35. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика / Г.П. Климов. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 328 с.

36. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. – М.: Инфра-М, 1977. – 302 с.

37. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука. 1968. – 720 с.

38. Корнеева А.А., Сергеева Н.А. Непараметрическая идентификация дискретно-непрерывных процессов «трубчатой» структуры при наличии пропусков в данных / А.А. Корнеева, Н.А. Сергеева // Системы управления и информационные технологии. – 2012. – №4.1 (50). – С. 155-159.

39. Кошкин Г.М. Непараметрическая идентификация стохастических объектов / Г.М. Кошкин, И.Г. Пивен. – Хабаровск: РАН Дальневосточное отделение, 2009. – 336с.

40. Крамер Г. Стационарные случайные процессы. Свойства выборочных функций и их приложения / Г. Крамер, Лидбеттер М. – М.: Мир, 1969. – 405 с.

41. Лбов Г.С. Методы обработки разнотипных экспериментальных данных / Г.С. Лбов. – Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1981. – 160 с.

42. Липцер Р.Ш. Статистика случайных процессов / Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев. – М.: Наука, 1974. – 696 с.

43. Литтл Р.Дж.А. Статистический анализ данных с пропусками / Р.Дж.А. Литтл, Д.Б. Рубин. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 336 с.

44. Льюнг Л. Идентификация систем / Л.Льюнг. – М.: Наука, 1991. – 423 с.

45. Медведев А.В. Н-модели для безынерционных систем с запаздыванием // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф.Решетнева. – 2012. – №5 (45). – С. 84-89.

46. Медведев А.В. Адаптация в условиях непараметрической неопределенности / А.В. Медведев // Адаптивные системы и их приложения. – Новосибирск: Наука, 1978. – С. 4-34.
47. Медведев А.В. Анализ данных в задаче идентификации / А.В. Медведев // Компьютерный анализ данных моделирования. – Минск: БГУ, 1995. Т. 2. – С. 201-206.
48. Медведев А.В. Информатизация управления: учебное пособие / А.В. Медведев. – Красноярск: САА, 1995. – 80с.
49. Медведев А.В. Непараметрические системы адаптации / А.В. Медведев. – Новосибирск: Наука, 1983. – 173с.
50. Медведев А.В. Теория непараметрических систем. К-модели / А.В. Медведев // Вестник Сибирского государственного университета имени академика М.Ф. Решетнева. – 2011. – №3(36). – С. 57-62.
51. Медведев А.В. Теория непараметрических систем. Процессы / А.В. Медведев // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф. Решетнева. – 2010. – №3 (29). – С. 4-9.
52. Медведев А.В. Теория непараметрических систем. Управление – I / А.В. Медведев // Вестник Сибирского государственного университета имени академика М.Ф. Решетнева. – 2013. – №2(48). – С.57-63.
53. Медведев А.В. Теория непараметрических систем. Управление – II / А.В. Медведев // Вестник Сибирского государственного университета имени академика М.Ф. Решетнева. – 2013. – №3(49). – С.85-90.
54. Медведев А.В. Элементы теории непараметрических систем управления / А.В. Медведев // Актуальные проблемы информатики, прикладной математики и механики. Часть 3, Информатика. – Новосибирск-Красноярск: СО РАН, 1996. – С. 87-112.
55. Медведев, А.В. Теория непараметрических систем. Моделирование / А.В. Медведев // Вестник сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф. Решетнева. – 2010. – №4 (30). – С. 4-9.

56. Медведев, А.В. Теория непараметрических систем. Общий подход / А.В. Медведев // Вестник сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф. Решетнева. – 2008. – №4 (30). – С. 4-9.
57. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем управления / под редакцией К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – Москва: МГТУ им.Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с.
58. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы / И.В. Мирошник. – СПб.: Питер, 2005. – 336 с.
59. Надарая Э.А. Непараметрическое оценивание плотности вероятностей и кривой регрессии / Э.А. Надарая. – Город.: Издательство Тбилисского университета, 1983. – с.
60. Палагин Ю.И. Прикладные методы статистического моделирования / Ю.И. Палагин, А.С. Шалыгин. – Л.: Машиностроение, 1986. – 320 с.
61. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Пугачев. – М.: Наука, 1979. – 496 с.
62. Райбман Н.С. Адаптивные модели в системах управления / Н.С. Райбман, В.М. Чадеев. – М.: Сов. радио, 1966. – 159 с.
63. Райбман Н.С. Построение моделей процессов производства / Н.С. Райбман, В.М. Чадеев. – М.: Энергия, 1975. – 375 с.
64. Райбман Н.С. Что такое идентификация / Н.С. Райбман. – М.: Наука, 1970. – 119 с.
65. Растрингин Л.А. Адаптация сложных систем / Л.А. Растрингин. – Рига: Зинатне, 1981. – 375 с.
66. Россиев А.А. Итерационное моделирование неполных данных с помощью многообразий малой размерности: дис.канд.тех.наук.: 05.13.16 / Институт Вычислительного моделирования СО РАН. – Красноярск, 1999. – 83 с.
67. Рубан А.И. Методы анализа данных: учебное пособие / А.И. Рубан. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2004. – 319 с.

68. Симахин В.А. Непараметрическая статистика. Ч.1. Теория оценок Учебное пособие / В.А. Симахин – Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та. 2004. – 216 с.
69. Смоляк С.А. Устойчивые методы оценивания: (Статистическая обработка неоднородных совокупностей) / С.А. Смоляк, Б.П. Титаренко. – М.: Статистика, 1980. – 208 с.
70. Соболев И.М. Популярные лекции по математике. Метод Монте-Карло / И.М. Соболев. – М.: Наука, 1968. – 64 с.
71. Солодовников В.В. Теория автоматического управления техническими системами / В.В. Солодовников, В.Н. Плотников, А.В. Яковлев. – М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1993. – 492 с.
72. Срагович В.Г. Адаптивное управление / В.Г. Срагович. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 384 с.
73. Тарасенко Ф.П. Непараметрическая статистика / Ф.П. Тарасенко. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1976. – 292 с.
74. Тихонов А.Н. Статистическая обработка результатов эксперимента / А.Н. Тихонов, М.В. Уфимцев. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. – 176 с.
75. Туркенич Д.И. Управление плавкой стали в конверторе / Д.И. Туркенич. – М.: Металлургия, 1972. – 360 с.
76. Тюкин В.Н. Теория управления: Конспект лекций. Часть 1. Обыкновенные линейные системы управления / В.Н. Тюкин. – Вологда: ВоГТУ, 2000. – 200 с.
77. Уилкс С. математическая статистика / С. Уилкс. – М.: Наука, 1967. – 632 с.
78. Управление сталеплавильными агрегатами на основе современных физико-химических представлений / А.Г. Пономаренко, П.И. Окоукони, С.А. Храпко, Е.Н. Иноземцева // Труды 4-го конгресса сталеплавателей. – 1997. – С. 35-40.
79. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем / А.А. Фельдбаум. – М.: Физматгиз, 1963. – 552с.

80. Фомин В.Н. Адаптивное управление динамическими объектами / Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 448 с.
81. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах / А.Л. Фрадков. – М.: Наука, 1992. – 292с.
82. Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия / В. Хардле. – М.: Мир, 1993. – 349 с.
83. Харин Ю.С. Оптимальность и робастность в статистическом прогнозировании / Ю.С. Харин. – Минск: БГУ, 2008. – 263 с.
84. Хьюбер Дж.П. Робастность в статистике: Пер.с англ. / Дж.П. Хьюбер. – М.: Мир, 1984. – 304 с.
85. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1968. – 400с.
86. Цыпкин Я.З. Основы теории обучающихся систем / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1970. – 252 с.
87. Цыпкин, Я.З. Информационная теория идентификации / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука. Физматлит, 1995. – 336 с.
88. Шуленин В.П. Введение в робастную статистику / В.П. Шуленин. – Томск: Изд. Том. ун-та – 1993. – 227 с.
89. Шуленин В.П. Математическая статистика. Ч.1. Параметрическая статистика: учебник / В.П. Шуленин – Томск: Изд-во НТЛ, 2012. – 540 с.
90. Шуленин В.П. Математическая статистика. Ч.2. Непараметрическая статистика: учебник / В.П. Шуленин – Томск: Изд-во НТЛ, 2012. – 388 с.
91. Шуленин В.П. Математическая статистика. Ч.3. Робастная статистика: учебник / В.П. Шуленин. – Томск: Изд-во НТЛ, 2012. – 520 с.
92. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф. – М.: Мир, 1975. – 681 с.
93. Ball D. Statistical analysis with missing data / D. Ball // Journal of Marketing Research. – 2003. – Т.40. №3. – P.374.

94. Eddy W.F. Optimum kernel estimators of the mode / W.F. Eddy // *Ann. Math.Statist.* – 1980. – V. 8. – P. 870-882.
95. Efroimovich S.Yu. Nonparametric curve estimation. Methods, theory and application / S.Yu. Efroimovich S.Yu. – Berlin, New-York: Springer-Verlag, 1999.
96. Gasser T. Kernel estimation of regression function / T. Gasser, H.G. Muller // *Lect. Notes Math.* – 1979. – V.757. – P. 23-68.
97. Keesman Karel J. System identification. An introduction / Karel J. Keesman. – London: Springer, 2011. – 351 p.
98. Kubat C.H. Taskin Bofy-fuzzy logic control for the Basic Oxygen Furnace (BOF) / C.H. Kubat // *Robotics and Autonomous System.* – 2004. – № 49. – P. 193-205.
99. Marvin L. Brown. Data mining and the impact of missing data / Marvin L. Brown, John F. Kros // *Industrial Management & Data Systems.* – 2003. – T.103. № 8. – P. 611-621.
100. Medvedeva N.A. Nonparametrical Estimation of Statistical Characteristics in Problem of Modelling / N.A. Medvedeva // *Proceedings of the International Conference «Computer Data Analysis and Modeling».* – Minsk: BSU, 1995. – p.89 - 93.
101. Myrtyeit I. Analyzing data sets with missing data: an empirical evaluation of imputation methods and likelihood-based methods / I. Myrtyeit, E. Stensrud, U.H. Olsson // *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2001. – T. 27. № 11. – P. 999.
102. Nemirovski A. Topics in non-parametric statistics / A. Nemirovski // *Lectures on probability theory and statistics, in Ecole de Saint-Flour 1988. Lecture Notes in Math.* – 2000. – P.85-277.
103. Pracasa Rao B.L.S. Nonparametric function estimation / B.L.S. Pracasa Rao. – Orlando: Academic Press, 1983. – 523 p.
104. Sarita Chauhan. Comparative study of BOF Steelmaking Process based on ANFIS and GRNN Model / Chauhan Sarita, Singh Mahendra, Vivek Kumar Meena //

International Journal of Engineering and Innovative Technology (IJEIT). – 2013. – Vol. 2 (9). – P. 198-202.

105. Schafer J. L. Missing Data: Our View of the State of the Art / J. L. Schafer, J. W. Graham // Psychological Methods. – 2002. – Vol. 7, № 2. – P. 147–177.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**В изданиях, рекомендованных ВАК:**

1 Корнеева А.А. Об анализе данных в задаче идентификации статических систем / А.А. Корнеева, Н.А. Сергеева // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф.Решетнева. – Вып.5 (45). – 2012. – С.49-54.

2 Корнеева А.А. Исследование непараметрических моделей процессов трубчатого типа / А.А. Корнеева, Н.А. Сергеева, Е.А. Чжан // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф.Решетнева. – Вып. 5 (45). – 2012. – С. 44-49.

3 Корнеева А.А. Непараметрическая идентификация дискретно-непрерывных процессов «трубчатой» структуры при наличии пропусков в данных / Корнеева А.А., Н.А. Сергеева // Системы управления и информационные технологии. – Вып. 4.1 (50). – 2012. – С. 155-159.

4 Корнеева А.А. О непараметрическом анализе данных в задаче идентификации / А.А. Корнеева, Н.А. Сергеева, Е.А. // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – Вып.1 (22). – 2013. – С.86-96.

5 Корнеева А.А. О непараметрическом моделировании стохастических объектов/ А.А. Корнеева, Е.А. Чжан // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф.Решетнева. – Вып. 2 (48). – 2013. – С. 37-42.

6 Корнеева А.А. Непараметрическое моделирование конвертерной плавки / А.А. Корнеева, М.Е. Корнет // Известия ВУЗов. Черная металлургия. – Вып.10. – 2013. – С. 24-28

7 Корнеева А.А. О непараметрической идентификации дискретно-непрерывных процессов при различной дискретности контроля переменных / А.А. Корнеева, А.В. Медведев // Современные проблемы науки и образования. –

Вып.2. – 2014. – URL:<http://www.science-education.ru/116-12983> (дата обращения: 06.05.2014).

В других изданиях:

8 Корнеева А.А. О непараметрическом восстановлении матрицы наблюдений с пропусками в задаче оценки функции регрессии/ А.А. Корнеева, Н.А. Сергеева // Материалы XV-ой Международной конференции «Решетневские чтения», г. Красноярск. – 2011. – С. 458-459.

9 Корнеева А.А. О компьютерном моделировании организационных процессов / А.А. Корнеева, М.В. Цепкова, Е.А. Чжан // Труды VIII всероссийской научно-практической конференции «Импульс-2011», г.Томск. – 2011. – С.232-235.

10 Корнеева А.А. О непараметрической идентификации стохастических систем / А.А. Корнеева, Н.А. Сергеева, Е.А. Чжан // Информационные системы и модели в научных исследованиях, промышленности, образовании и экологии: доклады IX Всероссийской научно-технической конференции, г.Тула. – 2011. – С. 61-66.

11 Корнеева А.А. О непараметрическом моделировании сложных систем / А.А. Корнеева, Н.А. Сергеева // Сложные системы в экстремальных условиях: тезисы докладов XVI Всероссийского симпозиума с международным участием, г.Красноярск. – 2012. – С. 56.

12 Корнеева А.А. О непараметрическом восстановлении матрицы наблюдений с пропусками в задаче идентификации с шумами / А.А. Корнеева // Молодой ученый. – Вып. 3(38). – 2012. – С. 51-60.

13 Корнеева А.А. К анализу данных в задаче идентификации / А.А. Корнеева, А.В. Медведев // Кибернетика и высокие технологии XXI века: труды XIII международной научно-технической конференции, г.Воронеж. – Том 1. – 2012. – С.52-62.

14 Корнеева А.А. Об анализе данных в интеллектуальных системах моделирования / А.А. Корнеева, М.В. Цепкова, Е.А. Чжан // Труды X международного симпозиума «Интеллектуальные системы», г.Вологда. – 2012. – С. 157-162.

15 Корнеева А.А. Непараметрическое моделирование «трубчатых» процессов / А.А. Корнеева, А.В. Медведев // Труды конференции «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах» УТЭОСС-2012, г. Санкт-Петербург. – 2012. – С. 419-422.

16 Корнеева А.А. О непараметрической идентификации безынерционных объектов с запаздыванием / А.А. Корнеева, Н.А. Сергеева // Информационные технологии моделирования и управления. – Вып.5 (77). – 2012. – С. 363-370.

17 Корнеева А.А. О непараметрическом методе обработки данных с пропусками / А.А. Корнеева // Труды Всероссийской молодежной научно-практической конференции «Малые Винеровские чтения», г.Иркутск. – 2013. – С.36.

18 Корнеева А.А. Непараметрическое дуальное управление безынерционными системами / А.А. Корнеева, А.В. Медведев // Кибернетика и высокие технологии XXI века: труды XIII международной научно-технической конференции, г.Воронеж. – 2013. – С. С. 250-261

19 Корнеева А.А. Непараметрическое восстановление матрицы данных с пропусками / А.А. Корнеева // Труды пятой международной конференции САИТ 2013, г.Красноярск. – Том 2. – 2013. – С. 50-56.

20 Корнеева А.А. Непараметрическое моделирование многомерных стохастических систем / А.А. Корнеева, Н.А. Сергеева, Е.А. Чжан // Труды международной научно-технической конференции «Компьютерное моделирование 2013», г. Санкт-Петербург. – 2013. – С.130-136.

21 Korneeva A.A. About data analysis in non-parametric identification problem / A.A. Korneeva, N.A. Sergeeva, E.A. Chzhan // Proceedings of the international workshop Applied methods of statistical analysis, Novosibirsk. – 2013. – P.116-123.

22 Korneeva A.A. About data analysis in nonparametric identification problem / A.A. Korneeva, N.A. Sergeeva, E.A. Chzhan // Proceedings of the tenth international conference «Computer data analysis and modeling. Theoretical and applied stochastics», Minsk. – Volume 2. – 2013. – P.56-60.

23 Корнеева А.А. О непараметрических системах дуального управления / А.А. Корнеева // Материалы XVII Международной конференции Решетневские чтения, г.Красноярск. – 2013. – С.32-33.

24 Корнеева А.А. Непараметрическое дуальное управление многомерными безынерционными объектами / А.А. Корнеева // Труды IX Всероссийской научно-практической конференции «Системы автоматизации в образовании, науке и производстве (AS`2013)», г.Новокузнецк. – 2013. – С.477-482.

25 Корнеева А.А. О непараметрических моделях и алгоритмах управления процессом конвертерной плавки стали / А.А. Корнеева, А.В. Банникова, М.Е. Корнет // Труды Всероссийской молодежной научно-практической конференции «Малые Винеровские чтения», г.Иркутск. – 2014.

26 Корнеева А.А. Непараметрическое управление макрообъектом в условиях малой априорной информации / А.А. Корнеева, А.В. Банникова, М.Е. Корнет // Труды Всероссийской молодежной научно-практической конференции «Малые Винеровские чтения», г.Иркутск. – 2014.

27 Корнеева А.А. О непараметрических моделях и алгоритмах управления макрообъектом / А.А. Корнеева, А.В. Банникова, М.Е. Корнет // Труды XVI Международной конференции «Проблемы управления и моделирования в сложных системах», г.Самара. – 2014.

28 Корнеева А.А. О непараметрических моделях и алгоритмах управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали / А.А. Корнеева, А.В. Банникова, М.Е. Корнет // Труды XVI Международной конференции «Проблемы управления и моделирования в сложных системах», г.Самара. – 2014.

29 Корнеева А.А. Об особенностях непараметрического моделирования Н-процессов / А.А. Корнеева, Н.А. Сергеева, Е.А. Чжан // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2014), г.Москва. – 2014.

30 Корнеева А.А. Непараметрическое управление процессом конвертерной плавки стали / А.А. Корнеева, М.Е. Корнет // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2014), г.Москва. – 2014.

Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ:

31 Голуб Л.Н., Корнеева А.А., Сергеев А.Н. Восстановление пропусков в матрице наблюдений для систем принятия решений. РОСПАТЕНТ. Свидетельство №2012611794 от 13.03.2012.

32 Корнеева А.А., Сергеева Н.А. Управление комбинированным безынерционным объектом. РОСПАТЕНТ. Свидетельство №2013662403 от 13.02.2014.

33 Корнеева А.А., Сергеева Н.А. Непараметрическое дуальное управление комбинированным безынерционным объектом. РОСПАТЕНТ. Свидетельство №2014610402 от 24.03.2014.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(обязательное)

Таблица А.1 – Корреляции между «входными-выходными» переменными процесса кислородно-конвертерной плавки стали

	Чугун	Лом	Известь	Эл.бой	ФЛЮС	ФМ1	Агл.офлюс	Уголь ССО	Кислород_п родувка	Кислород_п рогрев	Si_in put	Mn_in put	S_inpu t	P_inpu t	T_чуг ун	T_пов алка	C_out	Mn_ou t	S_out	P_out
Чугун	1	-0,304	0,194	0,280	-0,217	0,207	-0,095	0,257	-0,003	-0,012	0,170	0,239	-0,245	0,100	0,134	-0,310	0,425	-0,005	-0,205	-0,025
Лом	-0,304	1	-0,409	-0,272	-0,117	-0,025	-0,017	-0,101	0,208	-0,058	-0,319	-0,388	0,469	-0,385	-0,056	0,051	-0,380	0,150	0,490	0,085
Известь	0,194	-0,409	1	0,060	0,156	-0,002	0,125	0,102	0,308	-0,148	0,663	0,523	-0,608	0,187	0,523	0,000	0,513	0,154	-0,785	-0,272
Эл.бой	0,280	-0,272	0,060	1	-0,098	-0,370	0,177	-0,371	0,090	-0,195	-0,082	0,167	-0,107	0,044	0,149	-0,155	0,529	-0,025	-0,260	-0,340
ФЛЮС	-0,217	-0,117	0,156	-0,098	1	-0,277	-0,263	-0,117	-0,085	-0,060	0,190	-0,143	0,047	-0,180	0,080	-0,136	0,049	0,140	-0,128	-0,079
ФМ1	0,207	-0,025	-0,002	-0,370	-0,277	1	0,189	0,374	0,049	0,233	-0,085	0,122	0,000	-0,073	-0,077	0,171	-0,249	-0,154	0,188	0,281
Агл.офлюс	-0,095	-0,017	0,125	0,177	-0,263	0,189	1	-0,058	0,139	-0,005	-0,129	0,465	-0,034	0,341	0,260	0,044	0,195	-0,080	-0,098	-0,102
Уголь ССО	0,257	-0,101	0,102	-0,371	-0,117	0,374	-0,058	1	-0,118	0,120	0,298	0,165	-0,246	-0,041	0,071	0,014	0,021	0,041	-0,083	0,309
Кислород_п родувка	-0,003	0,208	0,308	0,090	-0,085	0,049	0,139	-0,118	1	-0,322	0,104	0,140	-0,232	0,047	0,424	0,419	0,073	-0,100	-0,246	-0,252
Кислород_п огрев	-0,012	-0,058	-0,148	-0,195	-0,060	0,233	-0,005	0,120	-0,322	1	-0,245	-0,251	0,273	0,025	-0,213	-0,011	-0,224	-0,246	0,255	0,257
Si_input	0,170	-0,319	0,663	-0,082	0,190	-0,085	-0,129	0,298	0,104	-0,245	1	0,333	-0,797	0,146	0,209	-0,017	0,339	0,214	-0,609	-0,100
Mn_input	0,239	-0,388	0,523	0,167	-0,143	0,122	0,465	0,165	0,140	-0,251	0,333	1	-0,576	0,504	0,252	0,113	0,372	-0,053	-0,497	-0,148
S_input	-0,245	0,469	-0,608	-0,107	0,047	0,000	-0,034	-0,246	-0,232	0,273	-0,797	-0,576	1	-0,346	-0,182	-0,191	-0,372	-0,044	0,605	-0,011
P_input	0,100	-0,385	0,187	0,044	-0,180	-0,073	0,341	-0,041	0,047	0,025	0,146	0,504	-0,346	1	0,019	0,145	0,321	-0,223	-0,134	-0,008

Продолжение таблицы А.1

	Чугун	Лом	Известь	Эл.бой	ФЛЮС	ФМ1	Агл.о флюс	Уголь ССО	Кислород_п родувка	Кислород_п рогрев	Si_in put	Mn_in put	S_inpu t	P_inpu t	T_чуг ун	T_пов алка	C_out	Mn_ou t	S_out	P_out
T_чугун	0,134	-0,056	0,523	0,149	0,080	-0,077	0,260	0,071	0,424	-0,213	0,209	0,252	-0,182	0,019	1	-0,057	0,400	0,005	-0,494	-0,228
T_повалка	-0,310	0,051	0,000	-0,155	-0,136	0,171	0,044	0,014	0,419	-0,011	-0,017	0,113	-0,191	0,145	-0,057	1	-0,192	-0,053	0,048	0,372
C_out	0,425	-0,380	0,513	0,529	0,049	-0,249	0,195	0,021	0,073	-0,224	0,339	0,372	-0,372	0,321	0,400	-0,192	1	0,219	-0,523	-0,372
Mn_out	-0,005	0,150	0,154	-0,025	0,140	-0,154	-0,080	0,041	-0,100	-0,246	0,214	-0,053	-0,044	-0,223	0,005	-0,053	0,219	1	-0,111	-0,113
S_out	-0,205	0,490	-0,785	-0,260	-0,128	0,188	-0,098	-0,083	-0,246	0,255	-0,609	-0,497	0,605	-0,134	-0,494	0,048	-0,523	-0,111	1	0,397
P_out	-0,025	0,085	-0,272	-0,340	-0,079	0,281	-0,102	0,309	-0,252	0,257	-0,100	-0,148	-0,011	-0,008	-0,228	0,372	-0,372	-0,113	0,397	1

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

(обязательное)

Акты внедрения результатов научной работы

« Утверждаю»
 Директор филиала
 Абаканская ТЭЦ
 ОАО «Енисейская ТГК (ТГК - 13)»
 О. В. Петров
 «31» марта 2014г.

Акт

о практическом применении результатов исследований Корнеевой А.А., полученных в ходе выполнения диссертационной работы на соискание ученой степени кандидата технических наук на тему: «Непараметрические модели и алгоритмы управления для многомерных систем с запаздыванием»

Результаты диссертационной работы соискателя кафедры «Информационные системы» Института космических и информационных технологий ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет» Корнеевой А.А. состоят в разработке непараметрических моделей и алгоритмов управления дискретно-непрерывными процессами. В частности, разработана методика восстановления пропусков «входных-выходных» переменных матриц наблюдений, основанная на непараметрических алгоритмах. Результаты этой работы могут быть использованы при моделировании различных технологических процессов, к примеру, процесса сжигания угля в котлоагрегате Е-500-13,8-560БТ Абаканской ТЭЦ. Наблюдения «входных-выходных» переменных, по многим причинам, могут содержать в себе пропуски, что значительно усложняет процессы моделирования и идентификации. В связи с этим задача заполнения пропусков с целью повышения точности моделирования является актуальной.

Внедрение автоматизированных систем управления технологическими процессами на различных предприятиях промышленности, в том числе и в энергетической сфере приводит к необходимости решения задачи идентификации объектов управления. Точность решения задачи идентификации во многом зависит от данных наблюдений «входных-выходных» переменных процесса. Наличие пропусков в данных значительно усложняет процесс идентификации. Кроме того, задача усложняется работой в условиях неполной информации, наличием многих случайных факторов. Непараметрическая методика заполнения пропусков в данных, предлагаемая в диссертационной работе Корнеевой А.А., позволяет заполнить пропуски и тем самым повысить точность решения задачи идентификации объекта управления.

Практическое использование результатов исследований, полученных в ходе выполнения диссертационной работы Корнеевой А.А., могут привести к пригодным, с практической точки зрения, моделям процесса, которые в дальнейшем могут быть применены при управлении процессом горения и регулирования мощности котлоагрегата. Следует ожидать, что могут быть улучшены некоторые производственные показатели, такие как « пережог», «недожог» топлива, снижение температуры уходящих газов и, как итог, снижение расхода топлива на выработку тепла и улучшение экологической обстановки в регионе.

Помощник главного инженера
 Красноярского филиала
 ООО«Сибирская генерирующая компания»,
 к.т.н.



А. П. Каркарин



Справка

о применении в производстве результатов выполненной

Корнеевой Анной Анатольевной

диссертационной работы на соискание ученой степени кандидата технических наук на тему: «Непараметрические модели и алгоритмы управления для многомерных систем с запаздыванием»

В диссертационной работе соискателя кафедры «Информационные системы» ФГАОУ ВПО «Сибирский Федеральный Университет» Корнеевой А.А. разрабатываются адаптивные модели и алгоритмы управления в условиях неполной информации, а так же некоторые алгоритмы обработки данных. Актуальность исследования в этой области обусловлена недостатком априорной информации при автоматизации дискретно-непрерывных процессов. Непараметрические модели и алгоритмы управления, предлагаемые в диссертации, в большей степени ориентированы на практику, чем ныне известные и имеют приложение в дискретно-непрерывных процессах.

Результаты диссертационной работы Корнеевой А.А., в частности, алгоритмы заполнения пропусков в матрицах наблюдения «входных-выходных» переменных процесса, алгоритмы исключения выбросов из исходной выборки измерений, алгоритмы моделирования и управления многомерными стохастическими процессами «трубчатого» типа используются в кислородно-конвертерном цехе №2 в подсистеме оперативного планирования выплавки, внепечной обработки и непрерывной разливки на слябовой машине непрерывной разливки низкоуглеродистой стали (в соответствии с ГОСТ 9045-80).

Разработанные модели и алгоритмы используются для оптимизации контактного графика работы основных технологических агрегатов, оптимизации баланса времени работы конвертеров и слябовой машины непрерывной разливки стали, что позволило получить реальный экономический эффект за счет уменьшения времени простоев технологического оборудования, задолженности при обороте сталеразливочных и промежуточных ковшей, экономии огнеупоров и электрической энергии при обработке металла на установке «ковш-печь».

Полученные результаты использованы при разработке дополнений к технологическим инструкциям по выплавке, внепечной обработке и непрерывной разливке стали на слябовой машине ККЦ №2.

Главный сталеплавыльщик, к.т.н

В.В. Соколов

Заместитель начальника технического
управления комбината

М.В. Утробин

Начальник управления АСУ ТП
сталеплавыльного производства

А.Е. Горшков