

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский федеральный университет»

На правах рукописи

РАСКИНА АНАСТАСИЯ ВЛАДИМИРОВНА

**НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ И ДУАЛЬНОГО
УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации
(космические и информационные технологии)

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
д.т.н., профессор А.В. Медведев

Красноярск 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Идентификация динамических объектов	8
1.1 Общие сведения о задаче идентификации динамических объектов.....	8
1.2 Параметрические методы идентификации динамических объектов	12
1.3. Непараметрические модели линейных динамических объектов	15
1.4. Непараметрическая идентификация при частичной параметризации структуры модели динамического объекта	20
1.5 Определение параметрической структуры линейного динамического объекта....	26
1.6 Идентификация нелинейных динамических объектов.....	34
1.7 Непараметрические алгоритмы идентификации объектов с памятью	40
Выводы.....	51
2. Алгоритмы управления динамическими объектами.....	53
2.1 Общие сведения о задаче управления.....	53
2.2 Алгоритмы непараметрического управления с использованием метода обратного оператора.....	57
2.3 Многоконтурные системы непараметрического управления.....	83
Выводы	99
3. Непараметрические модели и алгоритмы управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали	101
3.1 Краткое описание технологического процесса.....	101
3.2 Непараметрические модели процесса кислородно-конвертерной плавки стали.	104
3.3 Управление процессом кислородно-конвертерной плавки стали	107
3.4 Численные исследования	109
Выводы	112
заключение.....	113
список литературы	115

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Одной из актуальных задач системного анализа является создание интеллектуальных систем управления динамическими объектами. В настоящее время накоплен большой опыт по управлению динамическими объектами, в частности наиболее широкое распространение получили П, ПИ, ПИД алгоритмы регулирования и другие типовые регуляторы, использование которых в ряде случаев оказывается недостаточно эффективным. Также в рамках современной теории управления были разработаны алгоритмы оптимального управления. Однако, для их применения необходимо иметь достаточные знания об управляемом объекте. Следует отметить, что в большинстве случаев специалистам приходится сталкиваться с малоизученными процессами. В этих условиях актуальной задачей является разработка алгоритмов регулирования, способных эффективно управлять динамическим объектом при малой априорной информации.

Недостаток информации об объекте исследования приводит к необходимости совмещать изучение объекта и управление им. Управление, при котором управляющие воздействия носят двойственный характер, называют дуальным управлением. Дуальное управление было открыто А.А. Фельдбаумом в 1960 г. и развито на основе теории статистических решений [81]. В параметрической постановке задачи управления проблему дуального управления также рассматривал Я.З. Цыпкин [85-87]. Дальнейшее развитие теория дуального управления получила в исследованиях различных авторов, в частности В. Виттенмарка [106].

Решение задачи управления неотъемлемо связано с решением задачи идентификации исследуемого объекта. Данной проблеме посвящено большое количество трудов различных отечественных и зарубежных ученых. В частности, данные вопросы широко освещены в работах Эйкхоффа [89], Я.З. Цыпкина [85-87], Х. Унбегауэна [94,103], Т. Седерстрема [101] и др. Решение задачи идентификации обычно выполняется в два основных этапа. Первым этапом является структурная идентификация, в ходе которой осуществляется выбор структуры модели с точностью до параметров. При этом динамический объект может быть описан, например, в виде дифференциального или разностного уравнения, передаточной функцией, набора типовых звеньев, интегрального уравнения в свертках и др. Вторым этапом является определение параметров модели по текущим экспериментальным данным.

Наиболее изученными на сегодняшний день являются методы параметрической идентификации, в которых ещё на этапе постановки задачи структура модели исследуемого

процесса предполагается известной и определению подлежат только ее параметры. В условиях, когда невозможно обоснованно подобрать структуру модели использование вышеупомянутых алгоритмов не представляется возможным. В этом случае целесообразным является использование непараметрических методов, для применения которых необходимо знание только о качественных характеристиках исследуемого объекта. На сегодняшний день непараметрические методы широко используются для решения различных задач системного анализа, в том числе задач идентификации и управления. Поэтому разработка и исследование непараметрических моделей и алгоритмов управления, в том числе и для случая динамических объектов, является актуальной научно-технической задачей.

Степень разработанности темы. Непараметрическая теория берет свое начало с работ М. Розенблатта, в дальнейшем непараметрическая теория была развита в работах Э.А. Надарая [60], В. Хардле [84], В.П. Живоглядова [29], А.В. Медведева [51-57], В.А. Васильева, А. В. Добровидова, Г. М. Кошкина [45]. Последними был предложен метод фильтрации полезных сигналов на фоне помех в условиях непараметрической неопределенности. Непараметрические модели и алгоритмы управления для линейных динамических объектов были предложены Медведевым А.В., в которых для описания динамической системы использовался интеграл Дюамеля. В дальнейшем задача сводилась к непараметрическому оцениванию весовой функции по результатам наблюдений «входа-выхода» объекта. Вопросы применения непараметрической теории для нелинейных объектов обсуждались в работах Чайки С.Н., где задача решалась в условиях как параметрической, так и непараметрической неопределенности, так как параметрическая структура нелинейного блока предполагалась известной.

Несмотря на довольно высокую эффективность непараметрических методов в решении задач идентификации и управления как линейными динамическими объектами, так и объектами, относящимися к категории нелинейных, можно отметить ряд недостатков, присущих данным методам. В частности, применение разработанных на сегодняшний день непараметрических алгоритмов возможно только для некоторых классов динамических объектов. В ряде случаев отмечается необходимость в частичной параметризации модели, которая производится на основании априорной информации, а также подаче на вход специальных входных сигналов, что невозможно в условиях нормального функционирования объектов.

Цель работы состоит в повышении эффективности непараметрических методов для решения задач идентификации динамических систем по данным наблюдений и дуального управления динамическими системами в условиях недостатка априорной информации.

Для достижения поставленной цели необходимо решение **следующих задач**:

- 1) выполнить анализ существующих методов решения задач идентификации и управления динамическими объектами по данным наблюдений;
- 2) разработать и исследовать непараметрический алгоритм определения структуры линейного динамического объекта с точностью до параметров;
- 3) разработать и исследовать непараметрический алгоритм идентификации для динамических объектов в условиях недостатка априорной информации;
- 4) разработать непараметрический алгоритм дуального управления динамическими объектами, в котором при формировании управляющих воздействий учитывается порядок разностного уравнения;
- 5) подтвердить эффективность разработанных непараметрических алгоритмов для решения задач идентификации и управления динамическими объектами в ходе проведения численного исследования;
- 6) подтвердить практическую значимость и эффективность алгоритмов идентификации и дуального управления путем моделирования процесса кислородно-конвертерной плавки стали на примере работы кислородно-конвертерного цеха №2 ОАО «ЕВРАЗ Объединенный Западно-Сибирский металлургический комбинат».

Научная новизна диссертационной работы состоит в следующем:

- 1) Разработан непараметрический алгоритм определения структуры модели линейного динамического объекта с точностью до параметров, отличающийся от известных непараметрических алгоритмов, тем, что позволяет определить порядок разностного уравнения линейного динамического объекта в условиях недостатка априорной информации.
- 2) Предложена новая модификация непараметрического алгоритма дуального управления, отличающаяся предварительным определением порядка разностного уравнения и дальнейшим использованием этой информации при вычислении управляющих воздействий, что позволяет повысить эффективность управления.
- 3) Впервые предложено использование непараметрических алгоритмов для решения задач идентификации и управления динамическими объектами, у которых при описании в разностном виде в правой части уравнения отсутствуют запаздывающие выходные переменные.

Теоретическая значимость результатов диссертационной работы состоит в разработке и исследовании нового непараметрического алгоритма, позволяющего определять запаздывающие компоненты выходной переменной динамического объекта, и как следствие порядок его разностного уравнения. Использование предложенного

алгоритма позволяет увеличить точность прогноза с использованием непараметрических моделей, а также повысить эффективность применения непараметрических алгоритмов дуального управления.

Практическая значимость результатов настоящей диссертационной работы состоит в том, что предложенные непараметрические алгоритмы идентификации и дуального управления могут быть использованы при разработке систем моделирования и управления динамическими процессами в различных отраслях промышленности. Результаты диссертационной работы используются на предприятии ОАО «ЕВРАЗ Объединенный Западно-Сибирский металлургический комбинат» при разработке дополнений к технологическим инструкциям для выплавки и подготовки стали к непрерывной разливки в ККП №2.

Результаты работы использовались при выполнении НИОКР «Разработка интеллектуальной двухконтурной системы управления технологическими процессами» по программе «Участник молодежного научно-инновационного конкурса» («УМНИК») при поддержке фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере. В ходе выполнения диссертационной работы было разработано 5 программ для ЭВМ, на которые получены свидетельства Роспатента о регистрации.

Методы исследования. При выполнении работы использовались методы системного анализа, теории идентификации, математического анализа, теории управления, теории адаптивных и обучающихся систем, математической статистики и статистического моделирования, теории оптимизации.

Основные положения, выносимые на защиту:

1) Разработанный непараметрический алгоритм определения структуры модели линейного динамического объекта с точностью до параметров позволяет определить порядок разностного уравнения в условиях малой априорной информации;

2) Модифицированный непараметрический алгоритм дуального управления динамическими объектами, в котором при вычислении управляющих воздействий учитывается информация о порядке разностного уравнения, позволяет повысить качество управления, в том числе уменьшить время регулирования по сравнению с другими известными алгоритмами управления.

3) Предложенные в работе алгоритмы обеспечивают большую эффективность решения задач идентификации и управления динамическими объектами, у которых при описании в разностном виде отсутствуют в правой части уравнения запаздывающие выходные переменные, чем известные непараметрические алгоритмы.

Степень достоверности. Достоверность результатов диссертационного исследования обеспечивается корректным использованием аппарата теории идентификации и управления, а также положительными результатами проверки работоспособности предлагаемых непараметрических алгоритмов идентификации и управления в ходе проведения экспериментальных исследований.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях: XVI Международная конференция «Проблемы управления и моделирования в сложных системах - 2014» (Самара, 2014); Международная научная конференция «Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения-2015» (Минск, 2015); X Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO '15 (Москва, 2015); Международная конференция «Applied methods of statistical analysis. Nonparametric approach», (Новосибирск-Белокуриха, 2015); XX Международная научная конференция, посвященная памяти генерального конструктора ракетно-космических систем М.Ф. Решетнева (Красноярск, 2016); Международная конференция, посвященная памяти академика А.В. Кряжимского «Системный анализ: моделирование и управление» (Екатеринбург, 2016); Всероссийская конференция «Системы автоматизации в образовании, науке и производстве AS'2017» (Новокузнецк, 2017); III Международная научно-практическая конференция «Роль технических наук в развитии общества», (Кемерово, 2018).

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 20 печатных работ, в том числе 8 статей в научных изданиях, рекомендуемых ВАК, 4 - в изданиях, индексируемых в международной базе Scopus, и 8 публикаций тезисов докладов в трудах всероссийских и международных конференций.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, включающего 107 наименований. Общий объем работы – 122 страниц, включая 92 рисунка и 6 таблиц.

1. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

1.1 Общие сведения о задаче идентификации динамических объектов

В последнее время роль моделирования приобретает все большее значение при решении задач управления сложными технологическими объектами. В связи с этим естественно повышение интереса к разработке методов построения моделей, в частности к такому методу как идентификация [10]. Райбман Н. С. дает следующие определение идентификации [66]: идентификация систем – это такой случай моделирования, при котором модель строится по результатам, полученным в условиях нормального функционирования исследуемого объекта. Таким образом, можно сказать, что идентификация систем – это определение структуры модели системы, а также определение ее параметров путем анализа «входных –выходных» переменных данной системы.

Рассмотрим общую схему идентификации, приведенную на рисунке 1.1 [51]

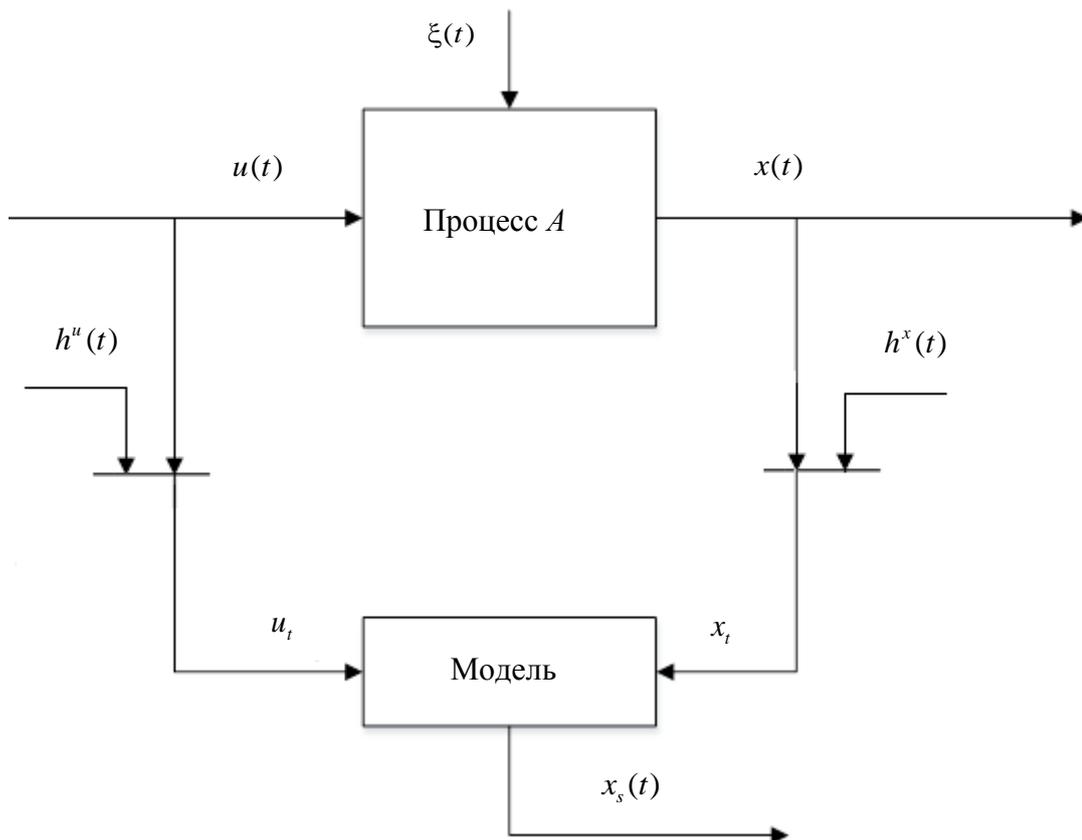


Рисунок 1.1 – Общая схема задачи идентификации

На рисунке приняты следующие обозначения: A – оператор, описывающий процесс, $x(t)$ – выходная переменная процесса, $u(t)$ – входная переменная процесса, t – непрерывное

время, $\xi(t)$ – случайное воздействие, $h^u(t)$, $h^x(t)$ – случайные помехи в каналах измерений, имеющие нулевое математическое ожидание и ограниченную дисперсию [40,41], $x_s(t)$ – выход модели объекта, u_t, x_t – наблюдения переменных в дискретные моменты времени t через соответствующие интервалы времени Δt , $\xi(t)$ – случайные помехи, действующие на процесс. Наблюдая за процессом, мы получаем выборку входных – выходных наблюдений вида $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1, s}$, где s – объем выборки.

В рамках настоящей диссертационной работы исследуемый процесс является динамическим, то есть состояние такой системы в некоторый момент времени t будет зависеть не только от входных воздействий, но и от ее состояний в прошлом. В работе рассматриваются классы объектов управления, допускающие описание разностными уравнениями вида:

$$x_t = F(x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, u_t, \xi_t). \quad (1.1.1)$$

Здесь F – неизвестный функционал, t – дискретное время, k – порядок разностного уравнения, который ограничен $k \leq k_{\max}$.

Динамический процесс на рисунке 1.1 относится к классу дискретно-непрерывных процессов, то есть по своей природе является непрерывным, но входные и выходные переменные процесса контролируются через дискретные моменты времени Δt . Задача идентификации сводится к построению модели процесса $x_s(t)$ на основании входных-выходных наблюдений.

Постановка той или иной задачи идентификации зависит от уровня априорной информации, которая включает в себя информацию о параметрической структуре объекта, влияниях случайных помех h в каналах связи и действующих на объект внешних неконтролируемых воздействиях. Разные авторы приводят свои варианты классификации уровней априорной информации. Рассмотрим далее некоторые из них.

А.А. Фельдбаум проводил [81] деление на системы с полной и неполной информацией об объекте. В данной интерпретации информация об управляемом объекте складывается из:

- а) информации о его операторе A ;
- б) информации о возмущении, действующем на объект $\xi(t)$;
- в) информации о состоянии объекта, например, о всех величинах x_1, \dots, x_n , для объекта, движение которого характеризует уравнениями;
- г) информация о цели управления;

д) информация о задающем воздействии $x^*(t)$;

Таким образом, все системы можно разделить на несколько типов, соответствующих указанным выше способам добывания сведений:

- системы с полной информацией об управляемом объекте, либо с максимально возможной информацией. Система называется системой с полной информацией, если в управляющем устройстве заложена информация об операторе A и о цели управления, если имеется полная информация о задающем воздействии $x^*(t)$, полная информация о помехе $\xi(t)$ и, наконец, полная текущая информация о состоянии объекта в данный момент времени t .

- системы с неполной информацией об объекте и независимым (или пассивным) ее накоплением в процессе управления. Во второй группе теорий оптимальных систем априорно известны не сами воздействия, а лишь статистические характеристики случайных входных воздействий. Здесь, входное воздействие на объект воспринимается как случайное. Класс, к которому принадлежит оператор A не известен точно, но из априорной информации известна плотность распределения случайных факторов, которые предполагаются нормальными и аддитивными. В данном случае для построения систем идентификации и управления необходимо наличие выборки «входных-выходных» переменных объекта. Данный класс систем, характеризуется тем, что процесс накопления информации о воздействии $x^*(t)$ не зависит от алгоритма управления. Действительно, накопление информации состоит в наблюдении значений «входных-выходных» значений и конструировании по ним гипотез об исследуемом процессе. При этом, информацию, получаемую от наблюдения, можно лишь правильно использовать, но ее нельзя увеличить, какова бы ни была стратегия управляющего устройства. Поэтому такие системы могут быть названы системами с пассивным или независимым (от стратегии управляющего устройства) накоплением информации.

- системы с неполной информацией об объекте и активным ее накоплением в процессе управления (дуальное управление). В данном случае задачи идентификации и задачи управления объединяются. Элементы выборки «входных-выходных» переменных процесса поступают как на вход модели, так и на вход системы управления. Таким образом, формирование управляющих воздействий имеет двойственный характер – они заключают одновременно в себе две функции: изучение объекта и управление им.

Некоторые уровни априорной информации в дополнение к существующим у Фельдбаума вводит А.В. Медведев [51]:

1) системы с параметрической неопределенностью. Для данного уровня априорной информации характерно знание о параметрической структуре модели исследуемого объекта с точностью до параметров, а также наличие информации о некоторых характеристиках случайных помех. Задача идентификации в данном случае решается в «узком» смысле. Это означает, что сначала необходимо определить на основании априорной информации класс оператора A^α , например,

$$x_s^\alpha(t) = A^\alpha(u(t), \alpha), \quad (1.1.2)$$

где A^α – параметрическая структура модели исследуемого объекта, а α – вектор параметров. Следующим шагом является оценивание параметров α с использованием выборки «входных-выходных» переменных объекта $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$, где s – объем данной выборки.

2) системы с непараметрической неопределенностью. Для данного уровня априорной информации характерно отсутствие знаний о структуре модели, но требуется наличие информации о качественных характеристиках объекта. К такого рода характеристикам могут относиться однозначность характеристик изучаемого объекта, линейность или же характер нелинейности в случае динамического процесса и другие характеристики. В отличие от предыдущего случая этап выбора параметрической структуры модели объекта отсутствует. В данном случае задача идентификации решается в «широком смысле», основными методами здесь являются методы непараметрической статистики [27, 38, 45, 72, 76, 91, 92, 96], с помощью которых происходит оценивание оператора A на основе имеющейся выборки $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$:

$$x_s(t) = A_s(u(t), x_s, u_s). \quad (1.1.3)$$

3) системы с параметрической и непараметрической неопределенностью. В данном случае имеющаяся априорная информация не подходит под описание ни одного из классов, так как, например, для некоторых характеристик могут быть известны параметрические закономерности, в то время как, остальная информация остается недоступной.

В случае параметрической неопределенности объем сведений о параметрах модели объекта также может быть различным. В книге Александрова [2] приводится некоторая классификация следующих случаев объема сведений о параметрах объекта:

1) Неопределенные, ограниченные по модулю параметры. В этом случае параметры

$$|a_i(t)| \leq a_i^*, \text{ где } a_i^* (i = \overline{1, n_a}) - \text{ заданные числа.}$$

- 2) Параметры объекта являются случайными функциями времени с известным законом распределения вероятности, но неизвестными параметрами этого закона распределения.
- 3) Параметры объекта являются случайными функциями времени с известным законом распределения и известными параметрами этого закона.
- 4) Функции $|a_i(t)|$ ($i = \overline{1, n_a}$) заранее не известны, однако могут быть точно измерены в процессе работы объекта
- 5) Параметры объекта $|a_i(t)|$ ($i = \overline{1, n_a}$) - точно известные функции.

Следует отметить, как уже упоминалась ранее, что информация в различных каналах динамического объекта может одновременно соответствовать разным уровням априорной информации.

1.2 Параметрические методы идентификации динамических объектов

В настоящее время известен и широко применяется параметрический метод построения моделей динамических систем [87, 89]. Идентификация при данном объеме априорной информации называется идентификацией в «узком» смысле, то есть, задача идентификации сводится к оценке параметров объекта, при условии, что структура последнего известна [15, 88]. Для применения этих методов необходимо иметь достаточные знания об исследуемом объекте. Нахождение неизвестных параметров модели производится с использованием различных итеративных, вероятностных методов, стохастических аппроксимаций, метода наименьших квадратов и др. Рассмотрим подробно данные методы.

Одной из первых работ, посвященной идентификации является работа К.Ф. Гаусса, подробно описанная в [23]. В настоящем исследовании описывается метод наименьших квадратов, который применялся для моделирования траектории движения планет. В дальнейшем А. Н. Колмогоровым и А. А. Марковым [42] были даны математическое обоснование МНК и границы его применимости. Впоследствии этот метод нашел применение во множестве других приложений. Рассмотрим подробно данный метод [57]. Пусть исследуемый процесс описывается некоторой функцией $x = f(u)$. Необходимо построить модель данного процесса по наблюдениям входных-выходных переменных $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$. Первым этапом является определение параметрической структуры модели с точностью до параметров, таким образом:

$$x(u) = f(u) \approx \hat{f}(u, \alpha) \quad (1.2.1)$$

где α – вектор параметров, например

$$\hat{f}(u, \alpha) = \sum_{j=1}^N \alpha_j \varphi_j(u), \quad (1.2.2)$$

где $\varphi_j(u), j = \overline{1, N}$ – система линейно-независимых функций; N – число элементов ряда (1.2.2). Критерий имеет вид:

$$W_s(\alpha) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \left(x_i - \sum_{j=1}^N \alpha_j \varphi_j(u_i) \right)^2. \quad (1.2.3)$$

Следующим этапом является взятие производных от $W_s(\alpha)$ по $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$. В дальнейшем приравнявая их к нулю, получим систему линейных уравнений относительно $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$. Решая эту систему, найдем значения коэффициентов, входящих в (1.2.2), т. е. $\alpha^s = (\alpha_1^s, \alpha_2^s, \dots, \alpha_N^s)$.

Одним из примеров рекурсивного алгоритма идентификации динамических систем является фильтр Калмана [36]. Р. Калман одним из первых разработал описание многомерной системы в виде пространства состояний, чем внес существенное развитие в теорию идентификации. Постановка задачи сводится к следующей формулировке: по данным наблюдения $z(t)$ требуется определить оценку желаемого сигнала $\hat{x}(t)$. Алгоритм состоит из двух этапов: экстраполяция и корректировка. На первом рассчитывается состояние системы в следующий момент времени, на втором этапе происходит корректировка с учетом полученной с датчиков новой информации. Идея метода состоит в том, что чтобы получить наилучшее приближение к истинному выходному значению $x(t)$, необходимо выбрать среднее значение между показанием $z(t)$ и вычисленным предсказанием $\hat{x}(t)$. Переменные наблюдений $z(t)$ будут иметь коэффициент Калмана равный K , предсказанное значение $\hat{x}(t)$ – коэффициент $1-K$. Коэффициент Калмана определяется путем решения задачи минимизации квадратичного показателя соответствия выхода объекта и выхода модели.

Существенный интерес в рамках теории параметрической идентификации представляет работа Эйкофа [89], посвященная идентификации систем и анализу временных рядов. Для идентификации нелинейных систем Н.С. Райбманом была разработана теория дисперсионной идентификации [66]. В дальнейшем развитие получили работы, в которых задача идентификации сводилась к задаче получения наилучшей возможной аппроксимации реальной системы внутри данного класса моделей. Важнейшие

результаты в данной области отображены в работах Льюинга. Значительный вклад в развитие теории параметрической идентификации внес Я. З. Цыпкин, разработавший теорию информационной идентификации [85-87]. Рассмотрим подробно схему параметрической идентификации, приведенную Я.З. Цыпкиным, которая представлена на рисунке 1.2 [87].

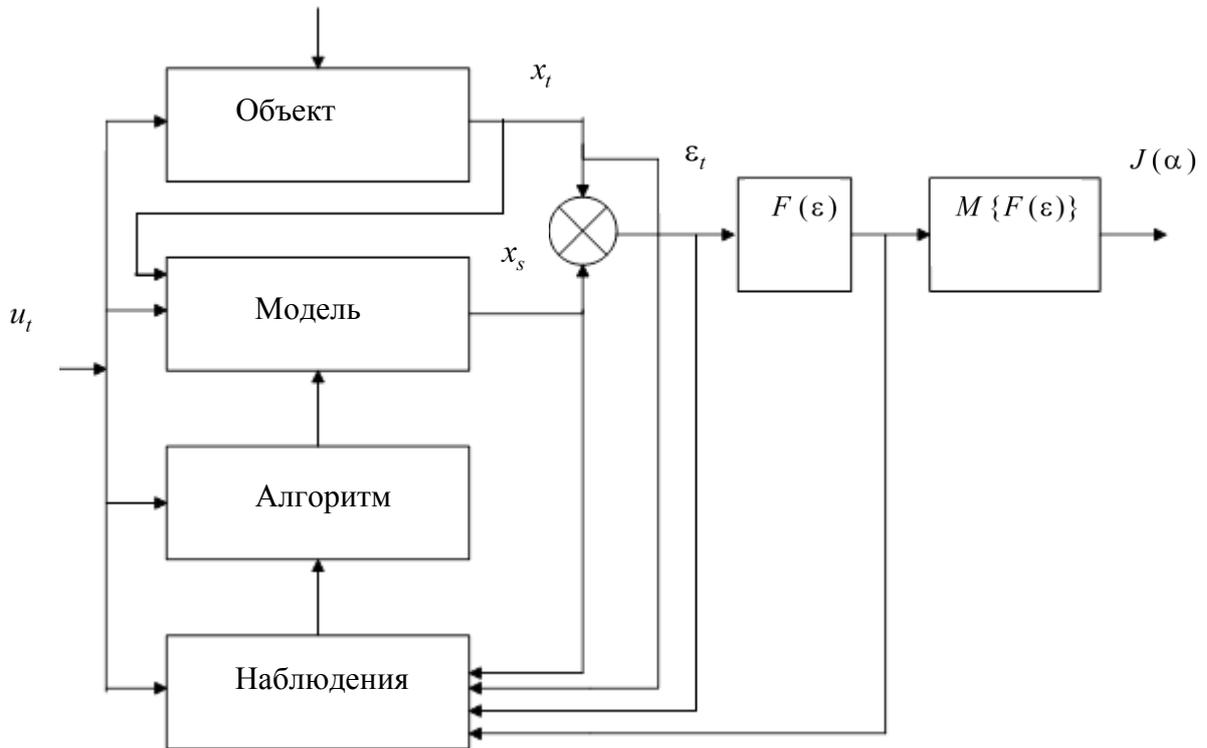


Рисунок 1.2 – Схема задачи параметрической идентификации, приведенная Я.З. Цыпкиным

На рисунке 1.2 приняты обозначения: u_t – входная переменная процесса, x_t – выходная переменная процесса; ξ_t – случайная внешняя помеха; x_s – выход модели процесса; $F(\varepsilon)$ – выпуклая функция потерь; M – символ математического ожидания; α – вектор параметров модели; $J(\alpha)$ – критерий качества идентификации, представляющий собой средние потери равен:

$$J(\alpha) = M \{ F(\varepsilon(x_t, x_s), \alpha) \}. \quad (1.2.4)$$

Оценка параметров модели α осуществляется в блоке «Алгоритм» в соответствии с условием минимизации критерия качества идентификации:

$$J(\alpha^*) = \min_{\alpha} J(\alpha). \quad (1.2.5)$$

Далее, искомые параметры модели находятся с использованием с различных регулярных итеративных методов.

Другой подход к идентификации динамических систем состоит в определении переходной и весовой функций, которые позволяют оценить поведение динамической системы как в переходном, так и в установившемся режимах. Основным недостатком данного подхода состоит в необходимости подачи на вход исследуемого объекта специальных входных сигналов, таких как функция Хевисайда, дельта функция Дирака и других функций, что невозможно в условиях нормального функционирования объекта.

Когда проведение экспериментов по снятию переходных характеристик невозможно, то для их идентификации применяют методы, основанные на описании объекта в виде уравнения Винера-Хопфа.

$$K_{xu}(\tau) = \int_0^{\infty} \omega(t) K_{uu}(t - \tau) dt, dt \geq 0, \quad (1.2.6)$$

где $K_{uu}(\tau)$ – автокорреляционная функция входного сигнала объекта; $K_{xu}(\tau)$ – взаимная корреляционная функция выходного и входного сигналов объекта; $\omega(\tau)$ – весовая функция объекта. Основная сложность применения данного подхода состоит в решении уравнения Винера-Хопфа. Связано это прежде всего с трудностью получения аналитического описания корреляционных функций. При этом структура уравнения Винера-Хопфа такова, что даже небольшие ошибки при вычислении корреляционных функций приводят к существенным ошибкам при оценке импульсной переходной характеристики процесса.

1.3. Непараметрические модели линейных динамических объектов

В условиях малой априорной информации об объекте исследования, во многих случаях невозможно обоснованно выбрать параметрическую структуру модели. В случае, недостатка априорной информации предпочтительным является применение теории непараметрической идентификации [8, 29, 52, 53, 99, 100]. Применение данной теории позволяет уйти от вопроса определения структуры модели объекта с точностью до параметров. Как отмечалось ранее, в случае непараметрической неопределённости, из существующей априорной информации могут быть известны только качественные характеристики исследуемого объекта, например, отношение его к классу линейных систем. В этом случае порядок уравнения или глубина памяти динамического объекта на основании имеющейся априорной информации не определены. Рассмотрим следующий алгоритм идентификации линейной динамической системы.

Известно, что одномерный линейный динамический объект может описываться в виде интеграла Дюамеля [46]:

$$x(t) = k(0) \cdot u(t) + \int_0^t h(t-\tau)u(\tau)d\tau, \quad (1.3.1)$$

где $h(t-\tau)$ весовая функция системы, являющаяся производной переходной функции $k(t)$, т. е. $h(t) = k'(t)$. Следовательно, теперь проблема состоит в отыскании весовой функций $h(t)$. Одним из путей решения этой задачи является снятие переходной динамического объекта и дальнейшая оценка его весовой функции по результатам наблюдений $\{x_i = k_i, t_i, i = \overline{1, s}\}$. Непараметрическая модель (1.3.1) будет иметь вид:

$$x_s(t) = k_s(0) \cdot u(t) + \int_0^t h_s(t-\tau, \vec{k}_s, \vec{t}_s)u(\tau)d\tau, \quad (1.3.2)$$

Рассмотрим алгоритм получения оценок переходной и весовой функции $k_s(t), h_s(t)$. Пусть на вход динамической системы поступает единичное возмущающее воздействие $1(t)$ – функция Хэвисайда:

$$\begin{cases} 1, & t > 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (1.3.3)$$

Регистрируя значение выходной величины при данном входном воздействии, получаем выборку наблюдений: $\{x_i = k_i, t_i, i = \overline{1, s}\}$. Оценка переходной функции имеет вид:

$$k_s(t) = \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s k_i H\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right), \quad (1.3.4)$$

где $H(\cdot)$ – колоколообразная функция, c_s – параметр размытости.

Так как весовая функция $h(t)$ является производной по времени от переходной функции $k(t)$

$$h(t) = \frac{dk(t)}{dt},$$

то тогда оценку весовой можно найти, взяв производную от оценки переходной характеристики $k_s(t)$

$$h_s(t) = k'_s(t) = \frac{1}{sc_s} \sum_{i=1}^s k_i H'\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right). \quad (1.3.5)$$

Поскольку производная от оценки функции регрессии не обязательно является оценкой производной, этот факт требует специального рассмотрения. Ранние исследования данного вопроса [98] привели к выводу, что колоколообразная функция $H(\cdot)$ должна удовлетворять дополнительным условиям сходимости:

$$\int_{\Omega(x)} H'(u) du = 0 \quad c_s^{-1} \int_{\Omega(x)} u H'(u) du = -1,$$

где u – произвольная переменная.

Колоколообразные функции $H(\cdot)$ и параметр размытости c_s должны удовлетворять следующим условиям сходимости [60]:

$$\begin{aligned} c_s > 0; \quad \lim_{s \rightarrow \infty} c_s &= 0; \\ H(c_s^{-1}(t - t_i)) &< \infty; \\ c_s^{-1} \int_{\Omega(u)} H(c_s^{-1}(t - t_i)) dx &= 1; \\ \lim_{s \rightarrow \infty} s c_s &= \infty; \\ \lim_{s \rightarrow \infty} c_s^{-1} H(c_s^{-1}(t - t_i)) &= \delta(t - t_i). \end{aligned}$$

Некоторые функции, удовлетворяющие вышеупомянутым условиям представлены ниже:

$$H = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos\left(\frac{x - x_i}{c_s}\right) + \frac{1}{2}, & \left|\frac{x - x_i}{c_s}\right| \leq \pi \\ 0, & \left|\frac{x - x_i}{c_s}\right| > \pi \end{cases}, \quad (1.3.6)$$

$$H = \begin{cases} \frac{0.827}{c_s} \exp\left(\frac{-(x - x_i)^2}{(x - x_i)^2 - c_s^2}\right), & |x - x_i| \leq c_s \\ 0, & |x - x_i| > c_s \end{cases}. \quad (1.3.7)$$

Параметр размытости c_s вычисляется из условия минимума квадратичной ошибки наблюдаемого значения выхода объекта и его непараметрической оценки (1.3.2):

$$R(c_s) = \sum_{i=1}^s (x(t_i) - x_s(t_i, c_s))^2 \rightarrow \min_{c_s}, \quad (1.3.8)$$

где $x(t_i)$ - значения выхода объекта, $x_s(t_i, c_s)$ - значения выхода модели объекта при некотором фиксированном параметре размытости c_s .

Рассмотрим многомерный случай. Пусть объект представляет собой линейную динамическую систему. Схема идентификации представлена на рисунке 1.3.

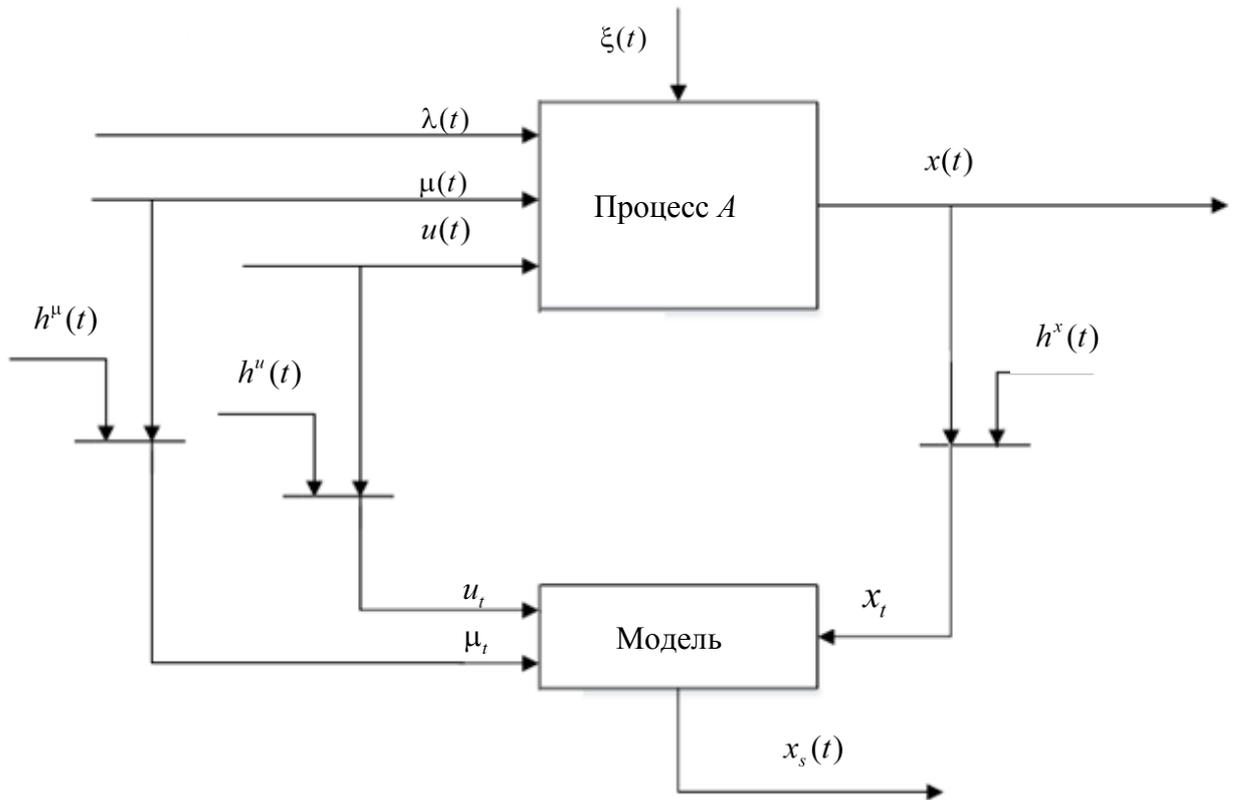


Рисунок 1.3 – Схема идентификации многомерной линейной динамической системы

На рисунке 1.3 приняты обозначения: x_t – выходная переменная процесса, $u_t = (u_{1t}, \dots, u_{n1})$ – векторное управляющие воздействия, $\mu_t \in (\mu_{1t}, \dots, \mu_{n1})$ – векторное входное контролируемое, но не управляющие воздействия, λ_t – входное неконтролируемое воздействие, $x_s(t)$ – выход модели объекта, (t) – непрерывное время, индекс t – дискретное время, h^u_t, h^{μ}_t, h^x_t – случайные помехи измерений соответствующих переменных процесса, ξ_t – векторная случайная помеха.

Следует отметить, что входная переменная λ_t существенно отличается по своему содержанию от переменных u_t и μ_t . Дело в том, что эта переменная не поддается измерению, либо может быть известна исследователю, но ее контроль осуществляется достаточно редко и в соответствии, как правило, со сложной и длительной процедурой измерения [53]. Контроль переменных осуществляется через интервал времени Δt , следовательно, имеем выборку «входных-выходных» переменных $\{x_i, u_{1i}, \dots, u_{ni}, \mu_{1i}, \dots, \mu_{mi}, i = \overline{1, s}\}$, где s – объем выборки, индекс h у переменных объекта из соображения простоты опущен. Задача идентификации сводится к построению модели процесса $x_s(t)$ на основании входных-выходных наблюдений.

Обозначим все возможные входные воздействия: управляемые $u_t = (u_{1t}, \dots, u_{n1})$, неуправляемые, но контролируемые $\mu_t \in (\mu_{1t}, \dots, \mu_{n1})$ и неконтролируемые λ_t через переменную $\rho_t \in (\rho_{1t}, \dots, \rho_{nt})$. Линейный многомерный объект с N входами можно представить, как N одномерных линейных объектов с одним входом и одним выходом (рис. 1.4).

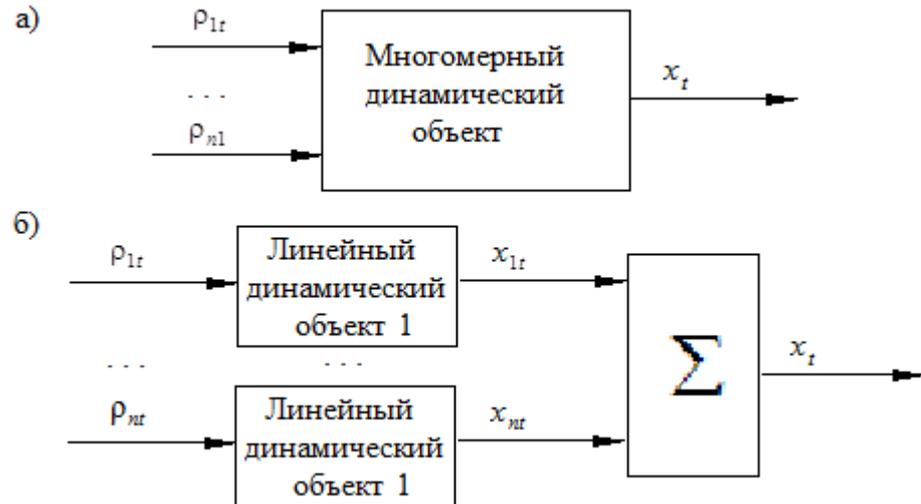


Рисунок 1.4 – а) Блок-схема многомерного линейного динамического объекта б)

Блок-схема n одномерных линейных динамических объектов

Исходя из принципа суперпозиции [59] многомерный линейный динамический объект, представленный на рисунке 1.3 может описываться суммой интегралов Дюамеля:

$$\begin{aligned}
 x(t) = & k_1(0) \cdot \rho_1(t) + \int_0^t h_1(t-\tau) \rho_1(\tau) d\tau + k_2(0) \cdot \rho_2(t) + \int_0^t h_2(t-\tau) \rho_2(\tau) d\tau + \dots + \\
 & + k_n(0) \cdot \rho_n(t) + \int_0^t h_n(t-\tau) \rho_n(\tau) d\tau
 \end{aligned} \quad (1.3.9)$$

Непараметрическая оценка (1.3.9) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 x_s(t) = & k_{1,s}(0) \cdot \rho_1(t) + \int_0^t h_{1,s}(t-\tau, \vec{k}_{1,s}, \vec{t}_s) \rho_1(\tau) d\tau + \\
 & + k_{2,s}(0) \cdot \rho_2(t) + \int_0^t h_{2,s}(t-\tau, \vec{k}_{2,s}, \vec{t}_s) \rho_2(\tau) d\tau + \dots + \\
 & + k_{n,s}(0) \cdot \rho_n(t) + \int_0^t h_{n,s}(t-\tau, \vec{k}_{n,s}, \vec{t}_s) \rho_n(\tau) d\tau
 \end{aligned} \quad (1.3.10)$$

Таким образом, в случае отношения исследуемого объекта к категории линейных могут быть применимы непараметрические модели, в которых для описания динамической системы использовались интегралы типа свертки, более конкретно, интеграл Дюамеля. В дальнейшем задача сводится к непараметрическому оцениванию весовой функции системы по результатам наблюдений «входа-выхода» объекта. Следует отметить, что, во-первых, данный подход применим к решению задач идентификации и управления только в случае отношения исследуемой системы к классу линейных. Во-вторых, требует подачи на вход специальных сигналов для получения характеристик процесса, что невозможно в условиях нормального функционирования объекта исследования.

1.4. Непараметрическая идентификация при частичной параметризации структуры модели динамического объекта

В случае, когда структура модели динамического объекта остается неизвестной предлагается следующий подход к идентификации. Как уже отмечалось ранее в 1.1, в работе рассматриваются классы объектов управления, допускающие описание разностными уравнениями вида:

$$x_t = F(x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, u_t, \xi_t). \quad (1.4.1)$$

Здесь F – неизвестный функционал, k – известный порядок разностного уравнения, найденный из имеющейся априорной информации, либо с использованием специальных процедур. Если проводить аналогию с описанием исследуемого процесса в непрерывном времени в виде дифференциальных уравнений, то k – порядок старшей производной в соответствующем уравнении. Таким образом, мы находимся в ситуации, когда задача идентификации формулируется в условиях и параметрической, и непараметрической априорной информации [51]. Следует заметить, что дискретное уравнение (1.4.1) имеет соответствующий аналог среди дифференциальных уравнений.

Введем следующие обозначения:

$$z_t = (z_1, \dots, z_{k+1}) = (x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, u_t), \quad (1.4.2)$$

тогда

$$x_t = f(z_t). \quad (1.4.3)$$

Таким образом, структура модели процесса (1.4.1) может быть частично параметризована. При этом, задача идентификации динамической системы сводится к задаче идентификации статической системы за счет введения математического переобозначения (1.4.2). С учетом

данных переобозначений (1.4.2) модель системы (1.4.1) может быть показана на следующей схеме (рис. 1.5), которая иллюстрирует модель динамической системы в дискретном времени, сведенную к модели статической системы, когда на вход последней поступают не только переменные u_i , но и x_{t-1}, \dots, x_{t-k} и т. д.

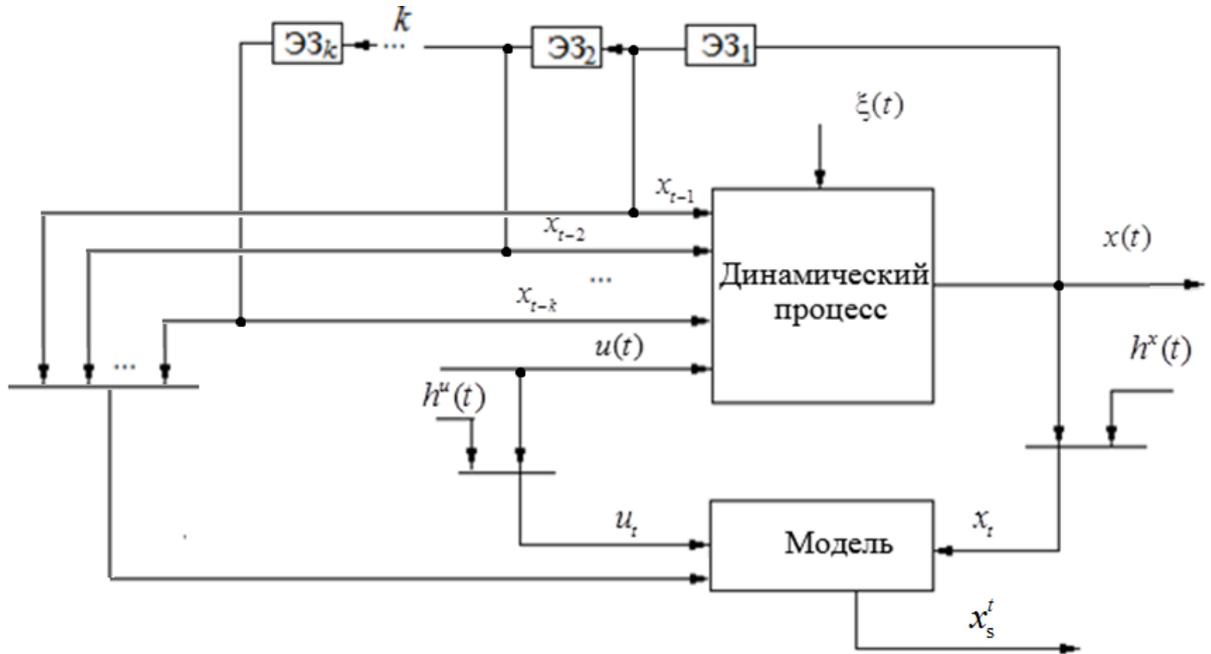


Рисунок 1.5 – Блок-схема моделирования динамического процесса при параметрическом и непараметрическом уровне неопределенности

На рисунке 1.5 ЭЗ – элемент запаздывания. Отметим еще раз, что в данном случае, параметрическая структура рассматриваемого процесса нам по-прежнему неизвестна с достаточной точностью, но можно говорить о частичной параметризации модели исследуемого процесса.

В рассматриваемых условиях в качестве непараметрической модели процесса может быть принята следующая непараметрическая оценка функции регрессии по наблюдениям $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$ [60, 84]:

$$x_s^t = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \cdot \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^x}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^x}\right)}, \quad (1.4.4)$$

где $\Phi(\cdot)$ - колоколообразная функция [16].

Вычислительный эксперимент. Для вычислительного эксперимента был выбран динамический объект, описываемый следующим разностным уравнением:

$$x_t = 2.62 \cdot x_{t-1} - 2.363 \cdot x_{t-2} + 0.719x_{t-3} + 0.238u_{1t} + 0.266u_{2t} + 0.12u_{3t} + 0.175\mu_t + 0.014\lambda_t \quad (1.4.5)$$

Здесь $u_t = (u_{1t}, u_{2t}, u_{3t})$ - векторное управляющее воздействие, μ_t - входное контролируемое, но не управляющее воздействие, λ_t - входное неконтролируемое воздействие, x_t - выходная переменная процесса. Зададим шаг дискретизации:

$$h = \frac{T}{s} = 0.1,$$

где T – время функционирования системы, s – объем выборки.

Помехи в канале измерений выхода объекта имитировались следующим образом:

$$x_i = x(t_i) + c \cdot \xi_i$$

где $x(t_i)$ – реакция объекта на сигнал u_i (без учета влияния помехи), ξ_i – нормально распределенная аддитивная помеха: $M(\xi) = 0$, $D(\xi) < \infty$. Константа c определяет уровень (интенсивность) помехи.

Выборка «входных-выходных» переменных имеет вид: $\{x_i, u_{1i}, u_{2i}, u_{3i}, \mu_i, i = \overline{1, s}\}$, где s – объем выборки. Задача непараметрической идентификации состоит в оценивании класса операторов на основе выборки $\{x_i, u_{1i}, u_{2i}, u_{3i}, \mu_i, i = \overline{1, s}\}$. В данном случае в качестве непараметрической модели объекта, можно использовать следующие уравнение:

$$x_i^s = \frac{\sum_{i=1}^{s-1} x_i \cdot \prod_{j=1}^n \Phi\left(\frac{u_{js} - u_{ji}}{c_s^u}\right) \cdot \prod_{j=1}^m \Phi\left(\frac{\mu_{js} - \mu_{ji}}{c_s^\mu}\right) \cdot \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^x}\right)}{\sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^n \Phi\left(\frac{u_{js} - u_{ji}}{c_s^u}\right) \cdot \prod_{j=1}^m \Phi\left(\frac{\mu_{js} - \mu_{ji}}{c_s^\mu}\right) \cdot \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^x}\right)}. \quad (1.4.6)$$

В модели (1.4.6) c_s^u, c_s^μ, c_s^x – коэффициент размытости ядра соответствующих переменных. Параметры размытости c_s^u, c_s^μ, c_s^x при наличии обучающей выборки находится из задачи минимизации показателя соответствия выхода объекта и выхода модели, основанного на методе скользящего экзамена, когда в модели (1.4.6) по индексу i исключается k -е наблюдение переменной, предъявляемой для экзамена:

$$R(c_s^u, c_s^\mu, c_s^x) = \sum_{k=1}^s (x_s(u_k, \mu_k) - x_k)^2 = \min_{c_s^u, c_s^\mu, c_s^x}, k \neq i, \quad (1.4.7)$$

где индекс i фигурирует в формуле (1.4.6).

В качестве алгоритма оптимизации был выбран метод многомерной оптимизации - метод Нелдера — Мида, так как данный метод является эффективным при работе с негладкими и зашумлёнными функциями. Приняты следующие значения параметров метода: коэффициент отражения $\alpha = 1$; коэффициент сжатия $\beta = 0,5$; коэффициент

растяжения $\gamma = 2$; точность $\varepsilon = 0.001$. Начальные вершины деформируемого многогранника выбирались следующим образом. Задается область возможных значений коэффициентов размытости ядерной функции $c_s \in [0.01, 4]$, из которой произвольным образом выбирается $n+1$ точка, где n - количество входных переменных, образующие симплекс n -мерного пространства.

Также для каждой модели вычисляется относительная ошибка W , равная отношению квадратичной ошибки к дисперсии выходной переменной x_i [64].

Переходная характеристика процесса $k(t)$ (1.4.5) представлена на рисунке 1.6:

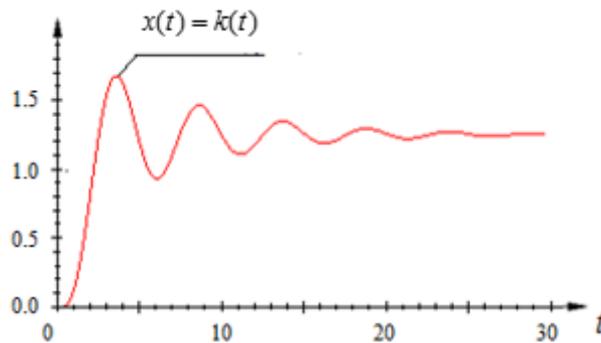


Рисунок 1.6 – Переходная характеристика процесса (1.4.5)

Пусть управляющие воздействия имеют вид: $u_1(t_i) = 0.4 \sin(0,2 \cdot t_i)$,
 $u_2(t_i) = 0.2 \cos(0,1 \cdot t_i)$, $u_3(t_i) = 0.1 \sin(0,08 \cdot t_i)$,
 где

$$t_i = t_0 + i \cdot h,$$

где $t_0 = 0$. Далее по тексту индекс i у переменной t из соображений простоты будет опущен.

Графики соответствующих входных воздействий представлены на рисунке 1.7:

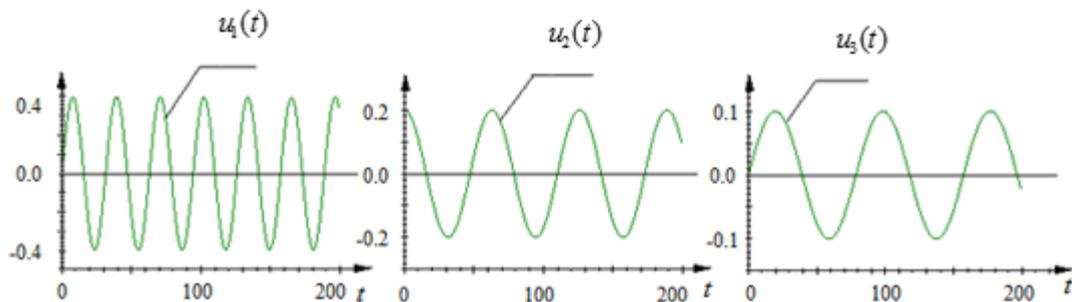


Рисунок 1.7 – Входные управляющие воздействия $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$

Пусть неуправляемая, но контролируемая переменная имеет вид: $\mu(t) = 0.1\sin(0,2 \cdot t)$, график представлен на рисунке 1.8 а), входная неконтролируемая переменная равна: $\lambda(t) = 1 + 0.01\sin(0,01 \cdot t)$, график переменной представлен на рисунке 1.8 б).

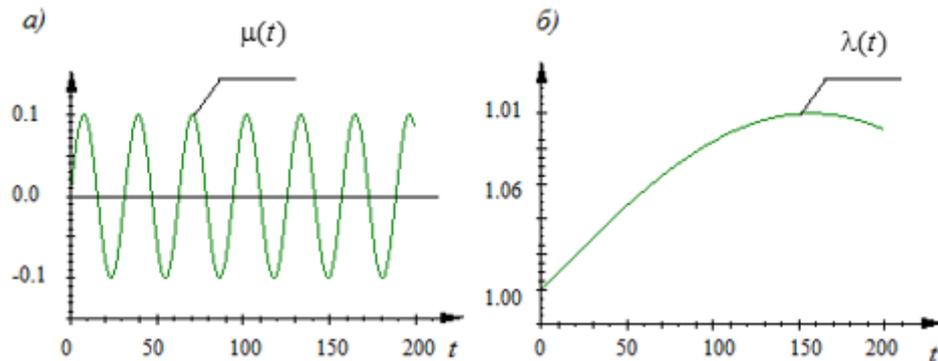


Рисунок 1.8 – а) Входное неуправляемое, но контролируемое воздействие $\mu(t)$ б) Входное неконтролируемое воздействие $\lambda(t)$

Модель объекта, полученная с использованием непараметрической оценки (1.4.6) представлена на рисунке 1.9:

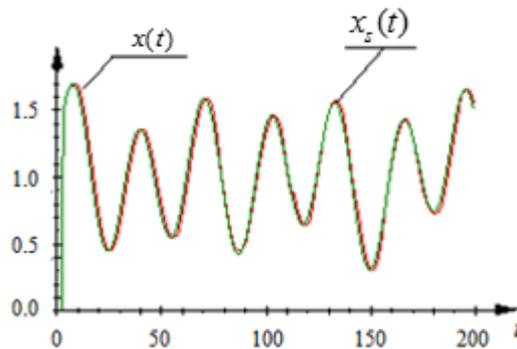


Рисунок 1.9 – Результаты моделирования динамического объекта (1.4.5) при частично известной параметрической структуре модели

В эксперименте, показанном на рисунке 1.9 относительная ошибка моделирования равна $W=0,015$. Как можно заметить из рисунка 1.9, использование непараметрической оценки (1.4.7) позволяет построить достаточно качественные модели динамических объектов, если глубина памяти k известна.

Пусть на объект действует внешнее возмущающее воздействие $\xi(t) = 7\%$. Результаты данного эксперимента представлены на рисунке 1.10.

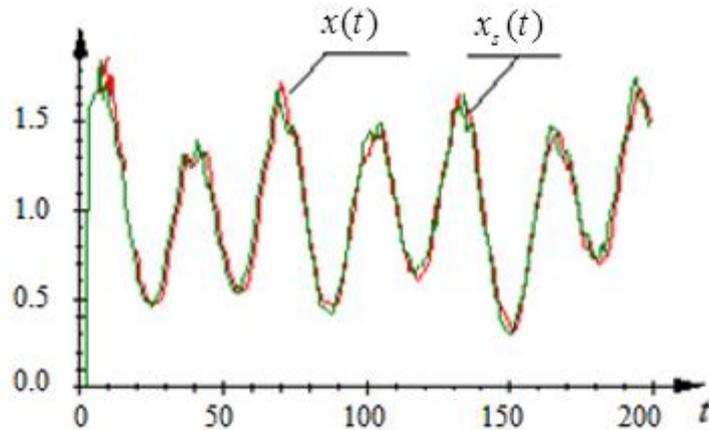


Рисунок 1.10 – Результаты моделирования динамического объекта (1.4.5) при частично известной параметрической структуре модели, при внешней помехе 7%

В эксперименте, представленном на рисунке 1.10 относительная ошибка моделирования равна $W=0,09$. Результаты моделирования показали, что непараметрическая модель (1.4.7) может быть применима в задачах идентификации в условиях внешних помех.

В следующих двух экспериментах неконтролируемая входная переменная равна соответственно: $\lambda_1(t) = 1 + 0.6\sin(0,1 \cdot t)$ и $\lambda_2(t) = 0.5\sin(0,5 \cdot t)$ (рисунок 1.11 а), результаты моделирования при указанных значениях представлены на рисунке 1.11 б).

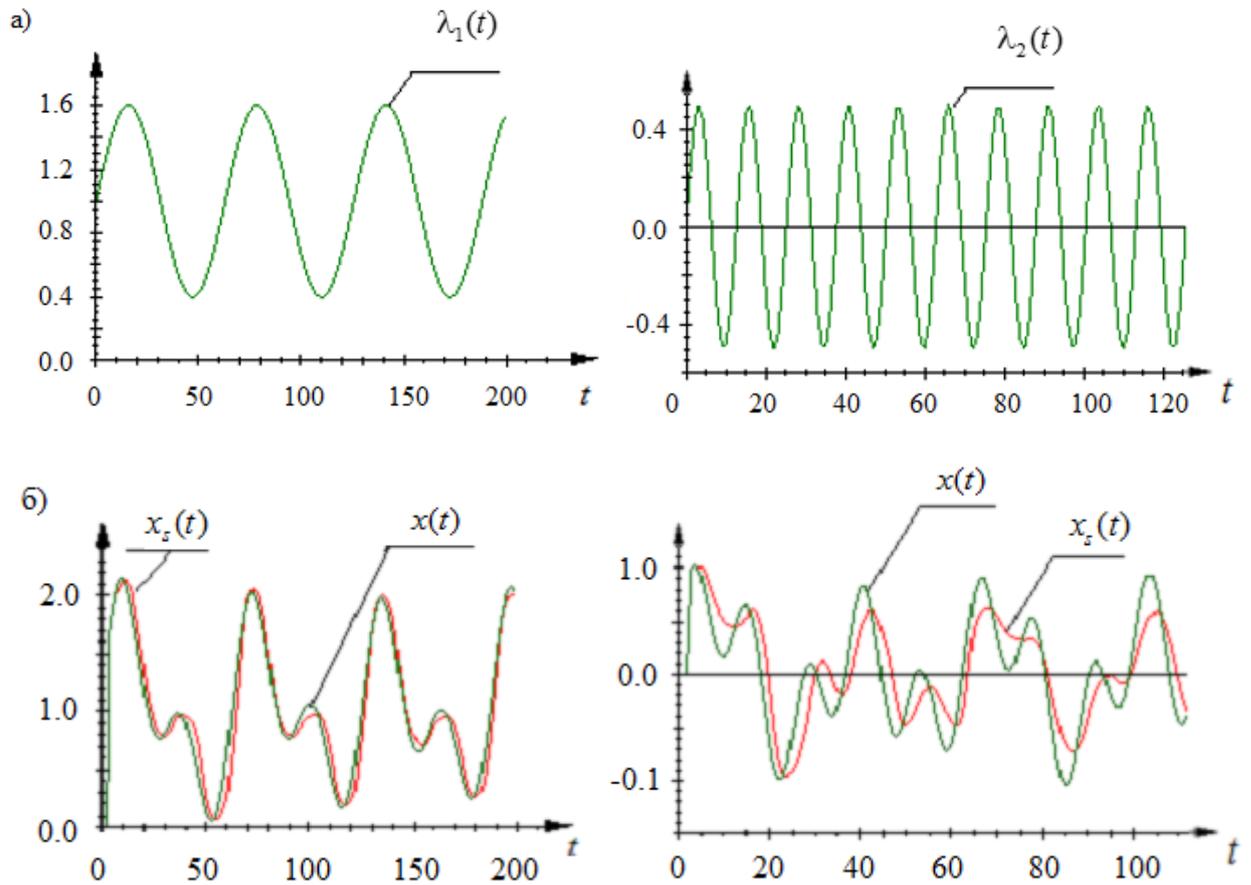


Рисунок 1.11 – а) – Входная неконтролируемая переменная $\lambda(t)$; б) Результаты моделирования при различных вариантах неконтролируемой переменной $\lambda(t)$

С дальнейшим увеличением неконтролируемой входной переменной $\lambda(t)$, точность модели будет значительно понижаться. Здесь необходимо введение дополнительных средств контроля переменной $\lambda(t)$ для повышения качества идентификации.

1.5 Определение параметрической структуры линейного динамического объекта

Одной из основных проблем современной теории идентификации является определение структуры модели исследуемого объекта. На сегодняшний день большинство работ по данной проблеме посвящены методам параметрической идентификации [85,86,89], где структура процесса постулируется с точность до вектора параметров исходя из имеющейся априорной информации. Причем, выбор структуры модели процесса основывается на накопленном опыте работы с подобными объектами, а также может зачастую осуществляется методом перебора различных моделей из заданного класса. В условиях недостатка априорной информации об объекте исследования такие подходы

малоэффективны из-за наличия существующего многообразия процессов, их сложности и мало изученности.

В научной литературе по данной проблематике можно выделить два основных подхода. Первый состоит в решении задачи выбора подпространства регрессоров линейной (по параметрам) модели, как например метод группового учета аргументов [34,75]. Сущность метода состоит в выборе регрессионных моделей оптимальной сложности, где под сложностью понимается число параметров модели. Таким образом, в рамках данного метода осуществляется перебор многих моделей-претендентов с различным числом параметров по ряду критериев. В результате находится модель оптимальной структуры в виде одного уравнения или системы уравнений [34]. В работе [13] предлагается метод восстановления модели, в котором сначала следует этап выбора предполагаемой структуры из априорной информации, настройка параметров модели с использованием рекуррентных методов, а далее на основе имеющейся выборки измерений выполняется проверка предложенной модели. В случае получения неудовлетворительных результатов моделирования структура модели подлежит доработке, а параметры модели настраиваются заново. Второй подход состоит в выборе порядка разностного линейного уравнения. В данной области можно выделить несколько алгоритмов, позволяющих определить истинный порядок линейной модели k или же хотя бы ограничить число возможных порядков модели k_{max} . К последним относится так называемый тест на нормальность распределения (Normality test), а также алгоритм, основанный на вычислении коэффициента детерминанта (Determinant ratio test). Среди алгоритмов, позволяющих определить точный порядок k можно выделить: статистический F-тест (Statistical F-test), тест на независимость (Independence test), и алгоритм, основанный на вычислении ошибки сигнала (Signal error test). Еще одним методом, позволяющим определить порядок, является метод структурной идентификации динамических систем на основе анализа информационных портретов изложенный в [37]. Здесь предложена процедура нахождения порядка модели, основанная на минимизации ширины интервала изменения коэффициента структурности. В настоящем разделе диссертационной работы предполагается новый метод определения структуры линейного динамического объекта, основанный на применении непараметрической теории идентификации [52, 53, 57]. В основу предлагаемого метода ложится правило выделения существенных переменных в зависимости от коэффициента размытости c_s ядерной функции $H(\cdot)$ в непараметрической модели, предложенное профессором А.В. Медведевым в [49].

Постановка задачи идентификации. Пусть объект представляет собой одномерную динамическую систему и описывается дискретным уравнением (1.4.1). При идентификации динамической системы (1.4.1) ее параметрическую модель естественно принять в форме

$$x_s = f_s(x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, u_t, \alpha), \quad (1.5.1)$$

где α – вектор параметров, подлежащий оцениванию на основании обучающей выборки. Таким образом в случае линейной динамической системы определение структуры динамического объекта (1.4.1) сводится к определению переменных, входящих в состав модели (1.5.1).

В рассматриваемой задаче контроль входных-выходных переменных осуществляется через одинаковые интервалы времени Δt . Производя соответствующие измерения получаем исходную выборку «входных-выходных» переменных $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$, где s – объем выборки. Задача состоит в определении запаздывающих на определенные такты выходных переменных x_{t-1}, x_{t-2}, \dots , которые необходимо учесть в модели (1.5.1), что позволит сделать предположение о параметрической структуре модели динамического объекта (1.4.1).

Выделение существенных переменных. В классическом случае, задача идентификации состоит в оценивании класса операторов на основе выборки $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$. Таким образом, в качестве оценки модели объекта может быть принято условное математическое ожидание вида:

$$x_s(t) = M\{x(t) / u(t)\} \quad (1.5.2)$$

В случае, когда динамический объект описывается дифференциальным уравнением, при дискретизации, итоговое разностное уравнение будет содержать последовательно все переменные: $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k}$. Этому соответствует блок-схема моделирования, изображенная на рисунке 1.5. Тогда, в качестве непараметрической модели объекта, можно использовать модель, в которой все коэффициенты разностного уравнения будут учтены:

$$x_s^t = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s x_i \cdot H\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \prod_{j=1}^k \frac{1}{c_s^{x^j}} H\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^{x^j}}\right), \quad (1.5.3)$$

Следует учитывать, что модель вида (1.5.3) можно использовать только при равных интервалах измерения Δt . Оптимальные параметры размытости $c_s^{*x^1}, c_s^{*x^2}, \dots, c_s^{*x^k}$ при наличии обучающей выборки находится из задачи минимизации показателя соответствия выхода объекта x_t и выхода модели x_s^t , основанного на методе скользящего экзамена, когда

в модели (1.5.3) по индексу i исключается q -е наблюдение переменной, предъявляемой для экзамена:

$$R(c_s^{*x^1}, c_s^{*x^2}, \dots, c_s^{*x^k}) = \sum_{q=1}^s (x_s^q - x_t^q)^2 = \min_{c_s^{x^1}, c_s^{x^2}, \dots, c_s^{x^k}}, q \neq i, \quad (1.5.4)$$

где индекс i фигурирует в формуле (1.5.3).

Существенным в оценке (1.5.3) является то, что в соответствие каждой выходной запаздывающей переменной x_{s-1}, \dots, x_{s-k} на некоторые величины ставится свой коэффициент размытости ядра $c_s^{x^1}, \dots, c_s^{x^k}$.

Из представленных выше моделей видно, что степень вклада той или иной выходной переменной из правой части уравнений в итоговое значение оценки зависит от

$$\frac{1}{c_s^{x^j}} H\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^{x^j}}\right). \quad (1.5.5)$$

Что касается первого множителя $\frac{1}{c_s^{x^j}}$ из (1.5.5), наблюдается следующая зависимость: чем меньше $c_s^{x^j}$, тем больший вклад значение $\frac{1}{c_s^{x^j}}$ вносит в итоговую оценку.

Таким образом можно построить следующую цепочку неравенств:

$$\text{если } c_s^{x^1} < c_s^{x^2} < \dots < c_s^{x^k}, \text{ то } \frac{1}{c_s^{x^1}} > \frac{1}{c_s^{x^2}} > \dots > \frac{1}{c_s^{x^k}}. \quad (1.5.6)$$

Рассмотрим вторую составляющую уравнения (1.5.5). Коэффициенты $c_s^{x^j}$ и ядерная функция $H(\cdot)$ должны удовлетворять следующему свойству:

$$\frac{1}{c_s^w} \int_{\Omega(u)} H\left(\frac{w - w_i}{c_s^w}\right) dw = 1, \quad (1.5.7)$$

где W - некоторая переменная. Исходя из данного условия, при учете, что $c_s^{x^1} = c_s^{*x^1}, c_s^{x^2} = c_s^{*x^2}, \dots, c_s^{x^k} = c_s^{*x^k}$, можно построить следующую последовательность неравенств:

$$\text{если } c_s^{*x^1} < c_s^{*x^2} < \dots < c_s^{*x^k} \text{ то } H\left(\frac{x_{s-1} - x_{t-1}}{c_s^{*x^1}}\right) < H\left(\frac{x_{s-2} - x_{t-2}}{c_s^{*x^2}}\right) \dots < H\left(\frac{x_{s-k} - x_{t-k}}{c_s^{*x^k}}\right).$$

Приведем пример, пусть $c_s^{*x^1}$ коэффициент размытости ядра при x_{s-1} , а $c_s^{*x^2}$ - при x_{s-2} . Если $c_s^{*x^1} < c_s^{*x^2}$ то $H\left(\frac{x_{s-1} - x_{t-1}}{c_s^{*x^1}}\right) < H\left(\frac{x_{s-2} - x_{t-k}}{c_s^{*x^2}}\right)$, и тогда выходная переменная x_{s-1} имеет большее влияние на выходную величину, чем x_{s-2} . Графически это выражается следующим образом (рис. 1.12).

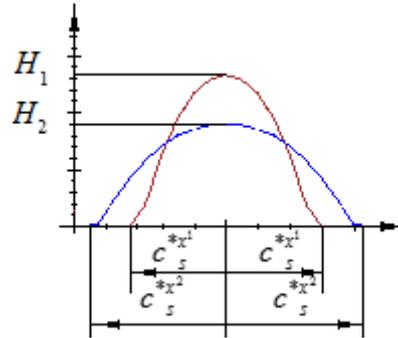


Рисунок 1.12 - Зависимость величины значения ядерной колоколообразной функции $H(\cdot)$ от величины коэффициента размытости ядра c_s

$$\text{На рисунке 1.12: } H_1 = H\left(\frac{x_{s-1} - x_{t-1}}{c_s^{*x^1}}\right), H_2 = H\left(\frac{x_{s-2} - x_{t-k}}{c_s^{*x^2}}\right).$$

Алгоритм вычисления значимых переменных x_{s-j} строится по следующей схеме. Сначала задаем начальное значение k . Строим модель по формуле (1.5.3) и считаем относительную ошибку моделирования W_0 :

$$W = \sqrt{\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (x_i - x_i^s)^2 / \sum_{i=1}^s \frac{1}{s-1} (m_x - x_i)^2}$$

где m_x - математическое ожидание.

Далее на каждой i -ой итерации выполняем следующий набор действий:

1. Для каждого коэффициента $c_s^{x^1}, \dots, c_s^{x^k}$ находится оптимальное значение:

$$c_s^{x^1} = c_s^{*x^1}, c_s^{x^2} = c_s^{*x^2}, \dots, c_s^{x^k} = c_s^{*x^k}$$

2. Находим из всех полученных значений максимальное - $c_{max_s}^{x^j}$

3. Строим модель по формуле (1.5.3) исключая множитель $H\left(\frac{x_{s-j} - x_{t-j}}{c_s^{*x^j}}\right)$, при учете, что j - номер при $c_{max_s}^{x^j}$.

4. Считаем относительную ошибку W_i .

Данные действия будут повторяться, пока $W_i \geq W_{i-1}$.

Предложенный алгоритм верен так же для случая непараметрической оценки, принятой в виде

$$x_s^t = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \cdot \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^{x[j]}}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^{x[j]}}\right)}, \quad (1.5.8)$$

Точность предложенного алгоритма была проверена в ходе проведения многочисленных вычислительных экспериментов, в которых исследуемые динамические объекты описывались различными разностными уравнениями. Для иллюстрации работоспособности предложенного алгоритма ниже будет рассмотрен пример восстановления структуры линейного динамического объекта.

Вычислительный эксперимент. Для вычислительного эксперимента был выбран объект, описывающийся уравнением вида:

$$x_t = 2.69 \cdot x_{t-1} - 2.46x_{t-2} + 0.73x_{t-3} + 0.015u_t, \quad (1.5.9)$$

Зададим начальное значение $k = 6$. Результаты моделирования с использованием формулы (1.5.8) представлены на рисунке 1.13.

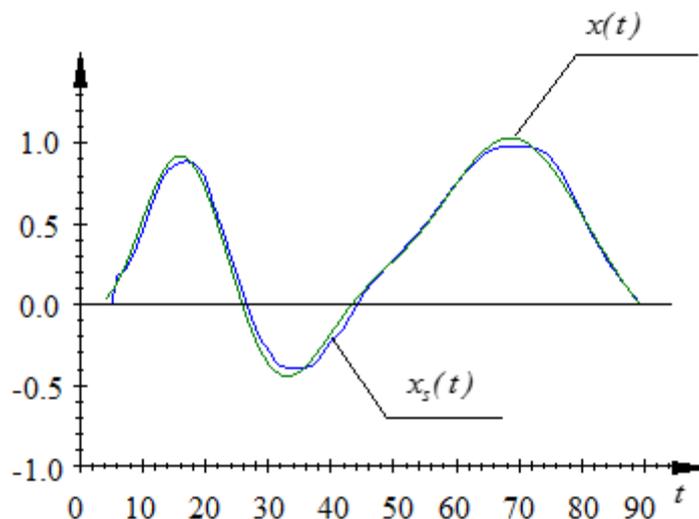


Рисунок 1.13 - Результаты моделирования процесса (1.5.9) при значении $k=6$

Относительная ошибка моделирования: $W_0 = 0,017$. Далее находим оптимальные коэффициенты с использованием метод деформированного многогранника. Найденные коэффициенты равны: $c_4^* = 0.675$ - при u_t , $c_1^* = 0.131$ - при x_{t-1} , $c_2^* = 0.186$ - при x_{t-2} , $c_3^* = 0.412$ - при x_{t-3} , $c_5^* = 1.023$ - при x_{t-4} , $c_6^* = 1.988$ - при x_{t-5} , $c_7^* = 1.876$ - при x_{t-6} . Зависимость между полученными коэффициентами и значениями колоколообразной функции представлены на рисунке 1.14.

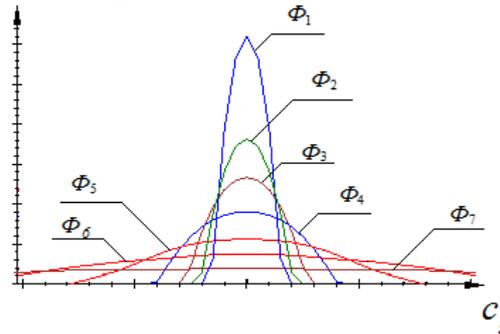


Рисунок 1.14 - Зависимость величины значений ядерной колоколообразной функции $\Phi(\cdot)$ от величин полученных оптимальных коэффициентов размытости ядра

$$c_s^{*u}, c_s^{*x^1}, \dots, c_s^{*x^6}$$

$$\text{На рисунке 1.14: } \Phi_1 = \Phi\left(\frac{u_s - u_t}{c_s^{*u}}\right), \Phi_2 = \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{t-1}}{c_s^{*x^1}}\right), \dots, \Phi_7 = \Phi\left(\frac{x_{s-6} - x_{t-6}}{c_s^{*x^6}}\right).$$

После выполнения всех этапов алгоритма были исключены переменные: x_{t-4} , x_{t-5} , x_{t-6} . Таким образом полученная итоговая структура динамического объекта равна:

$$x_s = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \alpha_3 x_{t-3} + \beta u_t,$$

что соответствует структуре разностного уравнения объекта (1.5.9), а непараметрическая модель имеет вид:

$$x_t^s = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \cdot \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^{x[1]}}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-2} - x_{i-2}}{c_s^{x[2]}}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^{x[3]}}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^{x[1]}}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-2} - x_{i-2}}{c_s^{x[2]}}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^{x[3]}}\right)}. \quad (1.5.10)$$

Результаты моделирования с использованием формулы (1.5.10) представлены на рисунке ниже:

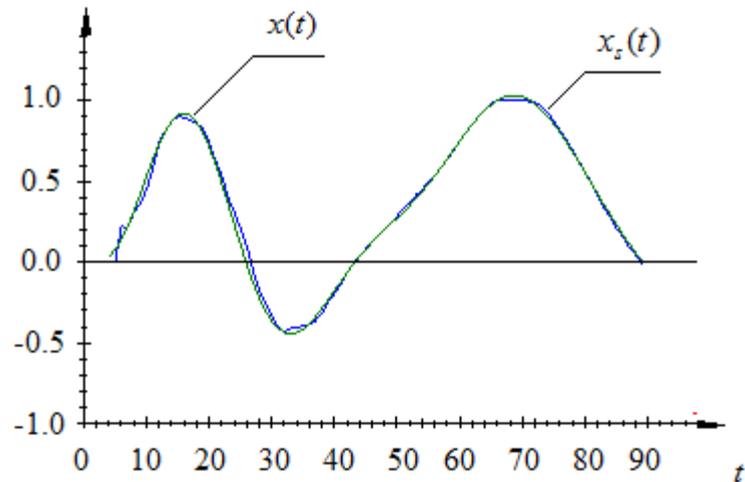


Рисунок 1.15 - Результаты моделирования процесса (1.5.9) при использовании модели (1.5.10)

Относительная ошибка моделирования равна $W_3 = 0,005$. Таким образом можно сделать вывод, что использование данного алгоритма позволяет значительно улучшить качество непараметрической модели путем определения глубины памяти динамического процесса, если последняя из априорной информации неизвестна.

Для оценки эффективности разработанного непараметрического алгоритма было произведено сравнение с известными методами, позволяющими определить порядок разностного уравнения линейного динамического объекта, а также с алгоритмом, осуществляющим перебор всех возможных порядков модели, в котором лучшим порядком является тот порядок модели, при котором относительная ошибка моделирования будет минимальной. В качестве исследуемого объекта был взят объект, описываемый разностным уравнением (1.5.9). Исследования проводились в условиях действия внешних помех ξ . Порядок k определялся из диапазона 1-10. Результаты сравнения представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Сравнение эффективности работы алгоритмов определения k

	Допустимый уровень помех, %	Время вычисления точного порядка k , мсек	Возможность определения k в условиях нормального функционирования
Statistical F-test	14	5923	Да
Independence test	8	4997	Да
Signal error test	9	5320	Нет
Перебор	14	4377	Да
Непараметрический алгоритм	16	3209	Да

Таким образом, предлагаемый непараметрический алгоритм более устойчив к внешним помехам, а также позволяет определить точный порядок модели динамического объекта за меньшее количество времени, в условиях нормального функционирования объекта.

Непараметрический алгоритм может быть применим также и к нелинейным динамическим системам. В этом случае алгоритм определяет только глубину памяти объекта, что позволяет частично параметризовать непараметрическую модель и как следствие повысить качество моделирования. Ниже будет подробно рассмотрен данный случай.

1.6 Идентификация нелинейных динамических объектов

Традиционно теория идентификации нелинейных динамических процессов развивалась для определенных классов систем и моделей [5, 22]. В первых работах по данной проблеме, в основном, преобладали методы, основанные на ряде Вольтерра [6, 7, 35, 62] - линейного интеграла свертки, с использованием которого можно было описать нелинейные системы. Следует учесть, что для ранних этапов развития методов идентификации для нелинейных систем помеха чаще всего предполагалась аддитивным белым гауссовским шумом [4], что являлось серьезным ограничением для многих реальных процессов. В дальнейшем активно разрабатывались другие типы моделей, среди которых особенно важными являются модели с блочной структурой, например, модель Винера и модель Гаммерштейна [11, 25, 26, 33, 43, 44]. Данный тип моделей состоит из статического нелинейного и динамического линейного элементов. Также, были разработаны методы,

основанные на корреляции и сепарабельных функциях, которые могли определить, какая из блочно-структурных моделей была бы подходящей для описания системы. Принципиальной чертой выше перечисленных направлений исследований является то, что они включают этап выбора параметрической структуры модели, поэтому данные методы применимы только для идентификации достаточно хорошо изученных процессов, для которых вид уравнения исследуемого процесса так или иначе определен. В данном случае, целесообразным является использование непараметрической теории идентификации.

В рамках непараметрической теории были разработаны алгоритмы идентификации и управления объектами, относящимися к категории нелинейных. Для управления и идентификации нелинейных систем были предложены блочно-структурные модели. В этом случае задача решалась в условиях как параметрической, так и непараметрической неопределенности, так как параметрическая структура нелинейного блока предполагалась известной из априорной информации. В случае неизвестной параметрической структуры нелинейного блока предлагается использовать следующий подход, основанный на применении непараметрической оценки регрессии, в которой учитывается информация о глубине памяти нелинейного динамического процесса.

Описание нелинейного процесса принято в виде (1.4.1) где f – неизвестный нелинейный функционал, что вид которого не определен с точностью до параметров. Рассмотрим следующий пример одномерного динамического объекта. Пусть на вход объекта поступают сначала входное воздействие u_t^1 , потом u_t^2 и далее их сумма $u_t^1 + u_t^2$. Графики воздействий представлены на рисунках 1.16 а) б) в)

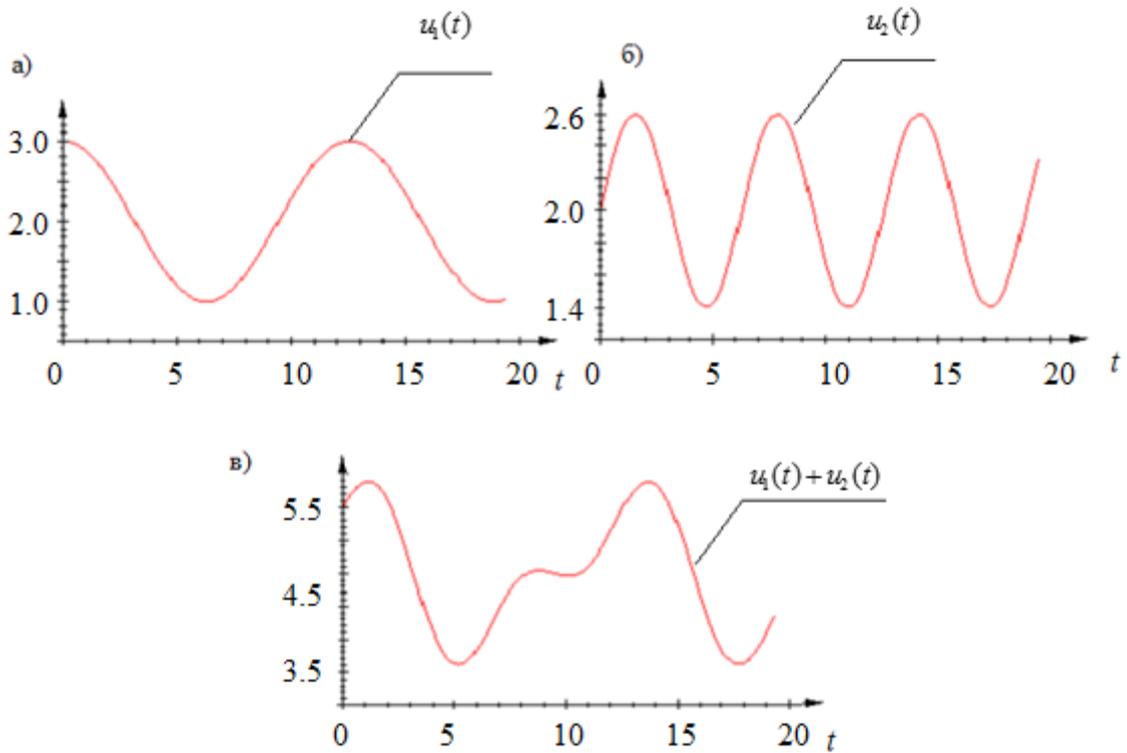


Рисунок 1.16 - Графики входных воздействий, поступающих на вход квазилинейного динамического объекта

Для нелинейных систем характерно не выполнение принципа суперпозиции

$$x(t) = f(u_1(t), u_2(t)) \neq f(u_1(t)) + f(u_2(t)) \quad (1.6.1)$$

Например, для объекта (1.6.2) реализация принципа суперпозиции показана на рис. 1.17

$$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3}^{1,2} + 1,5u_t \quad (1.6.2)$$

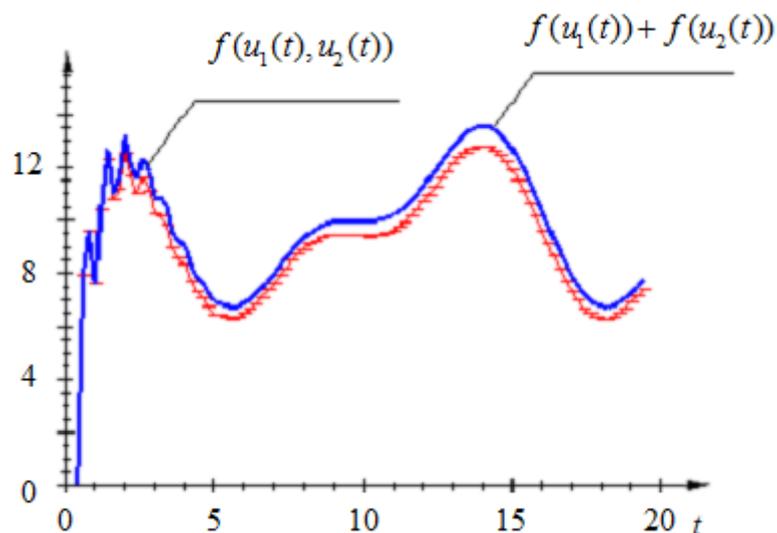


Рисунок 1.17 - Иллюстрация принципа суперпозиции для системы (1.6.2)

Алгоритм идентификации нелинейных динамических систем строится следующим образом. На основании правила выделения существенных переменных определяется глубина памяти динамического процесса k , которая в дальнейшем используется в непараметрической модели (1.4.4) или в модели (1.5.3). Схема определения глубины памяти динамического процесса подробно была описана в 1.5. Таким образом, в непараметрических моделях модели (1.4.4), (1.5.3) присутствуют только те переменные, которые были отобраны алгоритмом.

Вычислительный эксперимент. Пусть объект описывается следующим нелинейным уравнением (1.6.2). В описываемом эксперименте обучающая выборка формируется следующим образом. Пусть серия различных входных воздействий $u_1(t) - u_4(t)$ описывается уравнениями (1.6.3), графики которых представлены на рисунке 1.18.

$$\begin{aligned} u_1(t) &= 0.6 + 0.3 \cdot \sin(0.15 \cdot t); u_2(t) = 0.5 + 0.2 \cdot \cos(0.05 \cdot t); \\ u_3(t) &= 0.23 + 0.1 \cdot \sin(0.2 \cdot t); u_4(t) = 0.1 + 0.4 \cdot \sin(0.2 \cdot t); \quad (1.6.3) \\ u_5(t) &= 0.3 + 0.8 \cdot \sin(0.05 \cdot t); \end{aligned}$$

Полученные значения формируют общую выборку входных переменных $u(t)$, определенную в интервале $u(t) \in [-0.5, 1.1]$. Значения входной переменной $u(t)$ подставляются в уравнение (1.6.2), таким образом мы получаем выборку входных-выходных переменных $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$, где s – объем обучающей выборки. В данном случае $s = 500$.

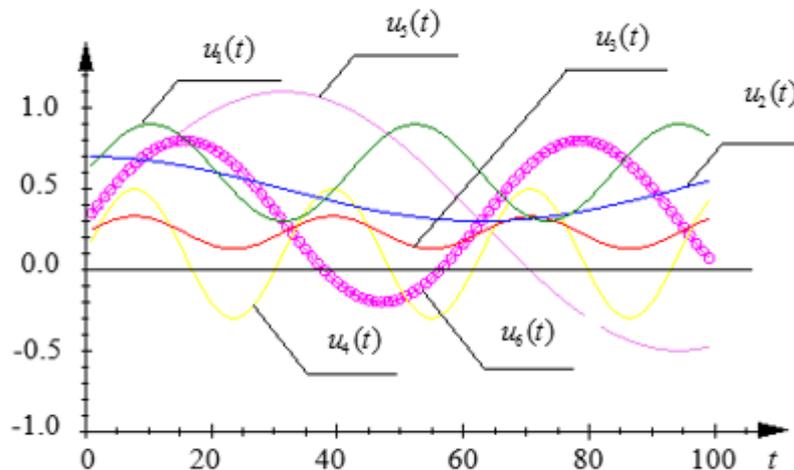


Рисунок 1.18 - Серия входных воздействий $u_1(t) - u_6(t)$

Для проверки работоспособности предложенного алгоритма идентификации сформируем новую выборку входных воздействий $u_6(t) = 1 + 0.5 \cdot \sin(0.1 \cdot t)$. Алгоритм идентификации проводится по следующей схеме. Зададим начальное значение $k = 6$. Далее построим модель по формуле (1.4.4). Относительная ошибка моделирования равна $W = 0,017$. Далее находим оптимальные коэффициенты: $c_4^* = 0.38$ - при u_t , $c_1^* = 0.231$ - при x_{t-1} , $c_2^* = 0.378$ - при x_{t-2} , $c_3^* = 0.456$ - при x_{t-3} , $c_5^* = 1.876$ - при x_{t-4} , $c_6^* = 1.999$ - при x_{t-5} , $c_7^* = 1.983$ - при x_{t-6} . После выполнения всех этапов алгоритма были исключены переменные: x_{t-4} , x_{t-5} , x_{t-6} . Таким образом полученная итоговая структура динамического объекта равна:

$$x_s = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \alpha_3 x_{t-3} + \beta u_t,$$

что соответствует структуре разностного уравнения объекта (1.6.2), а непараметрическая модель имеет вид:

$$x_s = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s x_i \cdot H\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \cdot \frac{1}{c_s^{x^1}} \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^{x^1}}\right) \cdot \frac{1}{c_s^{x^2}} H\left(\frac{x_{s-2} - x_{i-2}}{c_s^{x^2}}\right) \cdot \frac{1}{c_s^{x^3}} H\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^{x^3}}\right) \quad (1.6.4)$$

Прогноз выходной переменной $x_6(t)$ с использованием непараметрической модели (1.6.4) представлен на рисунке 1.19:

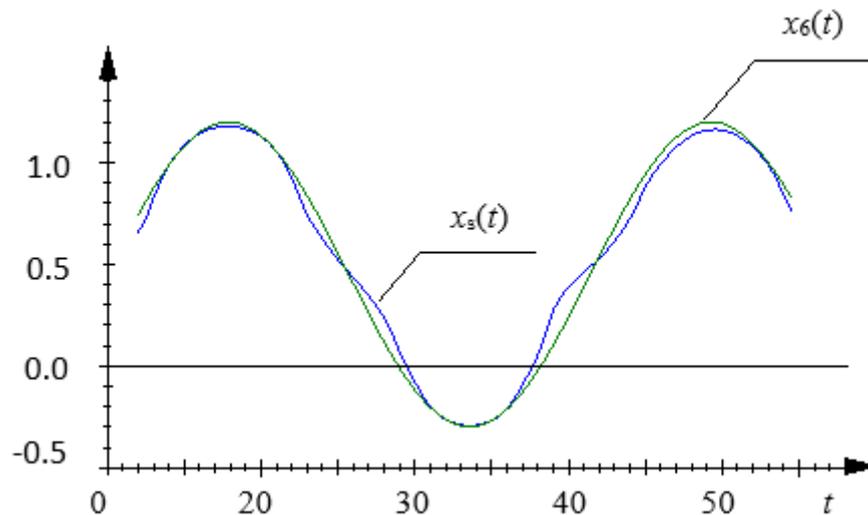


Рисунок 1.19 –Выход объекта (1.6.2) $x_6(t)$ и выход непараметрической модели (1.6.4) $x_s(t)$, при подаче на вход входной переменной $u_6(t)$

Относительная ошибка идентификации для первого эксперимента равна $W = 0,12$, что говорит о удовлетворительном качестве аппроксимации. Увеличим степень нелинейности. Пусть уравнение объекта описывается в виде:

$$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1}^{1,1} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3}^{1,2} + 1,5u_t \quad (1.6.5)$$

Пусть на процесс (1.6.5) действует аддитивная помеха $\xi(t) = 5\%$, распределенная по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 1. Для моделирования случайной величины, распределенной по нормальному закону, использовался метод полярных координат. Коэффициент k был найден таким же образом, что и ранее. Результаты идентификации объекта (1.6.5) при подаче на вход входного воздействия $u_6(t)$ показаны на рисунке 1.20:

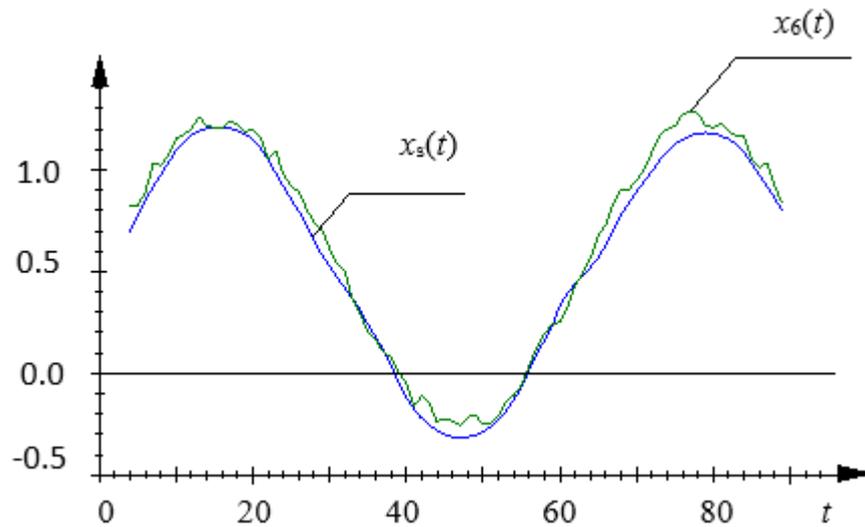


Рисунок 1.20 –Выход объекта (1.6.5) $x_6(t)$ и выход непараметрической модели (1.6.4) $x_s(t)$, при подаче на вход входной переменной $u_6(t)$, при помехе $\xi(t) = 5\%$

Относительная ошибка идентификации для второго эксперимента равна $W = 0,19$, что также говорит о удовлетворительном качестве модели, даже при достаточно высоком уровне внешней помехи, действующей на процесс. Из анализа рисунка 1.20 и значений относительной ошибки W , можно сделать вывод, что несмотря на то, что процесс (1.6.5) не относится к классу линейных процессов, непараметрический алгоритм (1.6.4) справляется с задачей идентификации, и, таким образом, также может быть применим и для идентификации нелинейных динамических процессов.

Рассмотрим зависимость относительной ошибки моделирования W от показателя степенной функции p (рис. 1.21). Показатель степени будет изменяться у переменной x_{t-3} :

$$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3}^p + 1,5u_t :$$

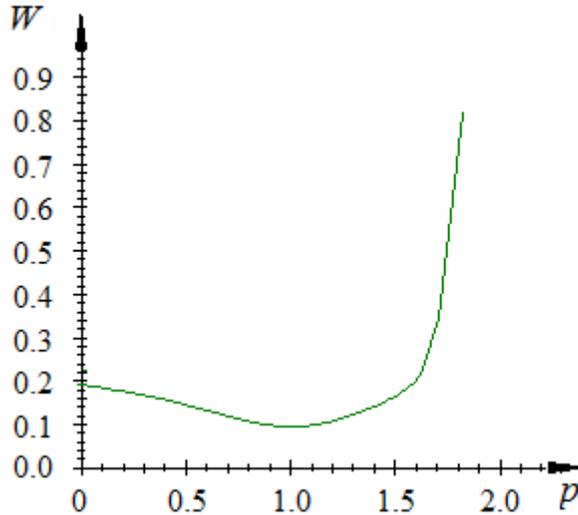


Рисунок 1.21 – Зависимость между относительной ошибкой моделирования W от показателя степенной функции p

Из рисунка 1.21 видно, что, если показатель степенной функции менее 1,5, относительная ошибка моделирования достаточно низкая. Напротив, при повышении показателя степени более 1,6 наблюдается резкое повышение относительной ошибки. Применение подобных моделей при управлении различными нелинейными динамическими объектами будет подробно рассмотрено в главе 2.

1.7 Непараметрические алгоритмы идентификации объектов с памятью

Как уже отмечалось ранее, линейные динамические объекты могут описываться либо линейными дифференциальными уравнениями, вида:

$$\alpha_k \frac{d^k x}{dt^k} + \alpha_{k-1} \frac{d^{k-1} x}{dt^{k-1}} + \dots + \alpha_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + \alpha_1 \frac{dx}{dt} + x(t) = u(t) \quad (1.7.1)$$

или их разностными аналогами:

$$x_t = \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \dots + \beta_{t-k} + u_t \quad (1.7.2)$$

где $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ и β_1, \dots, β_k - неизвестные параметры в соответствующих уравнениях. Блок-схема идентификации подобного рода процессов была представлена на рисунке 1.5. Схема, изображенная на рисунке 1.5 является классической схемой, рассматриваемой в теории

управления [87]. Но следует отметить, что рассмотрение динамического процесса с помощью данной схемы не является единственным и не охватывает всех особенностей реально протекающих процессов, зависящих от их характера, свойств, средств контроля и т. п. Ниже будет рассмотрена схема более адекватная многим к существующим реальным задачам практики. Так, например, одна из переменных процесса, например, x_{t-2} может отсутствовать, а конечное выходное воздействие может зависеть только от переменных x_{t-1}, x_{t-3} и входного воздействия u_t :

$$x_t = \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-3} + \beta_3 + u_t \quad (1.7.3)$$

Таким образом, блок-схема идентификации процесса (1.7.3) примет вид, изображенный на рисунке 1.22.

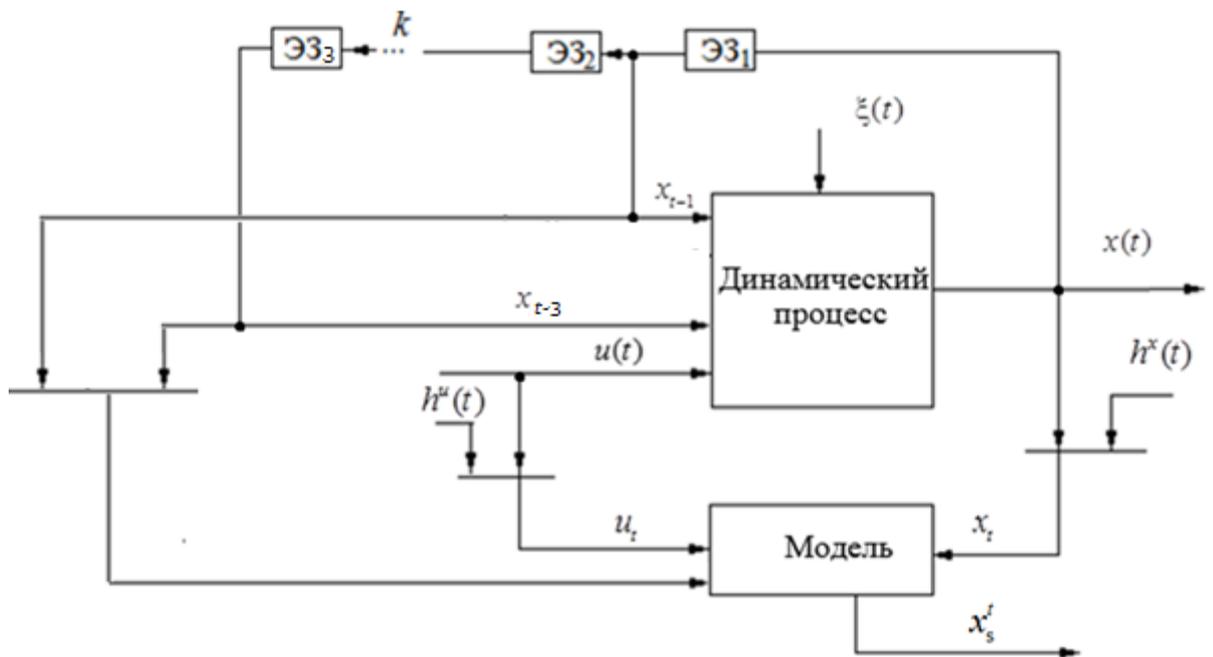


Рисунок 1.22 – Блок – схема моделирования объекта с памятью при фиксированных запаздывающих на соответствующие число тактов выходных переменных

Подобного рода объекты ранее описывались рядом авторов, как:

- сезонные процессы (Бокс, Дженкинс) [13];
- циклические временные ряды (Рао, Кашьяп) [39].
- объекты с памятью (Фельдбаум) [81].

Все описанные выше процессы характеризуются выраженным циклическим поведением с некоторым периодом T . Одним из важных вопросов, при работе с данным классом объектов является вопрос имеет ли разностное уравнение объекта с памятью соответствующий аналог в виде дифференциального уравнения. Рассмотрим следующую

ситуацию. В случае, когда динамический объект описывается дифференциальным уравнением, при дискретизации, итоговое разностное уравнение будет содержать все переменные: $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k}$. Дискретизацию дифференциального уравнения можно осуществить множеством способов. Одним из методов получения дискретных аналогов дифференциального уравнения является метод конечных разностей – численный метод решения дифференциальных уравнений, основанный на замене производных разностными схемами.

Рассмотрим следующие дифференциальное уравнение третьего порядка:

$$a \frac{d^3 x}{dt^3} + b \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + dx(t) = u(t) \quad (1.7.4)$$

Используя метод конечных разностей дискретными аналогами первой, второй и третьей производной будут является следующие выражения:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 x}{dt^3} &= \frac{x_t - 3x_{t-1} + 3x_{t-2} - x_{t-3}}{h^3} \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= \frac{x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2}}{h^2} \\ \frac{dx}{dt} &= \frac{x_t - x_{t-1}}{h} \end{aligned} \quad (1.7.5)$$

Подставляя аналоги производных в дискретном виде (1.7.5) в формулу (1.7.4) получаем следующие уравнение:

$$a \frac{x_t - 3x_{t-1} + 3x_{t-2} - x_{t-3}}{h^3} + b \frac{x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2}}{h^2} + c \frac{x_t - x_{t-1}}{h} + dx_t = u_t \quad (1.7.6)$$

Выражая из (1.7.6) выходную переменную процесса x_t получаем:

$$x_t = \frac{\left(\frac{3a}{h^3} + \frac{b}{h^2} + \frac{c}{h}\right)x_{t-1} - \left(\frac{3a}{h^3} + \frac{b}{h^2}\right)x_{t-2} + \frac{3a}{h^3}x_{t-3} + u_t}{\frac{a}{h^3} + \frac{b}{h^2} + \frac{c}{h} + d} \quad (1.7.7)$$

Предположим, что коэффициент при x_{t-2} равен 0, это возможно при:

$$\frac{\frac{3a}{h^3} + \frac{b}{h^2}}{\frac{a}{h^3} + \frac{b}{h^2} + \frac{c}{h} + d} = 0 \quad (1.7.8)$$

Выражение (1.7.8) равняется нулю, при равенстве нулю числителя:

$$\frac{3a}{h^3} + \frac{b}{h^2} = 0 \quad (1.7.9)$$

Так как, коэффициенты a и b – постоянны и не равны нулю, шаг дискретизации h – также является положительным числом, не равным нулю, выражение (1.7.9) выполняется только при одном определенном значении шага дискретизации h , равным:

$$\begin{aligned} 3a + bh &= 0 \\ h &= \frac{-3a}{b} \end{aligned} \quad (1.7.10)$$

Таким образом, предположение, о том, что коэффициент при x_{t-2} может быть равен нулю при любом h неверно. То есть коэффициент при x_{t-2} дифференциального уравнения третьего порядка может обратиться в ноль, только при единственном h . Соответственно, при отличных от (1.7.10) значениях шага дискретизации, при отсутствии переменной x_{t-2} в уравнении процесса, разностное уравнение не будет иметь аналогов среди дифференциальных уравнений в непрерывном времени.

Следующим вопросом, касающимся объектов с памятью, является отношение данного типа процессов к линейным. Для ответа на этот вопрос воспользуемся принципом суперпозиции. Рассмотрим следующий объект с памятью:

$$x_t = 0.6x_{t-1} - 0.3x_{t-5} + u_t \quad (1.7.11)$$

Переходная характеристика данного процесса имеет вид, представленный на рисунке 1.23:

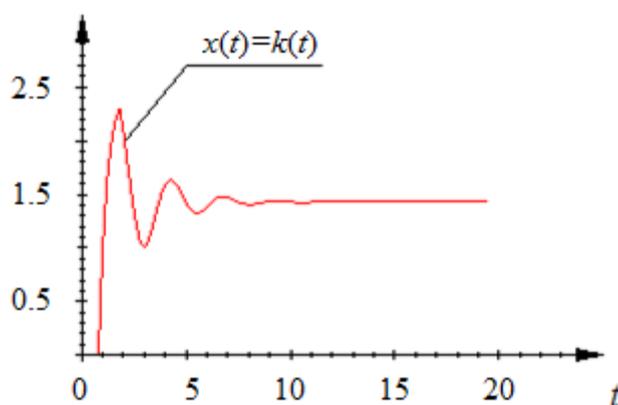


Рисунок 1.23 – Переходная характеристика процесса (1.7.11)

Принцип суперпозиции выполняется, если выполняется следующие условие: при суммировании любых двух входных сигналов соответствующие выходные сигналы суммируются. Пусть на объект поступают два входных воздействия: $u_1(t) = \cos(0.5t)$ и $u_2(t) = 0.6\sin(t)$. Графики входных воздействий $u_1(t)$, $u_2(t)$ и их суммы $u_1(t) + u_2(t)$ представлены на рисунке 1.24:

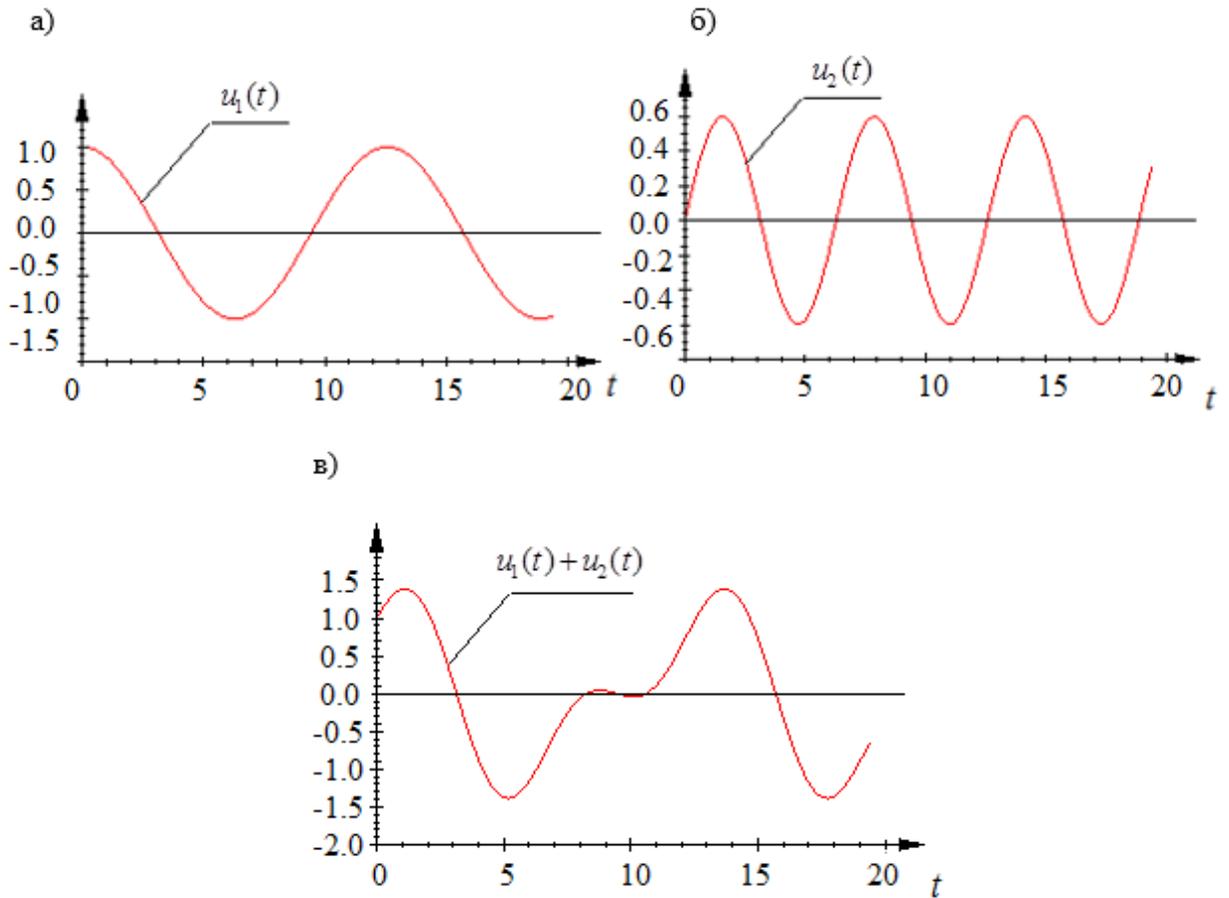


Рисунок 1.24 – Графики входных воздействий: а) $u_1(t) = \cos(0.5t)$ б) $u_2(t) = 0.6 \sin(t)$ в)

$$u_1(t) + u_2(t) = \cos(0.5t) + 0.6 \sin(t)$$

Если система является линейной, то исходя из принципа суперпозиции, должно выполняться равенство (1.6.1). Из аналитических расчетов следует, что равенство (1.6.1) для процесса (1.7.11) выполняется. Графическое подтверждение данного факта представлено на рисунке 1.25:

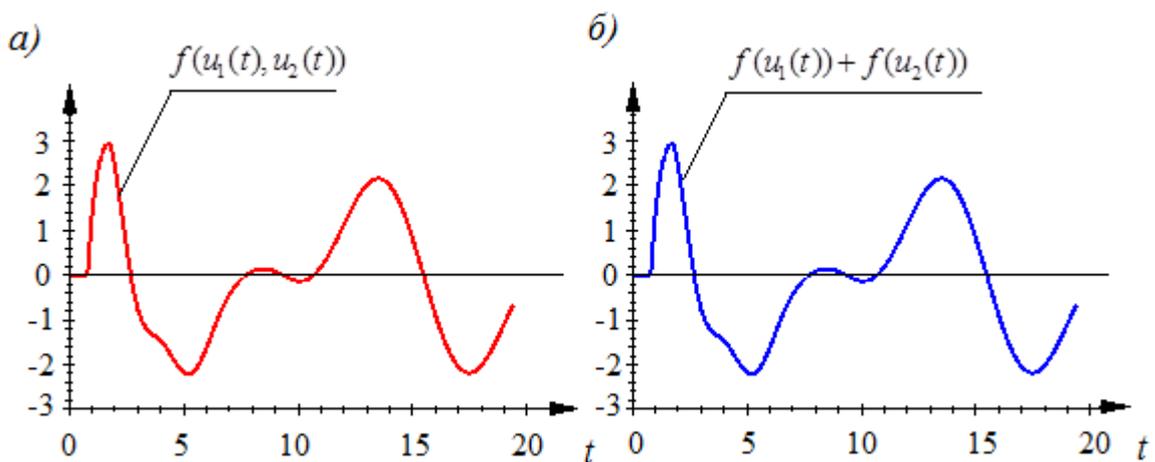


Рисунок 1.25 – Графики функций: $f(u_1(t), u_2(t))$ и $f(u_1(t)) + f(u_2(t))$

Таким образом можно сделать вывод, что объекты с памятью типа (1.7.11) являются линейными динамическими объектами.

Методы идентификации объектов с памятью. В книге [39] авторы приводят следующую классификацию моделей, описывающие динамические объекты с памятью:

- Класс 1. Подкласс моделей авторегрессии, используемых в моделировании «циклических» временных рядов, содержащий члены вида x_{t-T} , где T приблизительно равно периоду

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + \dots + a_m x_{t-m} + a_T x_{t-T} + \omega_t, \quad (1.7.12)$$

Если $T=10$, значит в модели (1.7.12) отсутствуют члены $x(t-3), \dots, x(t-9)$. В данном случае говорят, что модель (1.7.12) имеет не сплошные авторегрессионные члены.

- Класс 2. Ковариационно-стационарные ряды. Это модели авторегрессии с добавлением детерминированного тренда

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + \dots + a_m x_{t-m} + \omega_t + F \quad (1.7.13)$$

где F – функция тренда.

- Класс 3. Интегрированная модель авторегрессии, с периодом T

Отмечается, что ни один из вышеописанных классов моделей не является универсальным. Так, авторами [39] были исследованы несколько процессов и был сделан следующий важный вывод, что для каждого объекта с памятью необходимо подбирать свой класс моделей. Подробно авторами был исследован процесс солнечной активности. Выборка данных содержала 222 ежегодных наблюдения за период 1747 по 1989 гг. Было замечено, что в выборке имеются систематические колебания с периодом примерно равным 11 лет. Данный процесс неоднократно изучался, начиная с работ Юла (1927), и чаще всего описывался моделями авторегрессионного типа, при этом наиболее согласованной с данными, была модель второго порядка вида:

$$x_t = \theta_1 x_{t-1} + \theta_2 x_{t-2} + \varepsilon_t, \quad (1.7.14)$$

Р.Л. Рао и А.Р. Кашьяп рассмотрели пять различных моделей:

$$\begin{aligned} x_t &= \theta_1 x_{t-1} + \theta_2 x_{t-2} + \varepsilon_t \\ x_t &= \theta_1 x_{t-1} + \theta_2 x_{t-2} + \theta_3 x_{t-3} + \varepsilon_t \\ x_t &= \theta_1 x_{t-1} + \theta_2 x_{t-2} + \theta_{10} x_{t-10} + \varepsilon_t \\ x_t &= \theta_1 x_{t-1} + \theta_2 x_{t-2} + \theta_{11} x_{t-11} + \varepsilon_t \\ x_t &= \theta_1 x_{t-1} + \theta_2 x_{t-2} + \theta_3 \cos \omega_1 t + \theta_4 \sin \omega_1 t + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (1.7.15)$$

и установили опытным путем, что наиболее подходящей моделью является авторегрессионная модель вида $x_t = \theta_1 x_{t-1} + \theta_2 x_{t-2} + \theta_{10} x_{t-10} + \varepsilon_t$, имеющая не сплошные

авторегрессионные члены. Следует заметить, что не смотря на то, что период $T = 11$ лет является известной величиной, модель $x_t = \theta_1 x_{t-1} + \theta_2 x_{t-2} + \theta_{11} x_{t-11} + u_t$ менее согласованна с исходными данными. Таким образом, можно сделать вывод, что разработка алгоритмов, позволяющих восстановить структуры модели для объектов с памятью является актуальной задачей на сегодняшний день.

Также следует выделить класс методов, имеющих в основе переборные алгоритмы поиска оптимальной модели. Рассмотрим следующий случай. Допустим из имеющейся априорной информации известно, что максимальный порядок, который может иметь уравнение объекта равен 5. Пример обратного перебора, в случае выбора максимального возможного порядка $k = 5$ представлен ниже:

$$\begin{aligned} x_t &= \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \beta_3 x_{t-3} + \beta_4 x_{t-4} + \beta_5 x_{t-5} + u_t \\ x_t &= \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \beta_3 x_{t-3} + \beta_4 x_{t-4} + u_t \\ x_t &= \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \beta_3 x_{t-3} + u_t \\ x_t &= \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + u_t \\ x_t &= \beta_1 x_{t-1} + u_t \end{aligned} \quad (1.7.16)$$

Причем, возможные модели (1.7.16) могут быть использованы только в случае, когда исследуемый процесс точно может быть описан дифференциальным уравнением или его соответствующим аналогом. Если же мы имеем дело с объектом с памятью, то количество возможных моделей для максимальной глубины памяти $k=5$ возрастает до 29 уравнений. Естественно, что с возрастанием максимально возможного порядка модели число предполагаемых моделей будет увеличиваться. Таким образом использование переборных методов также не является целесообразным при работе с подобными объектами.

Идентификация объектов с памятью с использованием метода наименьших квадратов. Допустим из априорной информации уравнение объекта и параметрическая структура модели остаются не известными, но известно, что глубина памяти равна $k = 3$, а также имеется выборка входных-выходных переменных процесса $(x_i, u_i, i = 1, s)$. Для примера подобного процесса возьмем следующее уравнение:

$$x_t = 1.33x_{t-1} - 0.48x_{t-3} + u_t, \quad (1.7.17)$$

где $u(t) = 0.038 \sin(t)$.

В данном случае, делая вывод из имеющейся априорной информации, а именно информации о линейности динамического объекта и значение глубины памяти, в качестве модели процесса целесообразно взять следующую параметрическую структуру:

$$\hat{x}_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \alpha_3 x_{t-3} + u_t \quad (1.7.18)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ - неизвестные параметры, которые определяются путем решения задачи минимизации квадратичного показателя соответствия выхода объекта и выхода модели:

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = \sum_{k=1}^s (x_k - \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \alpha_3 x_{t-3} + u_t)^2 = \min_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}, k \neq i. \quad (1.7.19)$$

Решая соответствующую систему уравнений находим значения параметров модели: $\alpha_1 = 3.113, \alpha_2 = -3.273, \alpha_3 = 1.165$. Результаты моделирования процесса (1.7.17) при входном воздействии: $u_2(t) = 0.5 \cos(0.6t) + 0.7 \sin(0.4t)$ и найденных значениях параметров представлены на рисунке 1.26.

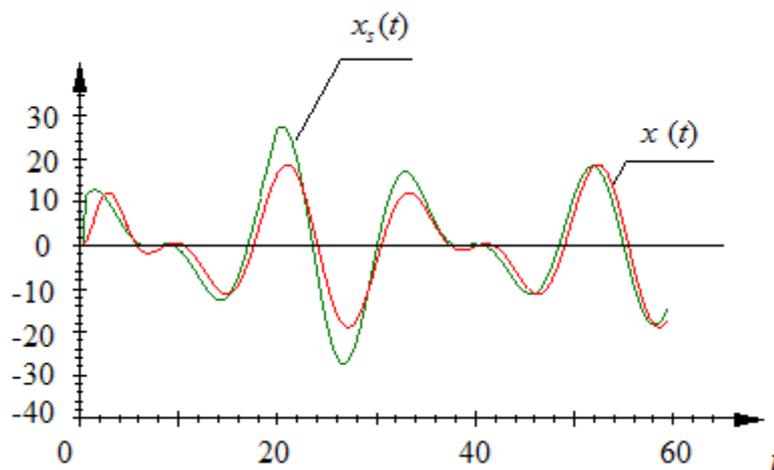


Рисунок 1.26 – Результаты моделирования объекта с памятью при использовании метода наименьших квадратов

Относительная ошибка моделирования в представленном эксперименте составляет $W = 0.308$. Таким образом, исходя из результатов моделирования, а именно, величине относительной ошибки, а также несоответствия найденных значений параметров модели ($\alpha_1 = 3.113, \alpha_2 = -3.273, \alpha_3 = 1.165$.) истинным значениям ($a_1 = 1.33, a_2 = 0, a_3 = 0.48$) можно сделать вывод, что данный метод не применим при идентификации объектов с памятью, даже при условии знания значения глубины памяти из априорной информации.

Непараметрическая идентификация объектов с памятью. Непараметрические модели для объектов с памятью рассматриваются в двух вариантах. Один из них тесно связан с описанием объекта в виде интеграла Дюамеля. Второй путь состоит в частичной параметризации объекта, то есть соответствует условиям как параметрической, так и непараметрической неопределенности.

В случае, когда динамический объект описывается дифференциальным уравнением, как уже упоминалось ранее, при дискретизации, итоговое разностное уравнение будет

содержать переменные: $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k}$. Тогда, в качестве непараметрической модели объекта, можно использовать модель, в которой все коэффициенты разностного уравнения будут учтены (1.4.4). Если в случае описание объекта в виде дифференциального уравнения или его разностного аналога выбор непараметрической модели не представляет труда, то специальным вопросом является выбор вида модели для случая объекта с памятью. Допустим исследуемый процесс описывается, например, уравнением (1.7.17).

При выборе модели для подобного рода процесса возможно применить модель вида:

$$x_t^s = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-2} - x_{i-2}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^x}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-2} - x_{i-2}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^x}\right)}, \quad (1.7.20)$$

где последовательно учтены все запаздывающие на соответствующие число тактов выходные переменные, а также модель, где учтены только выходные переменные, непосредственно от которых зависит выход процесса:

$$x_t^s = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \cdot \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^x}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^x}\right)}. \quad (1.7.21)$$

Проверим различие двух представленных моделей в ходе численного исследования.

Вычислительный эксперимент. Пусть исследуемый объект является динамическим и описывается уравнением вида:

$$x_t = 0,1 \cdot x_{t-1} - 0,2 \cdot x_{t-3} + u_t, \quad (1.7.22)$$

Переходная характеристика данного объекта имеет вид, представленный на рисунке 1.27:

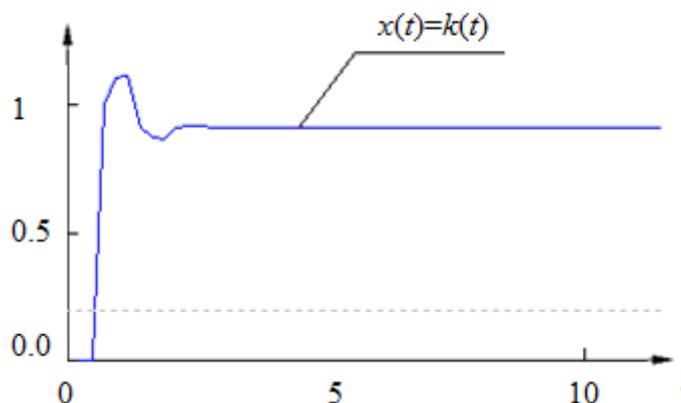


Рисунок 1.27 – Переходная характеристика объекта с памятью (1.7.22)

Пусть входное воздействие имеет вид: $u(t) = \sin(0,5 \cdot t)$. Модель объекта, полученная с помощью оценки (1.7.21) представлена на рисунке 1.28

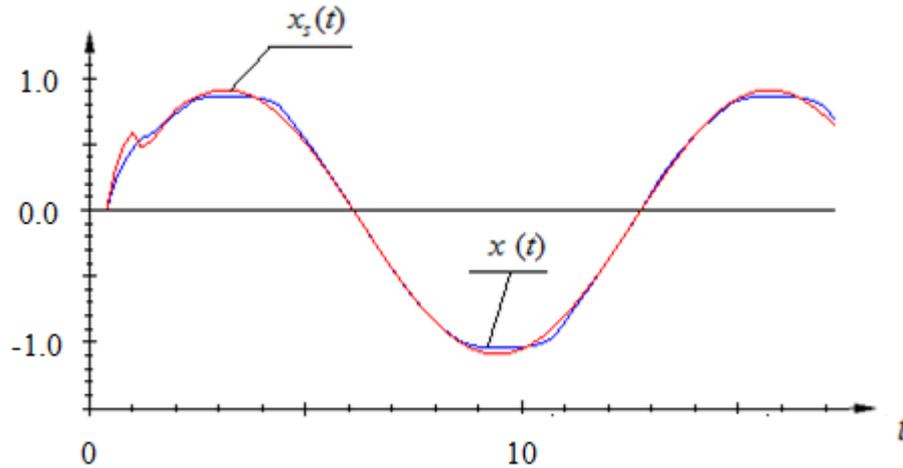


Рисунок 1.28 - Результаты моделирования объекта с памятью (1.7.22) при частично известной параметрической структуре с помощью оценки (1.7.21)

В данном эксперименте относительная ошибка моделирования равна $W=0,189$. Как можно увидеть из рисунка 1.28 и значения относительной ошибки, полученная модель достаточно точна, и модели вида (1.7.21) могут эффективно использоваться при идентификации подобных процессов.

На рисунке 1.29 представлены выход модели объекта и модель объекта, полученная с помощью модели (1.7.20).

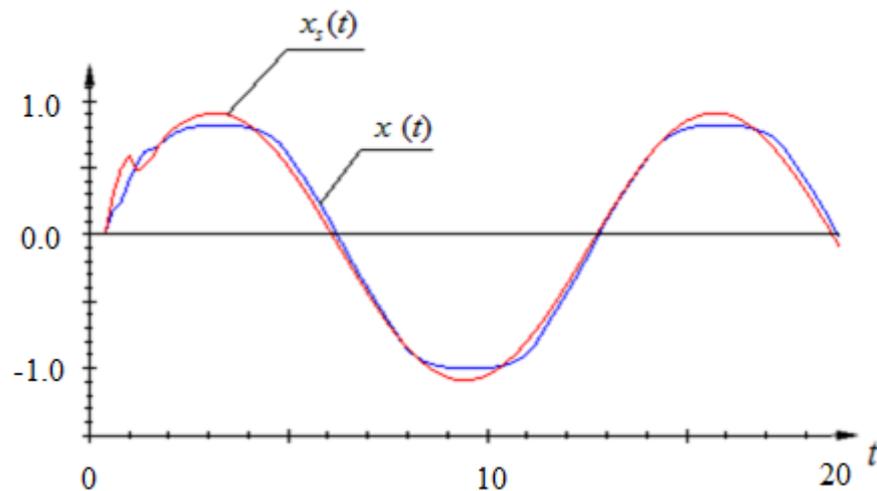


Рисунок 1.29- Результаты моделирования объекта с памятью (1.7.22) при неизвестной параметрической структуре с использованием оценки (1.7.20)

Относительная ошибка в данном случае равна возрастает до значения $W= 0,206$. Как видно из полученных графиков, данную модель также можно назвать удовлетворительной,

хотя, очевидно, что она уступает первой. Выше описанный алгоритм применим в условиях, когда в априорной информации содержатся сведения о величине k – глубины памяти динамического объекта. В условиях непараметрической неопределённости, данный подход недостаточно эффективен. Возможным вариантом уточнения структуры модели объекта с памятью является применение алгоритма, подробно описанного в пункте 1.5 настоящей диссертационной работы. Рассмотрим процесс восстановления структуры модели для объекта с памятью. Пусть объект описывается следующим дискретным уравнением:

$$x_t = 0.2 \cdot x_{t-1} + 0.4x_{t-3} + 0.5u_t \quad (1.7.23)$$

Выберем в качестве начального значения $k = 4$. Относительная ошибка моделирования, полученная на первой итерации равна $W_0 = 0,105$. Далее следует этап нахождения оптимальных коэффициентов: $c_4^* = 0.124$ - при u_t , $c_1^* = 0.231$ - при x_{t-1} , $c_2^* = 0.393$ - при x_{t-2} , $c_3^* = 0.129$ - при x_{t-3} , $c_5^* = 0.425$ - при x_{t-4} . После исключения переменных x_{t-2} и x_{t-4} относительная ошибка моделирования сократилась до $W_2 = 0,012$, а параметрическая структура была найдена в виде:

$$x_s = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-3} + \beta u_t,$$

что соответствует структуре дискретного уравнения (1.7.23).

Еще одним из вариантов решения проблемы идентификации подобного рода объектов является применение непараметрических алгоритмов, основанных на использовании интегралов свертки, конкретнее интеграла Дюамеля (1.3.2), так как исследуемый класс динамических объектов относится к классу линейных систем.

Пусть исследуемый объект является динамическим и описывается уравнением вида:

$$x_t = 0,9 \cdot x_{t-1} - 0,25 \cdot x_{t-3} + 0.19u_t, \quad (1.7.24)$$

а входное воздействие имеет вид: $u(t) = \sin(0,5 \cdot t)$. Переходная характеристика данного процесса представлена на рисунке 1.30:

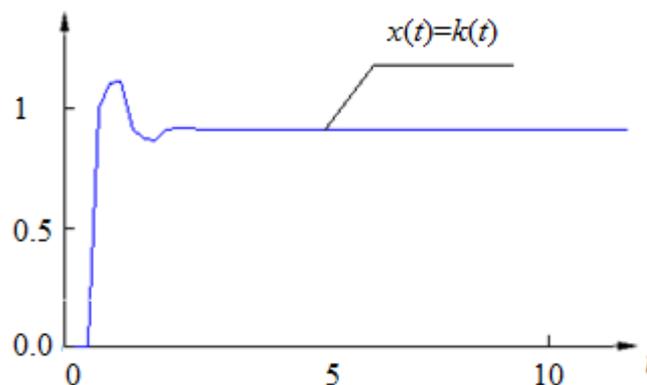


Рисунок 1.30 - Переходная характеристика процесса (1.7.24)

Модель объекта, полученная при использовании уравнения (1.3.2) представлена на рисунке 1.31.

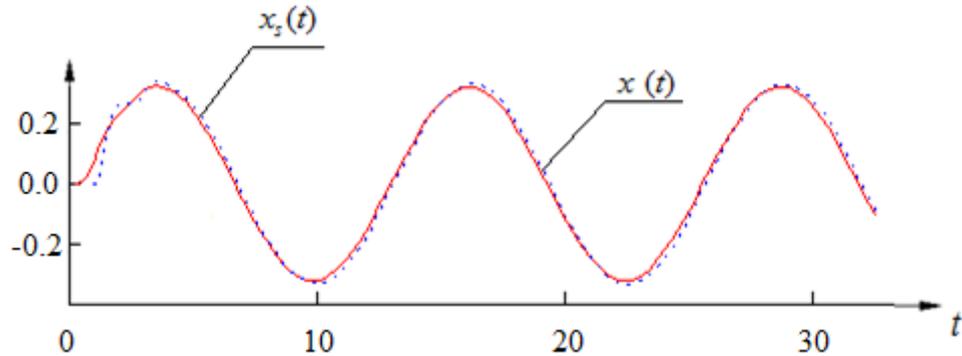


Рисунок 1.31 – Результаты моделирования объекта с памятью (1.7.24)

Относительная ошибка моделирования для данного эксперимента равна $W = 0.12$. Как и в предыдущем случае, можно сделать вывод, что непараметрический алгоритм (1.3.2) успешно справляется с задачей идентификации и модели вида (1.3.2) могут эффективно использоваться при идентификации динамических объектов с памятью.

Выводы

В первой главе диссертационной работы был рассмотрен вопрос решения задачи идентификации для различных классов динамических систем при разном объеме априорной информации. Были приведены общая постановка задачи идентификации, сведения об уровнях априорной информации, а также некоторые методы параметрической идентификации. Непараметрические алгоритмы рассматривались в двух случаях. В первом для описания объекта использовались интегралы типа свертки, более конкретно, интеграл Дюамеля. В дальнейшем задача сводилась к непараметрическому оцениванию весовой функции системы по результатам наблюдений «входа-выхода» объекта. Данный алгоритм применим для непараметрического уровня априорной информации, когда об объекте известны только качественные характеристики, а именно отношение объекта к классу линейных систем. Второй случай соответствовал одновременно параметрическому и непараметрическому уровню априорной информации. Здесь динамическая система рассматривалась как статическая система, на вход которой поступали запаздывающие на соответствующие число тактов выходные переменные. При этом модель динамической

системы представляет собой непараметрическую оценку функции регрессии по наблюдениям. Для усовершенствования данной модели предложен алгоритм определения структуры линейного динамического процесса. Действие алгоритма сводится к определению запаздывающих компонент выходной переменной динамического объекта, и как следствие порядка его разностного уравнения. Одним из основных преимуществ предложенного метода по сравнению с доминирующими на сегодняшний день подходами к восстановлению параметрической структуры является тот факт, что разработанный непараметрический алгоритм более применим к задачам практики, так как способен работать в условиях малой априорной информации об объекте.

В главе также приводится решение задачи идентификации для случая нелинейных динамических систем. Непараметрические алгоритмы, как и ранее было известно, эффективно могут быть применимы для решения задач идентификации для процессов из класса или категории линейных. Естественно представляет интерес ситуация, когда исследуемый процесс оказывается нелинейным, в той или иной степени. Вычислительные эксперименты приведенные выше показали, что непараметрический алгоритм идентификации может быть использован и для идентификации объектов, для которых принцип суперпозиции уже не выполняется. Таким образом, главный вывод, который можно сделать состоит в том, что класс динамических дискретно-непрерывных процессов несколько расширяется для непараметрической теории идентификации динамических процессов.

Также в данном разделе исследуется более общий класс динамических объектов - объекты с памятью. Выявлено, что характерной отличительной особенностью рассматриваемых процессов, является тот факт, что при описании не используются разностные аналоги дифференциальных уравнений, принятые в классической теории идентификации и управления. При этом естественно отсутствие аналогии между уравнением в непрерывном времени и разностным. Данная особенность является главным отличием объектов с памятью от традиционных динамических процессов. Это накладывает свой отпечаток при моделировании и управлении подобными объектами, и обуславливает актуальность рассматриваемой задачи. Вычислительные эксперименты по идентификации такого рода объектов показали высокую эффективность предложенных непараметрических моделей.

2. АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

2.1 Общие сведения о задаче управления

Задача управления динамическим объектом состоит в формировании таких управляющих воздействий $u(t)$, которые обеспечивают приведение выходной переменной объекта $x(t)$ к задающему воздействию $x^*(t)$ [58, 59]. При этом, состояние динамической системы определяется значениями контролируемых входных переменных $u(t), \mu(t)$, значениями выходов объекта в предыдущие моменты времени $x(t-1), x(t-2), \dots$, а также значениями неконтролируемых переменных $\lambda(t)$. Все контролируемые входные величины можно разделить на управляющие $u(t)$ и не управляющие $\mu(t)$. К управляющим воздействиям $u(t)$ относятся подаваемые на объект возмущающие воздействия со стороны регулятора с целью приведение выхода объекта к желаемому состоянию. К не управляющим воздействиям $\mu(t)$ относятся возмущения, которые поступают на управляемый объект со стороны внешней среды и приводящие к отклонениям выходных величин от задающего воздействия [46].

Система управления должна состоять из двух основных элементов: управляемого объекта, в котором протекает некоторый процесс, подлежащий управлению и регулятора - устройства, которое осуществляет функции управления объектом [28, 78]. Простейшая функциональная структурная схема управления показана на рисунке 2.1.

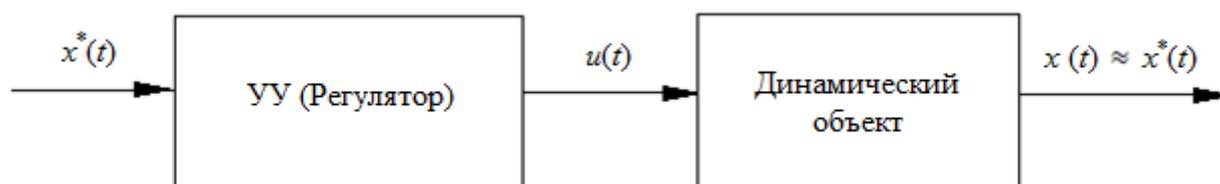


Рисунок 2.1 – Разомкнутая прямая схема управления

На рисунке 2.1 приняты следующие обозначения - $u(t)$ – входное управляющее воздействие, $x(t)$ – выход объекта, $x^*(t)$ – задающее воздействие. Также, следует отметить, что при построении системы управления необходимо учитывать, что равенства задающего $x^*(t)$ и выходного воздействия $x(t)$ достичь очень сложно, из-за наличия внешних помех, действующих на объект, допущенные неточности при восстановлении обратного оператора и т.д. В этом случае необходимо введение в схему управления обратной отрицательной

связи, которая вносит коррективы в управляющее воздействие по ходу ведения процесса (рис.2.2).

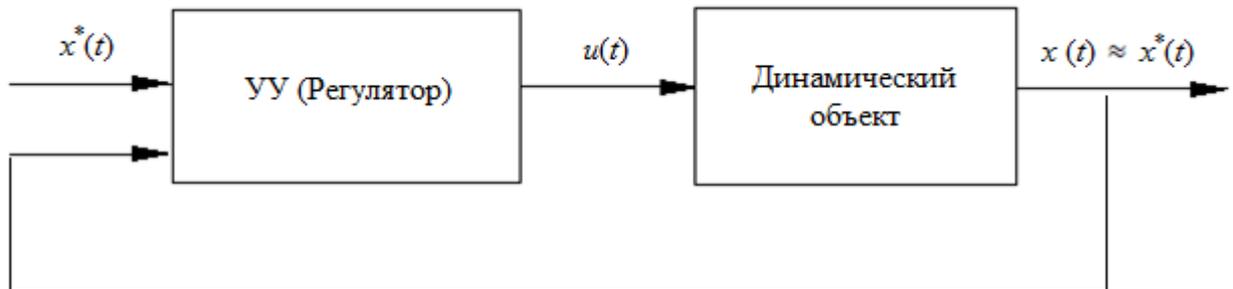


Рисунок 2.2 –Схема управления с обратной связью

В зависимости от характеристик системы и объема априорной и текущей информации отдается предпочтение той или иной схеме управления. На сегодняшний день существует множество методов, применяемых при решении задачи управления [19, 20, 73]. Значительную роль на ранних этапах формирования теории автоматического регулирования сыграли работы Дж. Максвелла, И.А. Вышнеградского, А. Стодола [48]. Авторами рассматривались различные вопросы, связанные с теорией автоматического регулирования, такие как использование обратной связи при управлении, вопросы устойчивости и другие. Я.З. Цыпкиным [85] разработаны основы теории адаптивных систем. Вопросами дуального управления впервые начал заниматься А.А. Фельдбаум [81]. Теория автоматического управления по возмущению была разработана Г.В. Щипановым, В.С. Кулебакиным, Б.Н. Петровым. Авторами также были затронуты проблемы компенсации возмущений и инвариантности. Основы теории оптимального управления были заложены Л.С. Понтрягиным, А.М. Летовым и Н.Н. Красовским. Под термином оптимальное управление понимается формирование такой управляющей стратегии, которая обеспечивает минимум или максимум некоторой целевой функции с точки зрения выбранного критерия или набора критериев [63]. Активно развиваются методы адаптивного непараметрического управления [57]. Ниже будут рассмотрены некоторые алгоритмы регулирования, применяемые при управлении динамическими процессами.

Типовые алгоритмы управления. Одними из наиболее широко распространенных на практике регуляторов являются типовые П-, ПИ- и ПИД-регуляторы. Типовые регуляторы являются классическими в теории автоматического регулирования. Настройка параметров регулятора может осуществляться либо вручную, либо автоматически. При этом процесс настройки должен включать два основных этапа, такие как, идентификацию

модели управляемого объекта и настройку оптимальных параметров регулятора. Прежде чем выбрать начальные приближения параметров, необходимо определиться с целью управления и используемыми критериями качества [46].

Среди задач, для решения которых используются П-, ПИ-, ПИД-регуляторы, встречаются задачи поддержания определенного значения параметра, задачи программного управления и другие. Пусть поставлена задача слежения, т. е. на вход объекта подается желаемая траектория $x^*(t)$. Все типовые регуляторы предполагают наличие обратной связи. П регулятор выдает управление пропорциональное значению ошибки: $\varepsilon = x - x^*$ с коэффициентом пропорциональности K_1 . И регулятор выдает управление пропорциональное интегралу ошибки с коэффициентом пропорциональности. ПИ регулятор является комбинацией П и И регуляторов, результатом их последовательного подключения. Д регулятор генерирует управляющее воздействие пропорциональное производной, регулируемой величины с коэффициентом пропорциональности. ПИД регулятор является комбинацией всех трех регуляторов.

Совершенно ясно, что качество регулирования различного рода зависит от настроек соответствующих регуляторов, и в ряде случаев оказывается недостаточно эффективными. Для построения схемы управления необходимо выбрать коэффициенты, которые бы обеспечивали прежде всего устойчивость и, желательно, наилучшее, в смысле выбранного критерия, качество управления. Настройка регулятора выполняется после того, как были каким-либо методом, используя идентифицированную модель, вычислены начальные приближения параметров. Она может производиться вручную, основываясь на правилах, полученных из опыта, теоретического анализа и численных экспериментов.

Адаптивные алгоритмы управления. Большинство разработанных на сегодняшний день алгоритмов управления относятся к классу параметрических. Это означает, что на этапе постановки задачи управления предполагается, что известна параметрическая структура модели исследуемого объекта с точностью до параметров из имеющейся априорной информации. Данный подход получил значительное развитие в рамках теории адаптивных управляющих систем [1, 67, 74, 85], которая предполагает предварительную параметризацию объекта. Адаптивные системы при формировании управляющих воздействий используют текущую информацию об объекте исследования [68, 82, 83]. Следует отметить, что в большинстве случаев имеющейся априорной информации бывает недостаточно для обоснованного выбора параметрической структуры модели динамического объекта. Также одной из характерных ситуаций, является недостаток текущей информации из-за отсутствия соответствующих средств контроля.

Дуальное управление. Существенный интерес представляет развитие теории дуального управления. Недостаток априорной информации об объекте исследования приводит к необходимости совмещать изучение объекта и управление им. При таком управлении управляющие воздействия носят двойственный характер. Они служат средством изучения, познания объекта, но также и средством приведения объекта к требуемому состоянию. Такое управление, при котором управляющие воздействия носят двойственный характер, называют дуальным управлением. Дуальное управление было открыто А.А. Фельдбаумом в 1960 г. и развито на основе теории статистических решений [81]. Следует отметить, что обучающиеся системы управления являются системами «с памятью» т.е. они не только способны изучать характеристики объекта, но и, сохраняя их в памяти, вырабатывать рациональные управляющие воздействия. Проблему дуального управления также рассматривал Я.З.Цыпкин в [85]. В данной постановке задачи управления необходимы сведения о параметрической структуре модели объекта исследования. Дальнейшее развитие теория дуального управления получила в исследованиях различных авторов, в частности В. Виттенмарка [105]. В последней работе обращается внимание на громоздкость аналитических результатов по синтезу оптимального алгоритма управления и осуществляется подмена алгоритмов управления в виде неоптимальных дуальных регуляторов. Отметим, что при постановке задачи, распределение вероятностей помехи, а также параметрическая модель объекта предполагаются известными. Такой подход применим только к управлению хорошо изученными процессами, параметрическая структура модели которых известна. Еще одним примером применения дуальных адаптивных алгоритмов управления в условиях параметрической неопределенности является разработка алгоритма регулирования неустойчивым объектом [94]. В данной работе для синтеза дуального регулятора применяется бикритериальный подход, в котором используется два критерия, которые соответствуют двум целям дуального управления. Как и в предыдущем случае разрабатываемый алгоритм регулирования применим в условиях, когда структура модели объекта или регулятора задана с точностью до параметров. Некоторые вопросы, касающиеся дуального управления, а именно синтез систем дуального управления, связанный с методом наибольшего правдоподобия при отсутствии априорной информации о неизвестных параметрах объекта разрабатывался В. П. Живоглядным в работе [30]. В дальнейшем были разработаны алгоритмы дуального адаптивного управления для линейных стохастических систем с постоянными, но неизвестными параметрами [97, 105], а также были исследованы различные методы управления линейной дискретной системой с нестационарными случайными параметрами в присутствии помех [102]. Как уже говорилось ранее, в приведенных выше исследованиях задачи управления

рассматривались в условиях параметрической неопределенности. В случае, когда структура динамического процесса не определена с точностью до вектора параметров, одним из возможных путей решения задачи управления является применение нейронных сетей [93]. Ниже основное внимание будет уделено разработке непараметрических адаптивных систем управления, сохраняющих составляющие дуализма.

В случае, когда априорной информации недостаточно, чтобы выбрать параметрическую структуру модели исследуемого процесса, естественно использовать теорию непараметрической системы управления [50, 55, 56].

2.2 Алгоритмы непараметрического управления с использованием метода обратного оператора

Метод обратных операторов – это метод управления техническими объектами со многими регулируемыми переменными, основанный на применении в контуре управления обратной модели объекта [12, 24]. Впервые для синтеза многомерных систем управления данный метод был описан в работах [65].

Рассмотрим подробно идею автоматического управления различными объектами, в том числе и динамическими с помощью устройств, синтезированных методом обратного оператора. Введем оператор объекта A , описывающий процесс, т.е. $x(t) = A < u(t) >$ [57].

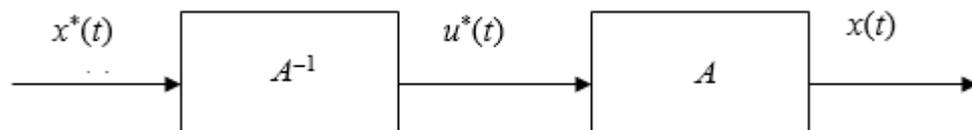


Рисунок 2.3 - Идеальная схема управления

Идея управления заключается в следующем. Данное устройство управления осуществляет преобразование вектора измеряемых переменных в вектор управляющих воздействий, причем оператор такого преобразования A^{-1} является обратным к оператору A , которым описывается объект [24] :

$$\begin{aligned} A^{-1}x(t) &= A^{-1}A < u(t) >, \\ u(t) &= A^{-1}x(t). \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

Задавая желаемую траекторию выходной переменной $x(t) = x^*(t)$, находим из (2.2.1) идеальное значение управляющего воздействия $u^*(t)$. Таким образом (2.2.1) может быть отнесён к категории идеальных регуляторов. Однако проблема состоит в том, что в большинстве случаев его построить нельзя, тем более, что оператор A – неизвестен. В условиях недостатка априорной информации об операторе A одним из путей решения

данной проблемы является использование непараметрических алгоритмов управления, что будет подробно показано ниже.

На рисунке 2.4 представлена блок-схема управления рассматриваемого процесса:

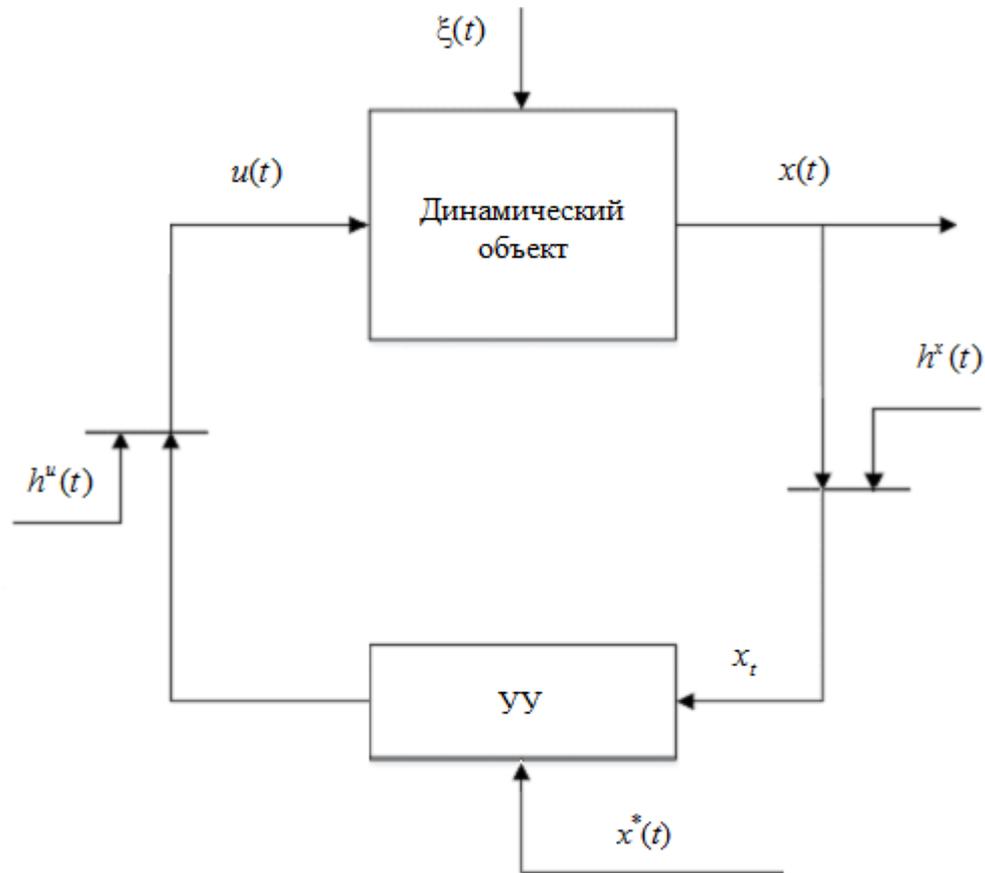


Рисунок 2.4 - Блок – схема управления динамическим объектом

На рисунке 2.4 приняты обозначения: $u(t)$ - входная переменная объекта, $x(t)$ - выходная переменная объекта, t – непрерывное время, индекс t – дискретное время, x_t^* – задающее воздействие, УУ – устройство управления, случайные помехи измерений h_t^u , h_t^x , соответствующих переменных процесса, $\xi(t)$ – векторная случайная помеха. Контроль переменных осуществляется через интервал времени Δt . Снимая значения показателей, мы получаем исходную выборку «входных-выходных» переменных $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$, где s – объем выборки, индекс h у переменных объекта из соображения простоты опущен.

Непараметрический алгоритм дуального управления имеет вид [54]:

$$u_{s+1} = u_s^* + \Delta u_{s+1}, \quad (2.2.2)$$

где u_s^* - составляющая, накапливающая информацию об объекте исследования, а $\Delta u_{s+1} = \varepsilon(x_{s+1}^* - x_s)$ – «изучающие» поисковые шаги.

Схема дуального управления представлена на рисунке 2.5.

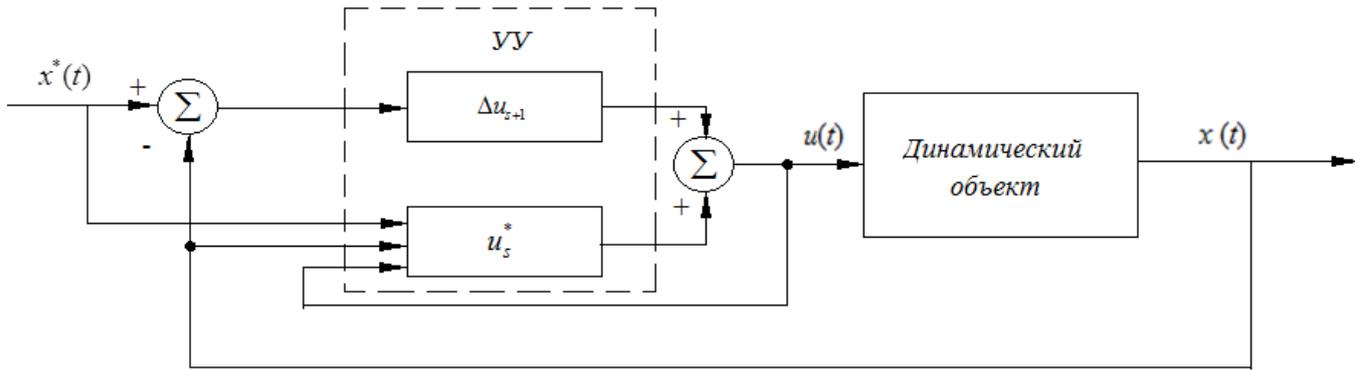


Рисунок 2.5 – Схема дуального управления динамическим объектом

Дуализм алгоритма (2.2.2) заключается в следующем. На первых тактах управления основную роль при формировании управляющих воздействий играет слагаемое Δu_{s+1} из формулы (2.2.2). Но уже по мере накопления информации об объекте возрастает роль слагаемого u_s^* .

Управление многомерной линейной динамической системой. Пусть объект представляет собой многомерную линейную динамическую систему. Схема управления представлена на рисунке 2.6.

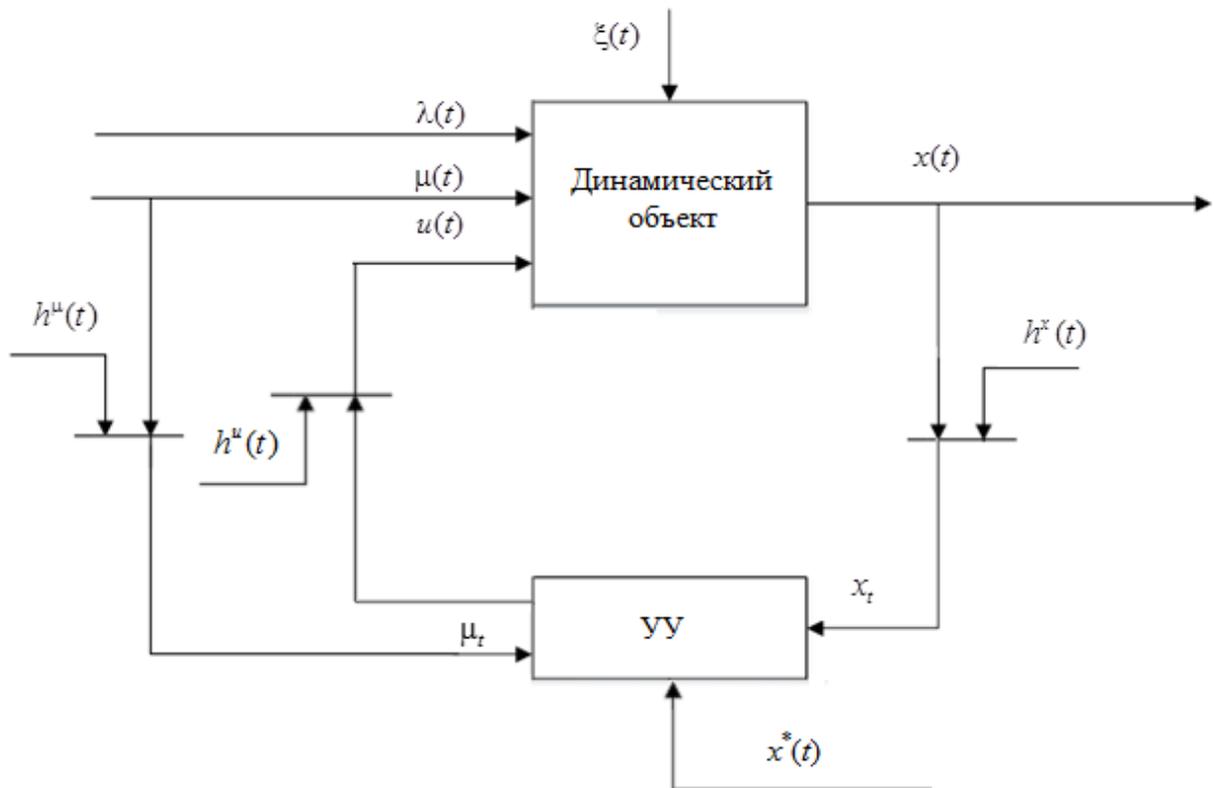


Рис.2.6 – Схема управления многомерным линейным динамическим объектом

Так как обратный оператор A^{-1} имеет аналогичный вид, что и прямой оператор линейной динамической системы A , то и оценка обратного оператора имеет такую же структуру, что и модель линейной динамической системы (1.3.2). В многомерном же случае оценку обратного оператора можно записать в виде:

$$u_{n,s}^*(t) = \int_0^t \frac{1}{s c_s} \sum_{j=1}^s \omega_{n,j} H' \left(\frac{t - \tau - t_i}{c_s} \right) x_n^*(\tau) d\tau, \quad (2.2.3)$$

где u_s^* - оценка «обратного» оператора, ω_i - реализация «обратной» переходной, $x^*(t)$ - задающее воздействие. Обозначим также как и в первой главе все возможные входные воздействия: управляемые $u_t = (u_{1t}, \dots, u_{n1})$, неуправляемые, но контролируемые $\mu_t \in (\mu_{1t}, \dots, \mu_{n1})$ и неконтролируемые $\lambda_t \in (\lambda_{1t}, \dots, \lambda_{n1})$ через переменную $\rho_t \in (\rho_{1t}, \dots, \rho_{nt})$. Ниже приводится схема управления объектом с векторным входом с учетом вышеописанного алгоритма (рис.2.7).

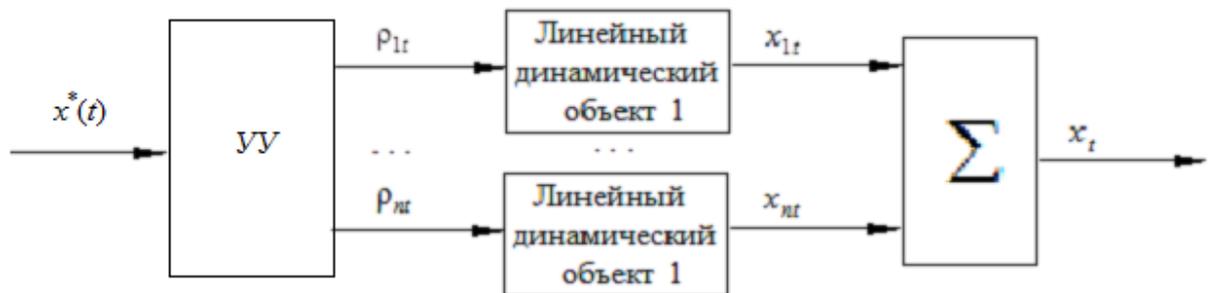


Рисунок 2.7 – Разомкнутая схема управления многомерным линейными динамическим объектом

При применении данного алгоритма необходимо решение задачи неоднозначности при формировании управляющих воздействий. В данном случае необходимо выбрать для каждого звена системы соответствующее задающее воздействие, например, путем введения некоторой ценовой функции $Q(q_1, \dots, q_n)$, где q_1, \dots, q_n - веса для каждого управляющего воздействия, которые определяются путем решения задачи минимизации ценовой функции:

$$Q(q_1, \dots, q_n) = x_s(u_{n,s}, \mu_k, \lambda_k, q_1, \dots, q_n) = \min_{q_1, \dots, q_n} \quad (2.2.4)$$

С учетом полученных весов из функции (2.2.4) находим управляющее воздействие для n -го звена системы.

Сравним результаты управления линейным динамическим объектом с использованием непараметрического алгоритма управления (2.2.6) с результатами управления типовым алгоритмом, в качестве которого был выбран ПИД – алгоритм. Объем выборки (u_i, x_i) равен 100. Приведем работу двух алгоритмов управления при изменяющемся задающем воздействии, имеющим вид ступенчатой функции (рисунок 2.9).

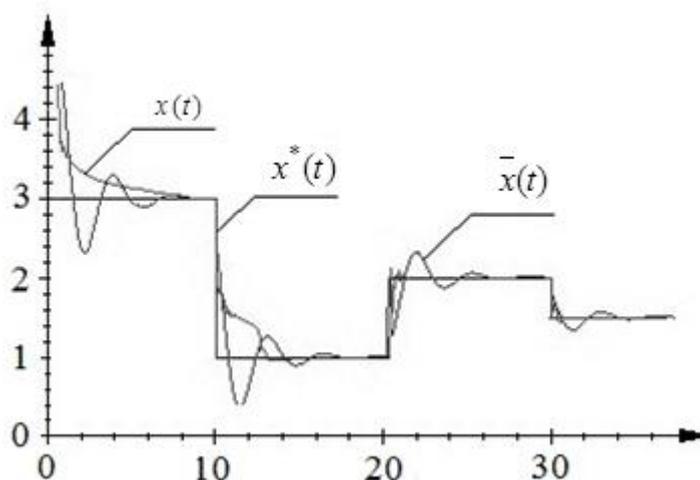


Рисунок 2.9 – Управление динамическим объектом (2.2.7) при ступенчатом задающем воздействии

На рисунке 2.9 приняты следующие обозначения: $x(t)$ – выход объекта, при управлении непараметрическим регулятором, $\bar{x}(t)$ – выход объекта, при управлении ПИД – регулятором, $x^*(t)$ – задающее воздействие.

В данном эксперименте качество управления оценивалось по двум характеристикам:

1. Время регулирования t_p – время с начала управления до момента, когда выходная величина отличается от задания не более некоторой заданной величины α . Обычно принимают: $\alpha = 0,05 u_{уст}$.
2. Относительная ошибка управления W_p равная суммарному отклонению фактического выхода процесса от задающего воздействия в течении всего времени регулирования по отношению к задающему воздействию, выраженная в относительных величинах, в %.

$$W_p = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s |x_i - x_i^*|$$

Показывает степень отклонения выходной величины от задания, выраженную в процентах.

Подробные результаты управления приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты сравнения непараметрического алгоритма дуального управления с ПИД-алгоритмом

Тип регулятора	$Wp, \%$	Tp
ПИД	0.17	8.07
Непараметрический алгоритм дуального управления	0.16 (на этапе накопления информации) 0.007 (после прохождения этапа накопления информации)	8.15 (на этапе накопления информации) 1.1 (после прохождения этапа накопления информации)

На рисунке ниже (рисунок 2.10) подробно представлено поведение слагаемых алгоритма дуального управления.

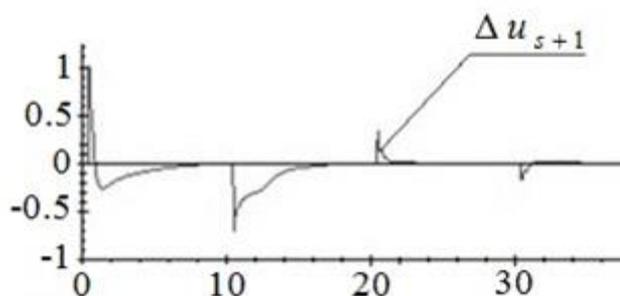


Рисунок 2.10 – Поведение составляющего управляющего воздействия

Рассмотрим работу непараметрического дуального алгоритма управления подробнее. Обучение управлению начинается с первой диады наблюдений x_1, u_1 . На начальной стадии управления необходимо некоторое время (накопление выборки) для приведения объекта в заданное состояние. На данном этапе большую роль при формировании управляющего воздействия играет переменная Δu_{s+1} из формулы (2.2.2), что показано на рисунке 2.10. В дальнейшем большее значение имеет слагаемое u_s^* . После прохождения этапа обучения, выходная переменная процесса $x(t)$ почти мгновенно достигает задающего воздействия $x^*(t)$. На рисунке 2.11 представлено управление исследуемым объектом при внешнем возмущении, равным $\xi(t) = 7\%$, задающее воздействие имеет вид ступенчатой функции.

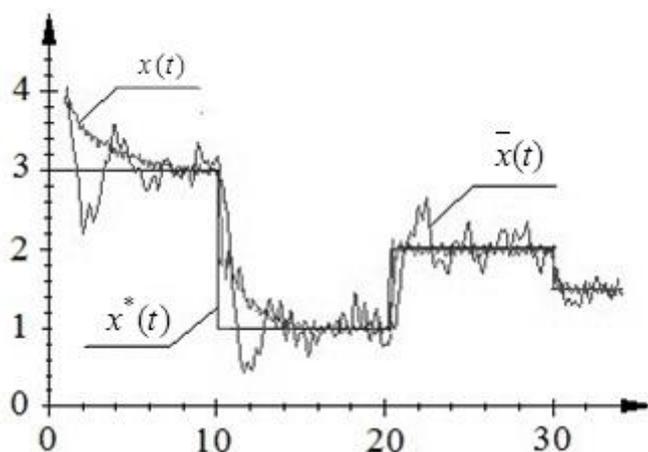


Рисунок 2.11 – Результаты управления при ступенчатом задающем воздействии, при помехе $\xi(t) = 7\%$

Как можно заметить из рисунка 2.11, непараметрический алгоритм управления наиболее устойчив к внешним возмущениям, действующим на процесс, по сравнению с типовым ПИД алгоритмом регулирования.

Рассмотрим случай, представленный на рисунке 2.12, когда $x^*(t)$ имеет вид траектории:

$$x^*(t) = 1.25 + \sin(0.5t). \quad (2.2.8)$$

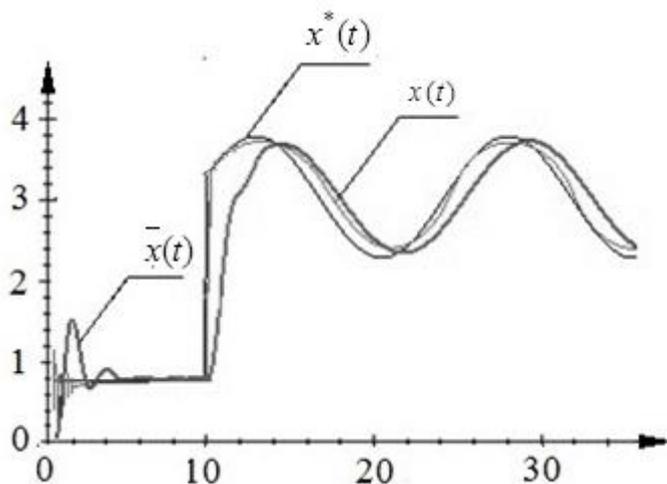


Рисунок 2.12 – Результаты управления при задающем воздействии, имеющим вид траектории (2.2.8)

Как мы можем заметить из рисунка 2.12, качество управления ПИД – регулятора значительно уступает непараметрическому алгоритму дуального управления (2.2.2). Из рисунка 2.12 можно заметить, что после прохождения этапа обучения, который происходит

на первых тактах управления, выходная переменная процесса $x(t)$ практически сразу достигает значения задающего воздействия $x^*(t)$. Ошибка регулирования у непараметрического регулятора, в данном случае равна $W_p=0,12$, ПИД-регулятора – $W_p=0,26$. Представим случай, когда $x^*(t)$ задается случайным образом (рисунок 2.13):

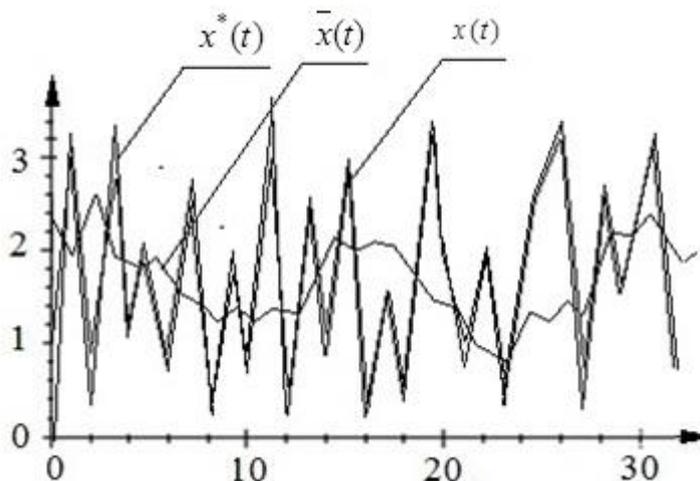


Рисунок 2.13 – Результаты управления при случайном задающем воздействии $x^*(t)$

На рисунке 2.13 показано, как ведет себя алгоритм при случайном задающем воздействии. В этом эксперименте представлен случай, когда непараметрический алгоритм дуального управления, явно превосходит типовой ПИД-регулятор. На сегодняшний день ни один из известных регуляторов не способен справиться с задачей управления при таком варианте $x^*(t)$, хотя, следует также отметить, что на практике такого рода задающее воздействие не встречается, однако, это представляет интерес с теоретической точки зрения.

Результаты управления динамическим объектом с использованием непараметрического дуального алгоритма управления (2.2.2) также сравнивались с известными [47] результатами по управлению квазиоптимальной по быстродействию системой управления высокого порядка. Качество управления оценивалось по времени регулирования (tp). В качестве примера приведем работу двух алгоритмов управления при изменяющемся задающем воздействии, имеющим вид ступенчатой функции для объекта, представляющего последовательное соединение трех аperiodических звеньев, передаточная функция которого имеет вид

$$W_p = W_1 \cdot \dots \cdot W_n.$$

Дифференциальное уравнение аperiodического звена равно

$$T_p \frac{dx}{dt} + x(t) = ku(t),$$

а передаточная функция

$$W = \frac{k}{Ts + 1}$$

Таким образом, передаточная функция трех апериодических звеньев равна

$$\begin{aligned} W_p &= \frac{k_1 k_2 k_3}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)} = \\ &= \frac{k_1 k_2 k_3}{(T_1 T_2 s^2 + T_1 s + T_2 s + 1)(T_3 s + 1)} = \\ &= \frac{k_1 k_2 k_3}{(T_1 T_2 T_3 s^3 + T_1 T_2 s^2 + T_1 T_3 s^2 + T_1 s + T_2 T_3 s^2 + T_2 s + T_3 s + 1)} = \frac{x}{u} \end{aligned}$$

$$x(t)(T_1 T_2 T_3 s^3 + T_1 T_2 s^2 + T_1 T_3 s^2 + T_1 s + T_2 T_3 s^2 + T_2 s + T_3 s + x(t) = k_1 k_2 k_3 u(t)$$

$$x(t)(T_1 T_2 T_3 s^3 + (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) s^2 + (T_1 + T_2 + T_3) s + x(t) = k_1 k_2 k_3 u(t)$$

$$T_1 T_2 T_3 \frac{dx^3}{dt^3} + (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) \frac{dx^2}{dt^2} + (T_1 + T_2 + T_3) \frac{dx}{dt} + x(t) = k_1 k_2 k_3 u(t)$$

Из чего следует, что при $T_1 = 0.5, T_2 = 1, T_3 = 2, k = 1, d = 0.001$ дифференциаторе уравнение равно

$$\frac{dx^3}{dt^3} + 3.5 \frac{dx^2}{dt^2} + 3.5 \frac{dx}{dt} + x(t) = u(t),$$

а его разностный аналог

$$x_t = 2.997x_{t-1} - 2.993x_{t-2} + 0.997x_{t-3} + 9.965 \cdot 10^{-10} u_t.$$

Подробные результаты сравнения непараметрического дуального алгоритма управления с квазиоптимальной по быстродействию системой управления высокого порядка, а также с ПИД-регулятором приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты сравнения непараметрического алгоритма дуального управления с квазиоптимальной по быстродействию системой управления и с ПИД-регулятором

Тип регулятора	T_p
ПИД	7.9
Непараметрический алгоритм дуального управления	8.1 (на этапе накопления информации) 1.2 (после прохождения этапа накопления информации)
Квазиоптимальная по быстродействию система управления высокого порядка	3.5

Таким образом, вычислительный эксперимент показал, что использование предлагаемого непараметрического алгоритма после прохождения этапа накопления информации позволяет сократить время регулирования при равных условиях внешних помех и объема выборок по сравнению с типовым ПИД-регулятором и квазиоптимальной по быстродействию системой управления высокого порядка.

Управление нелинейным динамическим объектом. Рассмотрим возможность применения непараметрических алгоритмов для управления разными типами нелинейных динамических объектов. Для начала, в первом эксперименте рассмотрим линейный динамический объект, который описывается следующим уравнением:

$$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t \quad (2.2.9)$$

Результаты непараметрического управления объектом (2.2.9) с использованием алгоритма дуального управления (2.2.2), где u_s^* равно (2.2.6) представлены на рисунке 2.14. На рисунке 2.14 представлен случай активного накопления информации, то есть исходная обучающая выборка до проведения эксперимента отсутствовала.

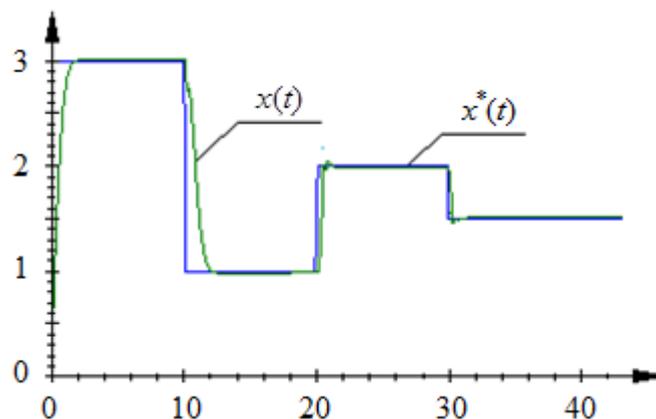


Рисунок 2.14 – Управление линейным динамическим объектом (2.2.9)

Относительная ошибка управления для первого эксперимента равна $W_p = 0,076$, что говорит о хорошем качестве непараметрического управления. При анализе рисунка 2.14 можно наблюдать, как ведет себя дуальный алгоритм управления при активном накоплении информации. На начальных тактах управления, начиная с 1 по 20 такты, алгоритму требуется большее время для приведения объекта к задающему воздействию, так как на данном этапе происходит обучение и накопление выборки. После прохождения этапа обучения, начиная с 20 такта, при изменении задающего воздействия $x^*(t)$ выходная переменная объекта $x(t)$ практически сразу достигает значения $x^*(t)$. Рассмотрим возможность применения непараметрического алгоритма управления (2.2.2) для нелинейных динамических систем. В следующих экспериментах в качестве исследуемых объектов будут выступать динамические объекты с разной степенью нелинейности.

Пусть разностное уравнение динамического объекта содержит степенные функции, уравнение объекта описывается в виде:

$$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1}^{1,2} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t \quad (2.2.10)$$

Результаты управления объектом (2.2.10) при активном накоплении информации представлены на рисунке 2.15:

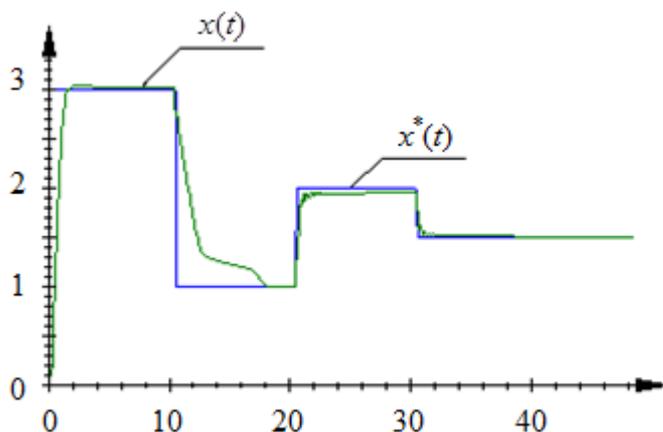


Рисунок 2.15 – Управление нелинейным динамическим объектом (2.2.10)

Для эксперимента, изображенного на рисунке 2.15 относительная ошибка управления объектом (2.2.10) равна $W_p = 0,045$. Введем помеху $\xi = 5\%$ (помеха приложена к измерению выходной переменной, распределённая по нормальному распределению), результаты управления для данного эксперимента представлены на рисунке 2.16:

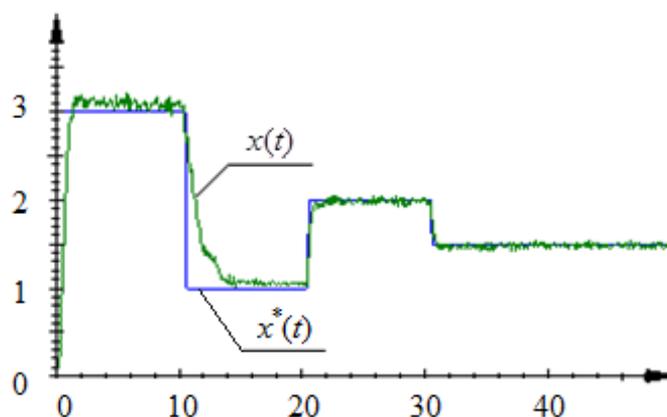


Рисунок 2.16 – Управление нелинейным динамическим объектом (2.2.10), помеха $\xi = 5\%$

Таким образом, из анализа рисунков 2.15-2.16 и значений относительных ошибок управления W_p можно сделать вывод, что непараметрический алгоритм управления (2.2.2) успешно справляется с задачей регулирования нелинейных динамических систем даже в случае активного накопления информации, а также при влиянии внешних помех на объект исследования.

В таблице 4 приведена информация о зависимости относительной ошибки моделирования от вида исследуемой функции.

Таблица 4 – Зависимость относительной ошибки управления от вида уравнения объекта

Вид уравнения	Относительная ошибка управления
I. Линейное уравнение: $x_t = 0,2 \cdot x_{t-1} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,076
II. Нелинейные уравнения (алгебраические) $x_t = 0,2 \cdot x_{t-1}^{1,2} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,085
$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1} - 0,3 \cdot x_{t-2}^{1,2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,088
$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3}^{1,2} + 1,5u_t$	0,113
$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1}^{1,2} - 0,3 \cdot x_{t-2}^{1,2} + 0,4 \cdot x_{t-3}^{1,2} + 1,5u_t$	0,124
$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1}^{1,5} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,115
$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1}^2 - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,66
$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1} - 0,3 \cdot x_{t-2}^2 + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,78
$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot \sqrt{x_{t-3}} + 1,5u_t$	0,082

Продолжение таблицы 4 – Зависимость относительной ошибки управления от вида уравнения объекта

$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1}^{1.5} - 0,3 \cdot \sqrt{x_{t-2}} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,23
$x_t = 0,2 \cdot \frac{1}{x_{t-1}} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,456
III. Нелинейные уравнения (трансцендентные)	
$x_t = 0,2 \cdot \sin(x_{t-1}) - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,105
$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1} - 0,3 \cdot \log_{10}(x_{t-2}) + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,128
$x_t = 0,2 \cdot e^{x_{t-1}} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 1,5u_t$	0,89
$x_t = 0,2 \cdot \cos(x_{t-1}) - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot \sin(x_{t-3}) + 1,5u_t$	0,117

Из анализа таблицы 4 можно сделать следующие выводы: если разностное уравнение динамического объекта содержит степени до второго порядка алгоритм управления (2.2.2) успешно справляется с задачей регулирования нелинейным динамическим объектом. Относительная ошибка управления W_p увеличивается, если степенная функция вводится для переменной, коэффициент при которой вносит большее влияние на выходную величину, при этом при повышении степени качество управления значительно ухудшается. Если степень при некоторой переменной в разностном уравнении равна 2 или более, то управление нелинейным динамическим объектом с использованием алгоритма управления (2.2.2) невозможно. Если разностное уравнение объекта содержит дробные степени алгоритм управления (2.2.2) также справляется с задачей приведения выходной переменной к желаемому значению. Из результатов данного вычислительного эксперимента видно, что даже при возведении в степень каждой переменной, качество управления достаточно высоко. Также можно заметить, что если в разностном уравнении динамического объекта содержатся тригонометрические или логарифмические функции, то применение алгоритма управления (2.2.2) возможно. Значительное ухудшение качества управления наблюдается при наличии экспоненциальной функции в уравнении объекта. При отрицательных степенях качество управления также значительно снижается.

Управление объектом с памятью. Пусть объект представляет собой динамическую систему, и описывается уравнением: $x_t = f(x_{t-1}, x_{t-3}, u_t)$. Выбор составляющей u_s^* из (2.2.2) также как и в случае непараметрической идентификации

представляет собой сложный вопрос. С одной стороны, возможно учитывать все переменные до высшего порядка: $x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}$

$$u_s^* = \frac{\sum_{i=1}^s u_i \cdot \Phi\left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-2} - x_{i-2}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^x}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-2} - x_{i-2}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^x}\right)}, \quad (2.2.11)$$

либо учитывать только переменные, непосредственно от которых зависит выход объекта: x_{t-1}, x_{t-3}

$$u_s^* = \frac{\sum_{i=1}^s u_i \cdot \Phi\left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^x}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-1} - x_{i-1}}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{x_{s-3} - x_{i-3}}{c_s^x}\right)}. \quad (2.2.12)$$

Исследуем различие между двумя подходами в ходе численного эксперимента. Пусть исследуемый объект является динамическим и описывается уравнением вида:

$$x_t = 0.4 \cdot x_{t-1} - 0.3 \cdot x_{t-3} + u_t, \quad (2.2.13)$$

Переходная характеристика данного процесса представлена на рисунке 2.17:

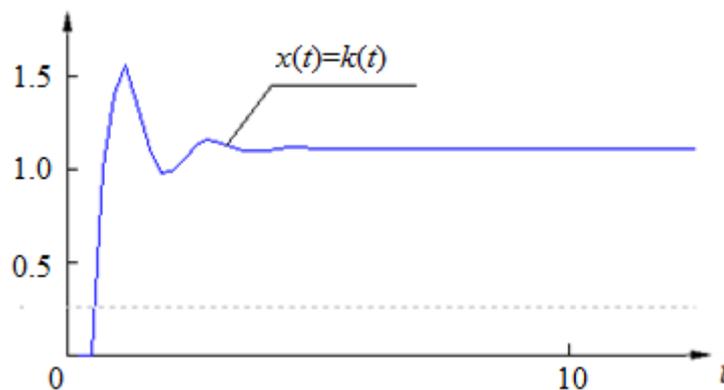


Рисунок 2.17 – Переходная характеристика процесса (2.2.13)

Пусть управляющее воздействие поступающее на вход объекта с регулятора описывается уравнением (2.2.2), где u_s^* равно (2.2.12). Пусть задание имеет вид ступенчатой функции. В таком случае результат управления имеет вид, представленный на рисунке 2.18.

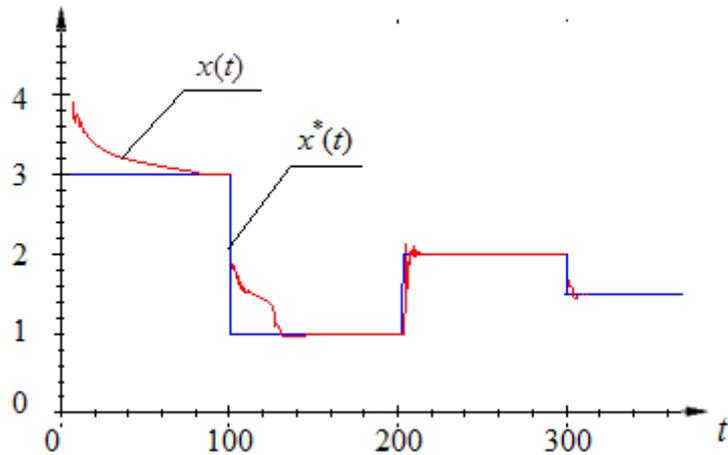


Рисунок 2.18 – Результат управления при частично известной параметрической структуре

На рисунке 2.19 представлены результаты управления при действии внешней помехи $\xi = 5\%$.

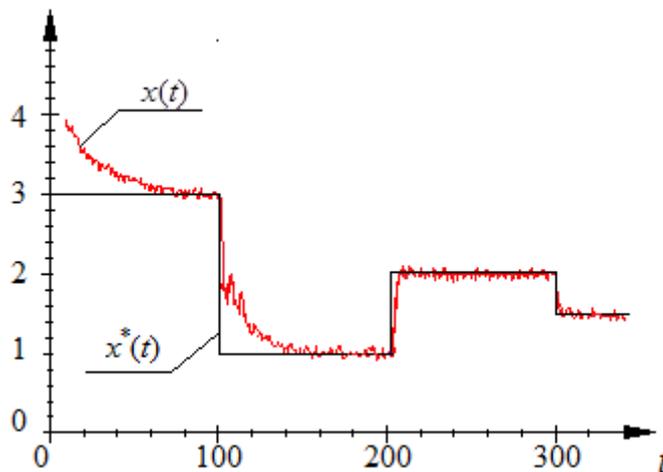


Рисунок 2.19 – Результат управления при частично известной параметрической структуре, при уровне помех $\xi = 5\%$

На рисунке 2.18 относительная ошибка управления равна $W_p=0,072$, на рисунке 2.19 – $W=0,13$. В данной ситуации задача управления решается в условиях как параметрической, так и непараметрической неопределенности, так как структура динамического объекта частично известна. Сравним полученные результаты со случаем, когда u_s^* будет равно (2.2.11) (рисунок 2.20).

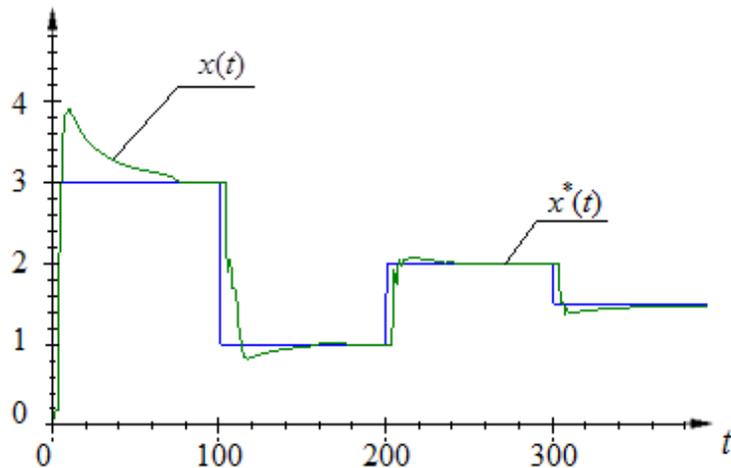


Рисунок 2.20 Результат управления при неизвестной параметрической структуре

Относительная ошибка управления для случая, представленного на рисунке 2.20 равна $W_p=0,12$. Как мы можем заметить, также, как и в случае непараметрической идентификации, непараметрическое управление оказывается намного эффективней, тогда, когда в формуле для вычисления управляющего воздействия, поступающего на объект, учитываются только переменные, которые влияют на выходное воздействие.

Управление многомерной динамической системой. Рассмотрим управление динамической многомерной системой при непараметрическом и параметрическом уровне априорной информации. Пусть объект представляет собой динамическую систему, и описывается уравнением:

$$x_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k}, u_t, \dots, u_{2t}, \lambda_t, \xi_t) \quad (2.2.14)$$

Схема управления представлена на рисунке 2.21.

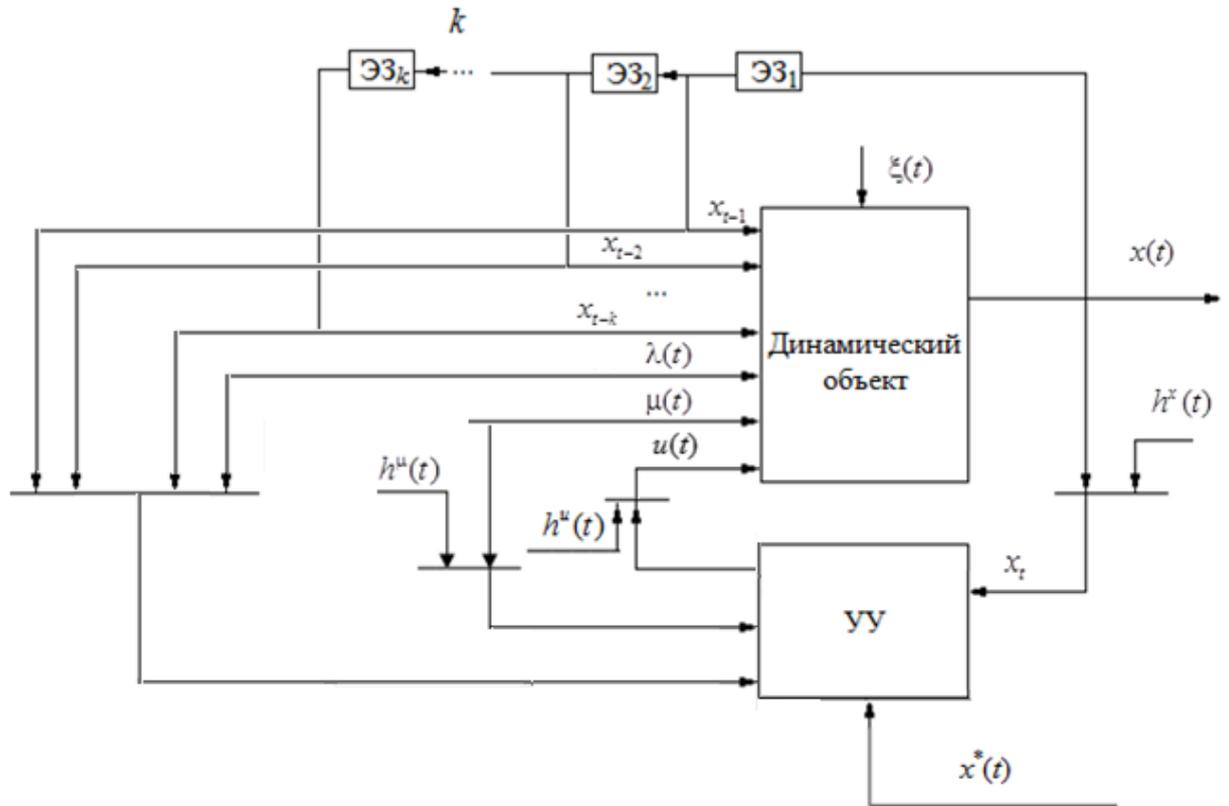


Рисунок 2.21 – Схема управления многомерным динамическим объектом при параметрическом и непараметрическом уровне априорной информации

В рассматриваемой ситуации входное управляющее воздействие представляет собой вектор $u = (u_1, u_2, \dots, u_m) \in R^m$. Управляющее воздействие u_1 , может быть выбрано произвольно из $\Omega(u_1)$. Для вычисления управляющего воздействия $u_{2,s}^*$ воспользуемся следующей формулой

$$u_{2,s}^* = \frac{\sum_{i=1}^s u_2^i \Phi\left(\frac{u_1 - u_1^i}{c_s^{u_1}}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-k}}{c_s}\right) \Phi\left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^{x_i}}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{\mu_{js} - \mu_{ji}}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u_1 - u_1^i}{c_s^{u_1}}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-k}}{c_s}\right) \Phi\left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^{x_i}}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{\mu_{js} - \mu_{ji}}{c_s}\right)}. \quad (2.2.15)$$

Управляющее воздействие u_2 вычисляется с учетом управляющего воздействия u_1 . В конечном счете, вычисление u_m производится в соответствии с формулой:

$$u_{m,s}^* = \frac{\sum_{i=1}^s u_m^i \prod_{l=1}^{m-1} \Phi\left(\frac{u_l - u_l^i}{c_s^{u_l}}\right) \Phi\left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^{x_i}}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-k}}{c_s}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{\mu_{js} - \mu_{ji}}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^s \prod_{l=1}^{m-1} \Phi\left(\frac{u_l - u_l^i}{c_s^{u_l}}\right) \Phi\left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^{x_i}}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-k}}{c_s}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{\mu_{js} - \mu_{ji}}{c_s}\right)}. \quad (2.2.16)$$

Расчет коэффициента размытости ядра c_s^u по каждой компоненте производится в соответствии со следующей формулой :

$$c_s^u = \rho |u_{s+1} - u^0| \quad (2.2.17)$$

где коэффициент $\rho > 1$, u^0 – точка из выборки $\{u_i\}, i = \overline{1, s}$, по своему значению наиболее близкая к значению точки u_{s+1} .

Таким образом, вычисление вектора управляющего воздействия $u = (u_1, u_2, \dots, u_m) \in R^m$ осуществляется покомпонентно.

Для вычислительного эксперимента был выбран объект, описывающийся уравнением вида:

$$x_t = 0.2 \cdot x_{t-1} - 0.4 \cdot x_{t-3} + u_{1t} + u_{2t} + u_{3t} + \mu_t + \lambda_t, \quad (2.2.18)$$

Переходная характеристика данного процесса представлена на рисунке 2.22:

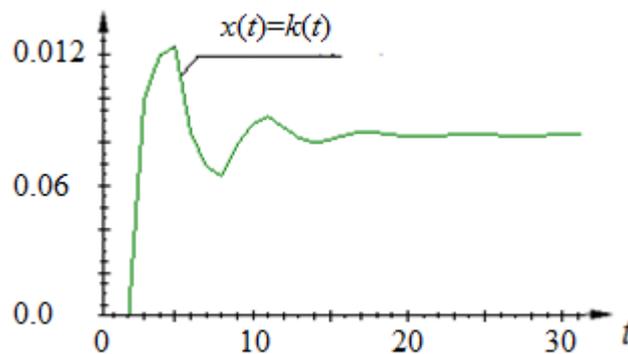


Рисунок 2.22 – Переходная характеристика процесса (2.2.18)

Входная неконтролируемая переменная равна: $\lambda(t) = 0.01 \sin(0.05 \cdot t)$, график переменной представлен на рисунке 2.23:

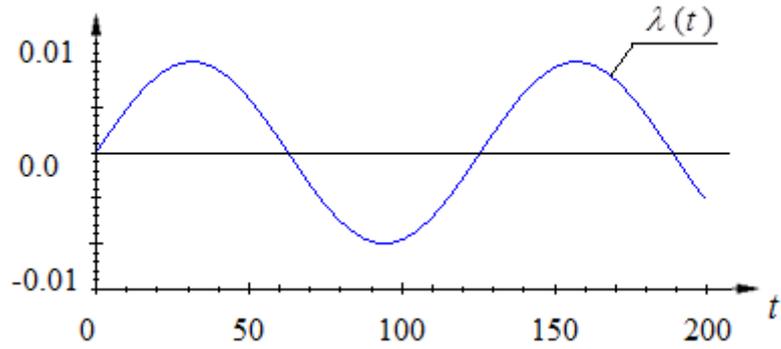


Рисунок 2.23 – Входная неконтролируемая переменная $\lambda(t) = 0.01 \sin(0,05 \cdot t)$

Входная контролируемая, но не управляющая переменная равна: $\mu(t) = 0.1 \sin(0,1 \cdot t)$, (рис. 2.24):

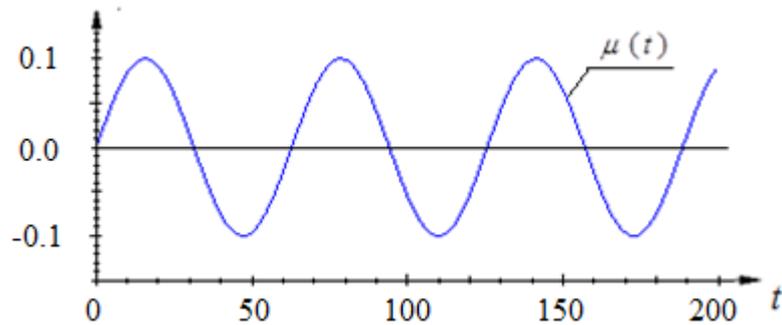


Рисунок 2.24 – Входная контролируемая не управляемая переменная $\mu(t) = 0.1 \sin(0,1 \cdot t)$

Так как управление u_1 может быть задано произвольным из $\Omega(u_1)$, то зададим его в виде уравнения: $u_1 = 0.3 \cos(0.2t)$, соответствующий график представлен на рисунке 2.25:

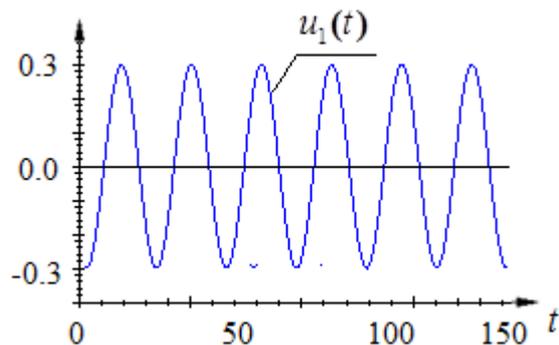


Рисунок 2.25 – Управляемое входное воздействие $u_1(t)$

Пусть задающее воздействие имеет вид некоторой траектории. Результаты управления представлены на рисунке 2.26:

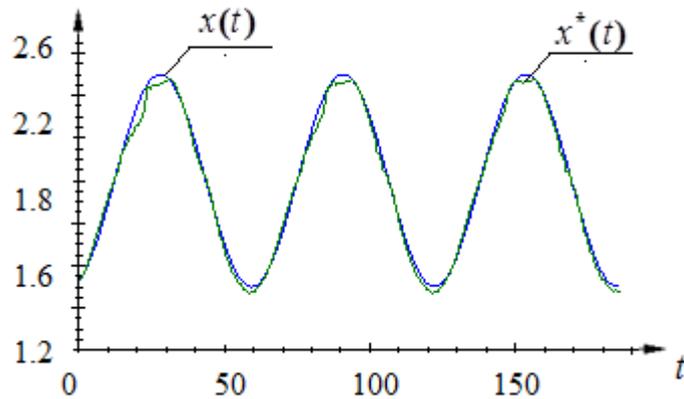


Рисунок 2.26 – Управление объектом (2.2.18) при задающем воздействии, имеющем вид траектории

Относительная ошибка регулирования для эксперимента, представленного на рисунке 2.26 равна $W_p=0,09$. Управляемые входные воздействия $u_1(t), u_2(t)$, вычисленные с использованием алгоритма (2.2.16), поступающие на вход исследуемого процесса изображены на рисунках 2.27, 2.28 соответственно.

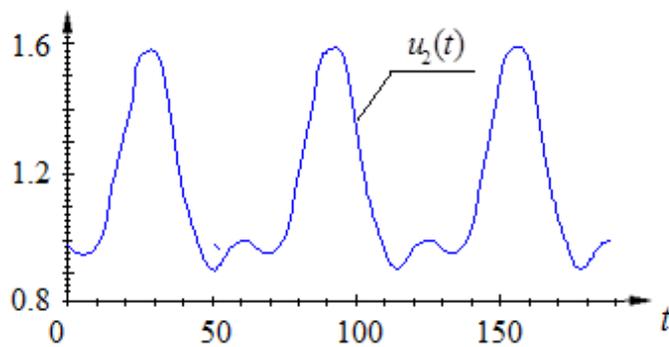


Рисунок 2.27 – Управляемое входное воздействие $u_2(t)$

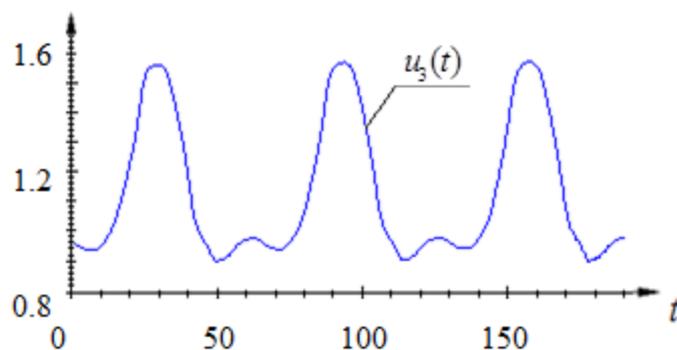


Рисунок 2.28 – Управляемое входное воздействие $u_3(t)$

Увеличим амплитуду и частоту колебаний неконтролируемой входной переменной, новое значение примет вид: $\lambda(t) = 0.2 \sin(0,1 \cdot t)$ (рисунок 2.29).

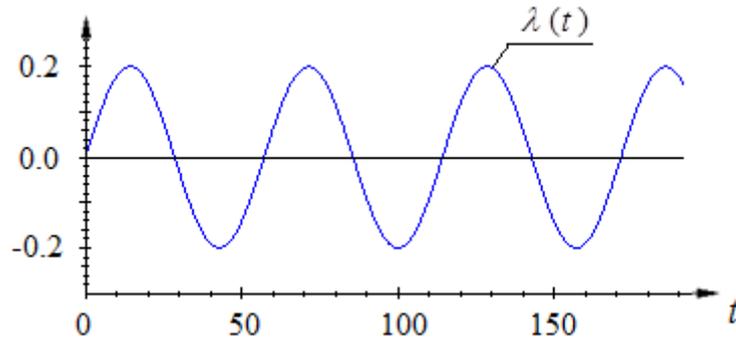


Рисунок 2.29 – Входная неконтролируемая переменная процесса $\lambda(t) = 0.2 \sin(0,1 \cdot t)$

Результаты управления при данном неконтролируемом воздействии представлены на рисунке 2.30. Задающее воздействие по-прежнему имеет вид траектории:

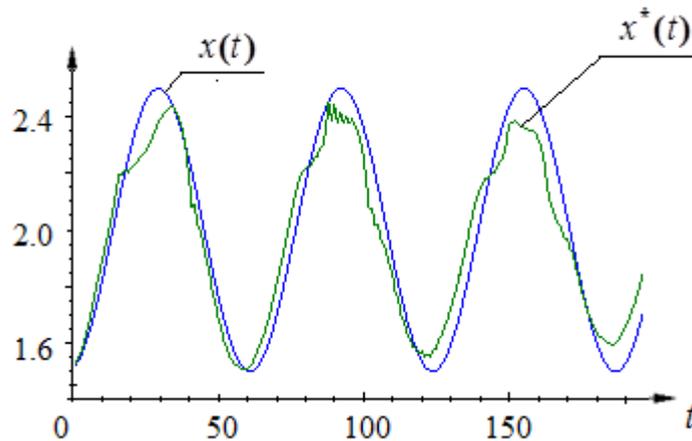


Рисунок 2.30 – Управление объектом (2.2.18) при $\lambda(t) = 0.2 \sin(0,1 \cdot t)$

Относительная ошибка регулирования для эксперимента, изображенного на рисунке 2.30 составляет $W_p=0.17$. При дальнейшем увеличении (больше, чем значения контролируемых переменных) неконтролируемой входной переменной $\lambda(t)$, непараметрический алгоритм дуального управления перестает справляться с задачей регулирования. Подобные условия проиллюстрированы на рисунках ниже. Пусть неконтролируемая переменная равна $\lambda(t) = 0.5 \sin(0,25 \cdot t)$ (рисунок 2.31):

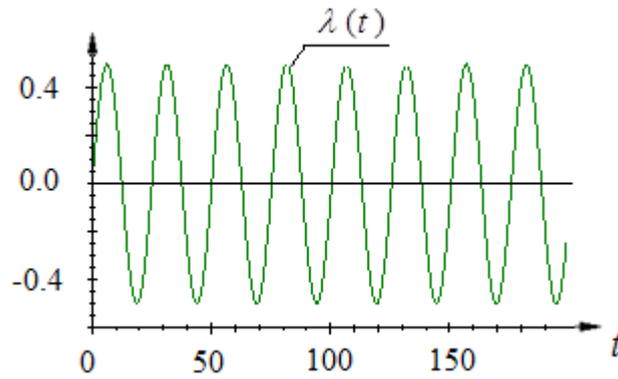


Рисунок 2.31 – Неконтролируемая входная переменная $\lambda(t) = 0.5 \sin(0,25 \cdot t)$

Результаты управления при неконтролируемом воздействии, представленном на рисунке 2.31, изображены на рисунке 2.32:

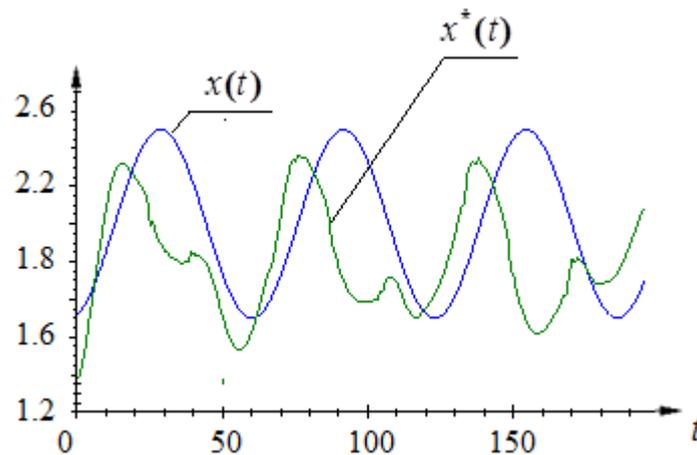


Рисунок 2.32 – Управление объектом (2.2.18) при $\lambda(t) = 0.5 \sin(0,25 \cdot t)$

Пусть задающее воздействие имеет вид ступенчатой функции. Входная неконтролируемая переменная равна: $\lambda(t) = 0.01 \sin(0,1 \cdot t)$, график переменной представлен на рисунке 2.33:

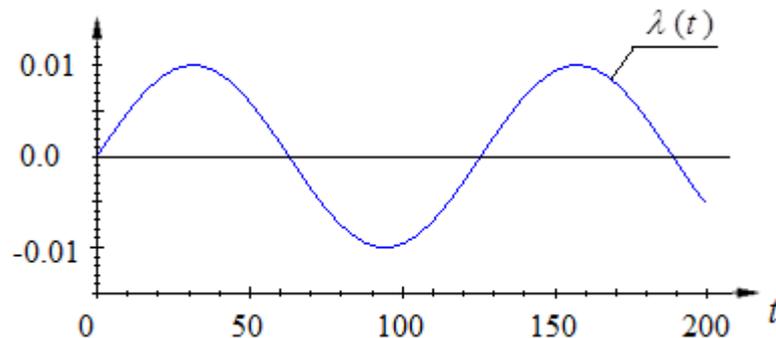


Рисунок 2.33 – Входная неконтролируемая переменная $\lambda(t) = 0.1 \sin(0,25 \cdot t)$

Входная контролируемая, но не управляемая переменная равна: $\mu(t) = 0.1\sin(0,1 \cdot t)$, (рис. 2.34):

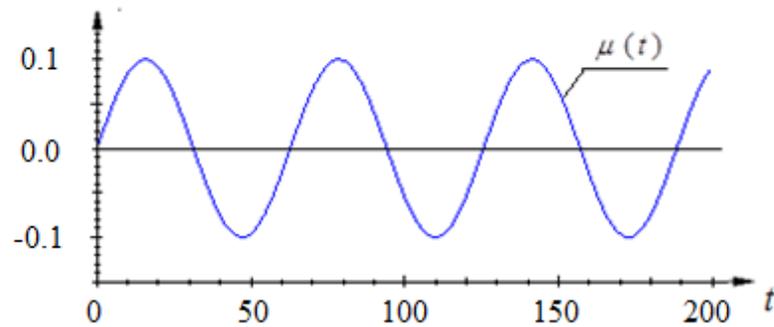


Рисунок 2.34 – Входная контролируемая не управляемая переменная $\mu(t) = 0.1\sin(0,1 \cdot t)$

Управление объектом (2.2.18) при вышеописанных условиях представлено на рисунке 2.35:

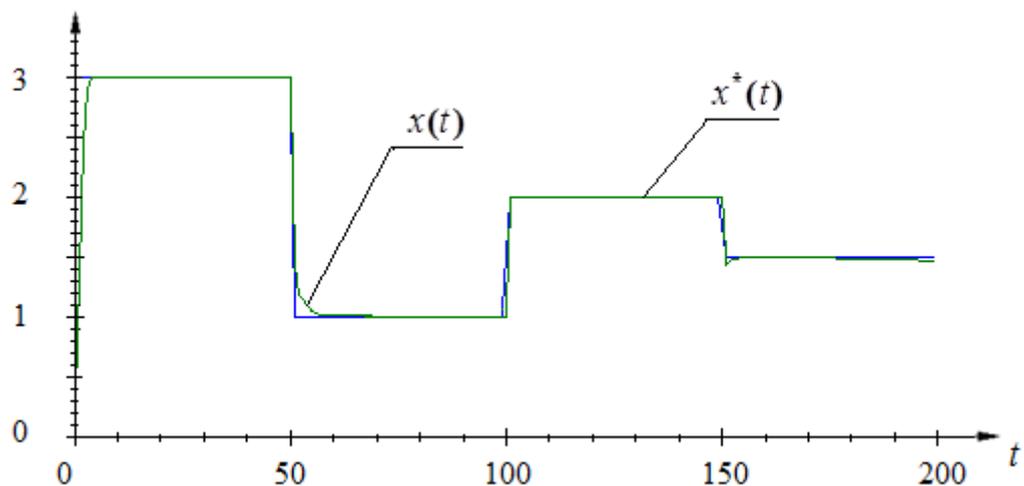


Рисунок 2.35 – Результаты управления, при задающем воздействии имеющим вид ступенчатой функции

Рассмотрим зависимость качества регулирования с использованием непараметрических алгоритмов дуального управления от уровня помех, действующих на объект. Пусть задающее воздействие имеет вид ступенчатой функции, внешняя помеха равна $\xi = 7\%$ (рисунок 2.36):

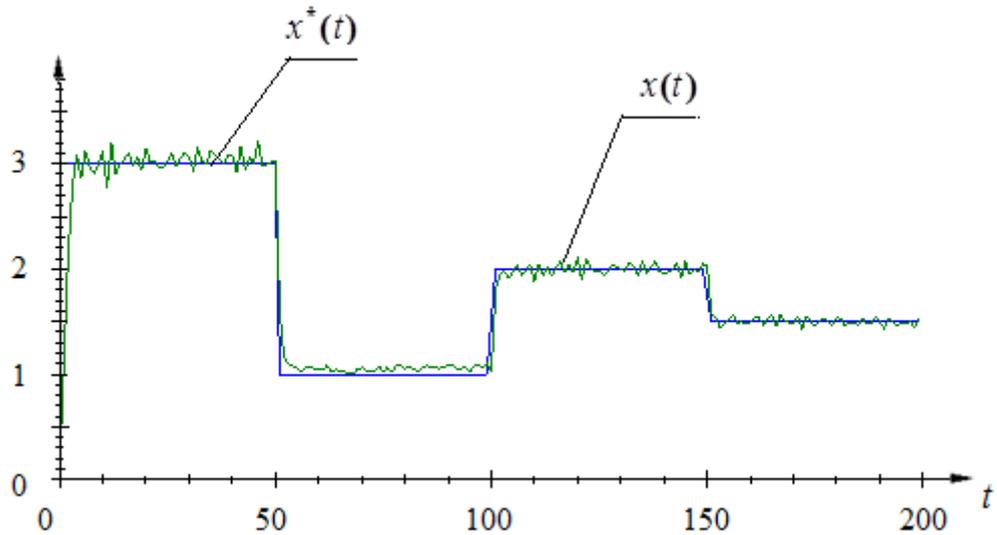


Рисунок 2.36 – Результаты управления, при задающем воздействии, имеющем вид ступенчатой функции, при внешней помехе $\xi = 7\%$

Относительная ошибка регулирования, для случая, представленного на рисунке 2.36 равна $W_p=0,17$. Как можно заметить из анализа рисунков 2.35-2.36, непараметрический алгоритм дуального управления устойчив к внешним воздействиям, хотя, естественно, ошибка регулирования возросла по сравнению с предыдущем случаем.

Увеличим влияние неконтролируемой входной переменной, новое значение примет вид: $\lambda(t) = 0.2 \sin(0,15 \cdot t)$ (рисунок 2.37).

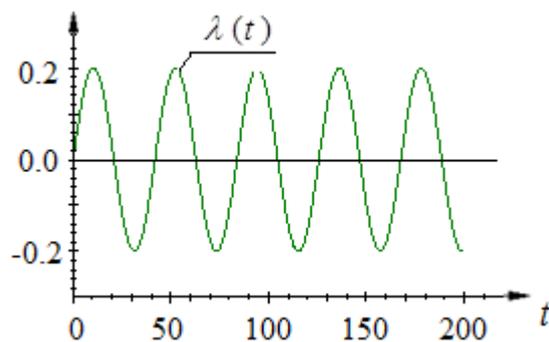


Рисунок 2.37 – Входная неконтролируемая переменная $\lambda(t) = 0.2 \sin(0,15 \cdot t)$

Результаты управления при $\lambda(t) = 0.2 \sin(0,15 \cdot t)$ представлены на рисунке 2.38:

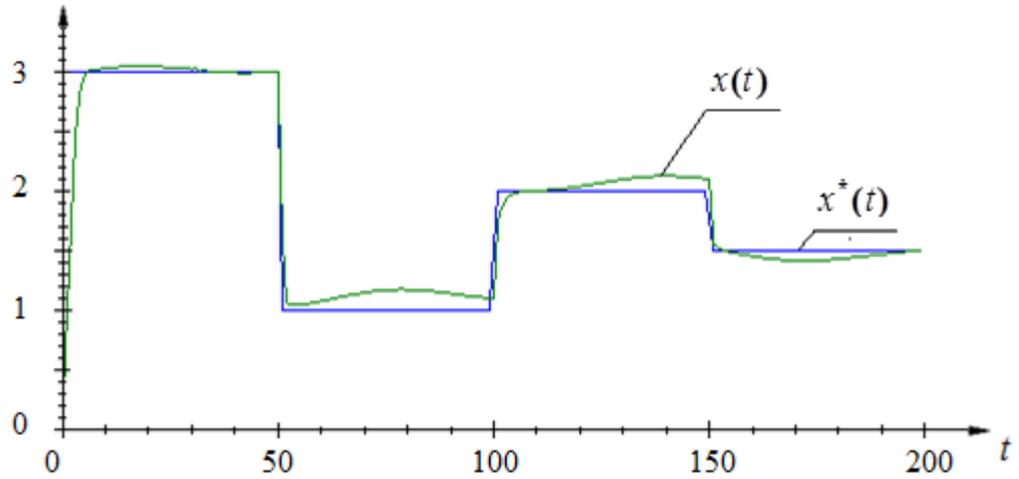


Рисунок 2.38 – Управление объектом (2.2.18) при задающем воздействии, имеющем вид ступенчатой функции, $\lambda(t) = 0.2 \sin(0,15 \cdot t)$

Увеличим амплитуду и частоту колебаний неконтролируемой переменной $\lambda(t) = 0.5 \sin(0,2 \cdot t)$ (рисунок 2.39). Результаты управления при данных условиях представлены на рисунке 2.40:

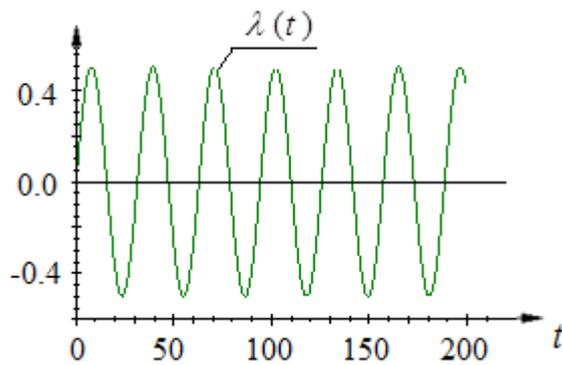


Рисунок 2.39 – Неконтролируемая входная переменная $\lambda(t) = 0.5 \sin(0,2 \cdot t)$

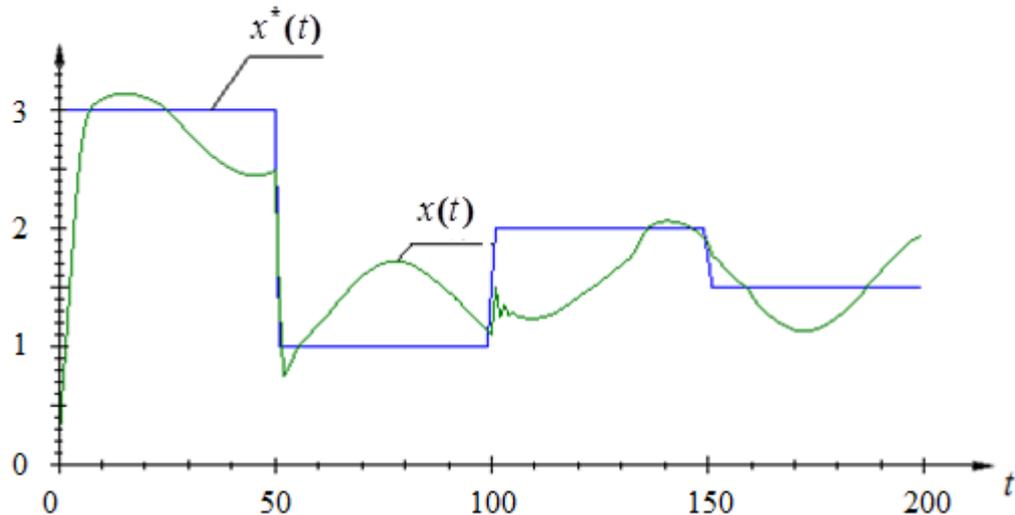


Рисунок 2.40 –Управления процессом при значительном увеличении неконтролируемой переменной равной $\lambda(t) = 0.5 \sin(0,2 \cdot t)$ и задающем воздействии, имеющем вид ступенчатой функции

Также, как и в экспериментах, приведенных в первой главе, при значительном увеличении влияния входной неконтролируемой переменной $\lambda(t)$ на выход объекта $x(t)$, в частности в данном случае увеличение амплитуды и частоты колебаний, точность прогноза модели и, как следствие этого, качество управления значительно снижается. Дальнейшее увеличение $\lambda(t)$ приводит к ситуации, когда управление объекта становится невозможным. На сегодняшний день единственным способом повышения качества и точности управления является введение дополнительных средств контроля.

2.3 Многоконтурные системы непараметрического управления

Отличительной особенностью замкнутых систем регулирования является наличие хотя бы одного контура обратной связи, которая называется главной обратной связью [61]. Как уже отмечалось ранее, в системах автоматического управления под термином обратная связь понимается воздействие результатов функционирования какой-либо системы (объекта) на характер этого функционирования [24]. То есть в такого рода системах управления при формировании управляющих воздействий $u(t)$ используется информация об отклонениях фактического выхода объекта $x(t)$ от задающего воздействия $x^*(t)$. При этом система управления, которая имеет только одну (главную) обратную связь, то есть один контур управления называется соответственно одноконтурной системой управления.

Большинство современных систем автоматического регулирования помимо главной обратной связи имеют одну или даже несколько дополнительных. Таким образом, многоконтурной системой автоматического управления называется система, которая содержит два или более контуров, по которым осуществляются связи между различными возмущающими воздействиями, с целью реализации управленческих функций. Математическое описание многоконтурных систем автоматического управления выполняется в виде отдельных уравнений всех рассматриваемых контуров. Введение дополнительных контуров управления связано с реализацией той или иной функции, к которым могут относиться, например, функции идентификации системы, настройки параметров, компенсации возмущений и другие функции [24]. Ниже будут рассмотрены задачи, решение которых получено с использованием введения дополнительных контуров управления.

В настоящее время, широко распространенными типами регуляторов при управлении различными процессами являются устройства управления, в основе которых лежит использование стандартных законов регулирования (П, ПИ, ПИД регуляторы и их разновидности). Следует отметить, что в ряде случаев качество управления при использовании подобных систем оказывается недостаточно эффективными. В основном это вызвано двумя основными факторами. Во-первых, типовые регуляторы при формировании управляющих воздействий $u(t)$ используют информацию об отклонении выходной величины $x(t)$ от задающего воздействия $x^*(t)$, при этом данные о неуправляемых входных воздействиях $\mu(t)$, которые также влияют на выход процесса $x(t)$, часто не учитываются. Во-вторых, типовые регуляторы, не являются обучающими, адаптивными. Это означает, что при переводе объекта от одного задающего воздействия к другому, регулятор не будет улучшать своих рабочих характеристик. Это значительно увеличивает время перерегулирования, и как следствие, повышает возможность выхода за пределы технологического регламента. Но и исключение из общей схемы управления типовых регуляторов в большинстве случаев не является целесообразным. Это связано с тем, что типовые регуляторы, широко используемые в промышленности, являются, в большинстве своем, аналоговыми, а, следовательно, наиболее надежными по сравнению с цифровыми устройствами. Следует отметить также, что в некоторые технологические объекты уже содержат в себе встроенные типовые регуляторы, демонтаж и замена которых не выгодны, так как требует привлечения дополнительных денежных средств.

В связи с этим, остается актуальным вопрос о разработке новых управляющих систем, позволяющих решить данные проблемы. С учетом вышеперечисленного представляется

целесообразным ввести внешний контур управления, содержащий адаптивное управляющее устройство, которое в процессе функционирования, улучшает рабочие свойства управляющей системы. Основная задача данного устройства управления – это корректирование работы типового регулятора. Введение внешнего контура позволит повысить качество управления существующей системы, без вывода из эксплуатации функционирующих типовых регуляторов. Таким образом, качество управления технологическим процессом повышается без потери надежности общей системы управления и привлечения дополнительных средств.

В условиях непараметрической неопределенности, когда на объект кроме управляющего воздействия поступает неуправляемая переменная μ_t , структура модели процесса может описана уравнением:

$$x_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k}, u_t, \mu_t). \quad (2.3.1.1)$$

Для изложения дальнейшего нам понадобится анализ следующей блок-схемы (рис.2.41).

регулятор (формирование управляющих входных воздействий продолжает осуществлять типовой регулятор). Разрабатываемое устройство управления будет введено как внешнее устройство по отношению к типовому регулятору.

В условиях, когда параметрическая структура объекта может быть частично параметризована в качестве модели процесса (2.3.1.1) может быть принята следующая непараметрическая оценка функции регрессии по наблюдениям $\{x_i, u_i, \mu_i, i = \overline{1, s}\}$

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \cdot \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \Phi\left(\frac{\mu_s - \mu_i}{c_s^\mu}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^x}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u_s - u_i}{c_s^u}\right) \Phi\left(\frac{\mu_s - \mu_i}{c_s^\mu}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^x}\right)}. \quad (2.3.1.2)$$

Если принять в качестве прямого оператора A выражение (2.3.1.2), то обратным оператором будет является выражение (2.3.1.3):

$$u_s^* = \frac{\sum_{i=1}^s u_i \cdot \Phi\left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{\mu_s - \mu_j}{c_s^\mu}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^x}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^x}\right) \Phi\left(\frac{\mu_s - \mu_j}{c_s^\mu}\right) \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{x_{s-j} - x_{i-j}}{c_s^x}\right)}. \quad (2.3.1.3)$$

Выражение (2.3.1.2) является слагаемым u_s^* из уравнения (2.2.2).

Для вычислительного эксперимента был выбран объект, описывающийся уравнением вида:

$$x_t = 0,2 \cdot x_{t-1} - 0,3 \cdot x_{t-2} + 0,4 \cdot x_{t-3} + 0,3\mu_t + u_t. \quad (2.3.1.4)$$

Пусть управление задано в виде уравнения: $u(t) = \sin(0,5 \cdot t)$, а неуправляемая, но контролируемая переменная равна: $\mu(t) = \cos(0,01 \cdot t)$. Построим модель объекта с помощью непараметрической модели (2.3.1.2). Результаты моделирования представлены на рисунке 2.42:

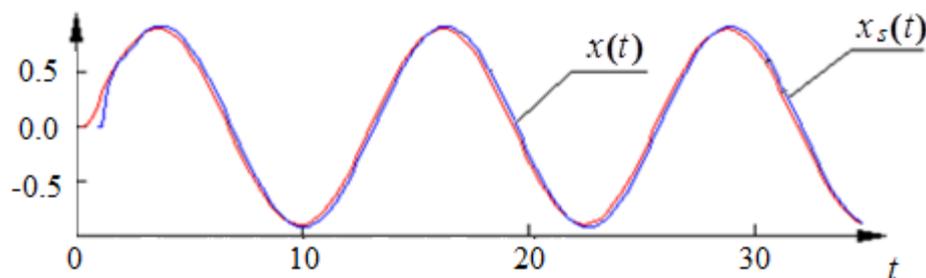


Рисунок 2.42 – Результаты идентификации процесса (2.3.1.4) при использовании модели (2.3.1.2)

На рисунке 2.42 $x_s(t)$ - выход модели объекта. Относительная ошибка моделирования равна $W=0,015$. В данном случае глубина памяти k является известной величиной. Как можно заметить из рисунка 2.42 и значения относительной ошибки моделирования W непараметрическая модель (2.3.1.2) успешно справляется с задачей идентификации.

В следующем эксперименте величина помехи, действующей на объект составляет $\xi = 5\%$. Управляющее воздействие задано в виде уравнения: $u(t) = 0.7 \sin(0,5 \cdot t)$. Результаты моделирования представлены на рисунке 2.43:

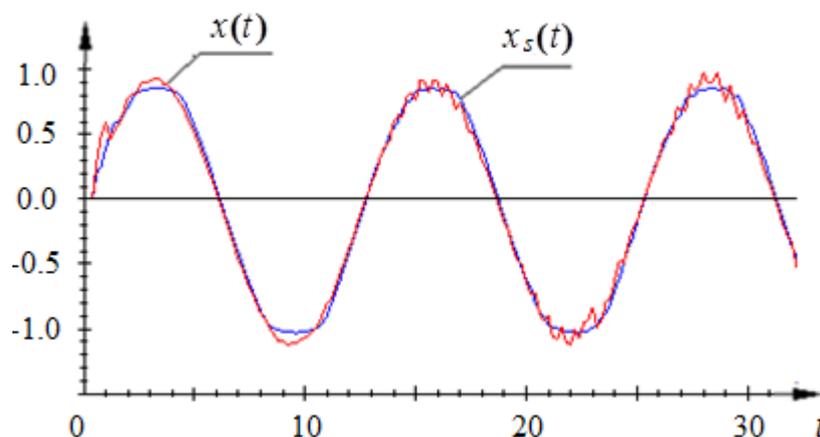


Рисунок 2.43 – Результаты идентификации процесса (2.3.1.4) при использовании модели (2.3.1.2) при помехе, действующей на объект, равной $\xi = 5\%$

Относительная ошибка моделирования для данного эксперимента равна $W=0,023$. Как можно заметить из рисунка 2.43 при использовании непараметрической оценки (2.3.1.2) можно получить достаточно точный прогноз выходной переменной даже при условии действия внешних помех ξ на процесс.

Сравним результаты управления двухконтурной системой, содержащей непараметрический адаптивный регулятор (2.3.1.3) с системой управления, которая содержит только типовой регулятор, в качестве которого был выбран ПИ – регулятор. Объем выборки (u_i, μ_i, x_i) равен 100. Приведем работу двух систем управления при изменяющемся задающем воздействии (рисунок 2.44).

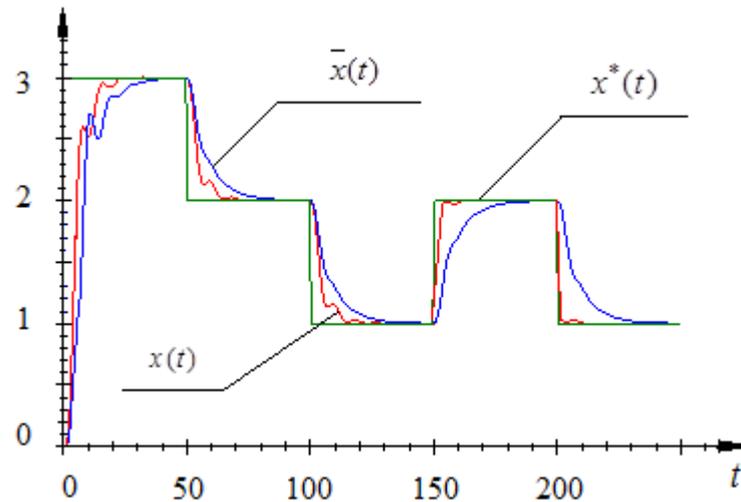


Рисунок 2.44 –Сравнение двухконтурной системы управления и системы, содержащей типовой ПИ - регулятор при задающем воздействии, имеющем вид ступенчатой функции

На рисунке 2.44 приняты следующие обозначения: $x(t)$ - значение выходной переменной объекта, при управлении двухконтурной системой, содержащей непараметрический адаптивный регулятор, $\bar{x}(t)$ - значение выходной переменной объекта, при управлении ПИ – регулятором, $x^*(t)$ - задающее воздействие. Ошибка регулирования в случае двухконтурной схемы равна $W_p=0,07$, для ПИ-регулятора ошибка возрастает до $W_p=0,21$.

На рисунке 2.45 представлены графики задающего воздействия для ПИ – регулятора $x^{**}(t)$ и задающего воздействия для двухконтурной схемы управления $x^*(t)$. Напомним, что задающее воздействие $x^{**}(t)$ для типового ПИ регулятора формирует внешний контур управления, содержащий непараметрический адаптивный регулятор.

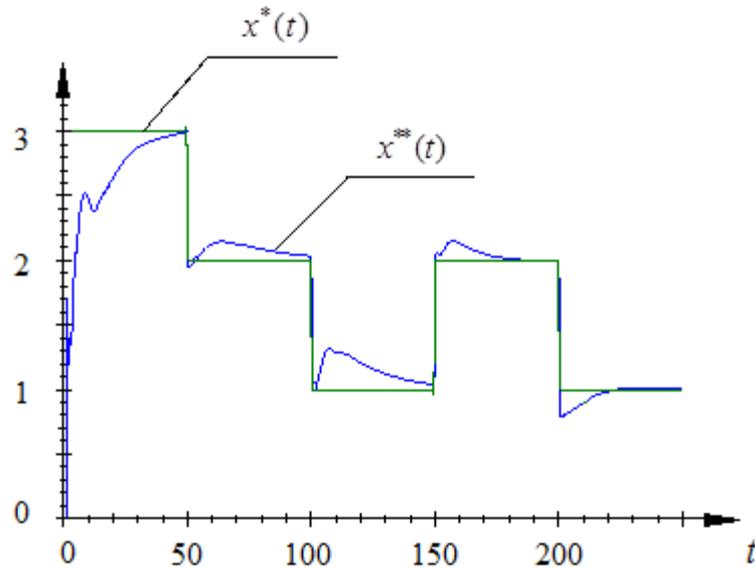


Рисунок 2.45 – Графики $x^*(t)$ и $x^{**}(t)$ при задающем воздействии, имеющим вид ступенчатой функции

Как видно из рисунка 2.45, при переводе задающего воздействия $x^*(t)$ для двухконтурной системы управления от одного значения к другому, непараметрический адаптивный регулятор изменяет задающее воздействие $x^{**}(t)$, что позволяет типовому ПИ-регулятору быстрее достигать желаемого значения выходной переменной, что в конечном итоге приводит к уменьшению времени регулирования у типового ПИ – регулятора.

На рисунке 2.46 показано сравнение двух систем управления при задающем воздействии, имеющем вид траектории

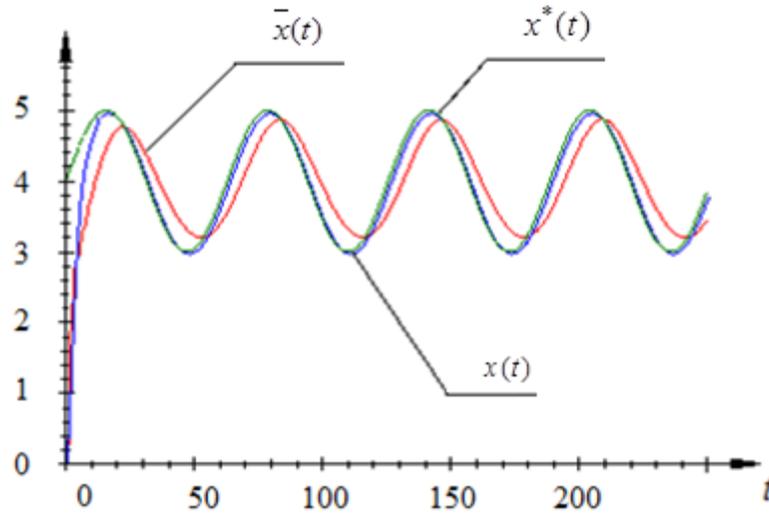


Рисунок 2.46 – Сравнение двухконтурной системы управления и системы, содержащей типовой ПИ - регулятор при задающем воздействии, выбранном в виде траектории

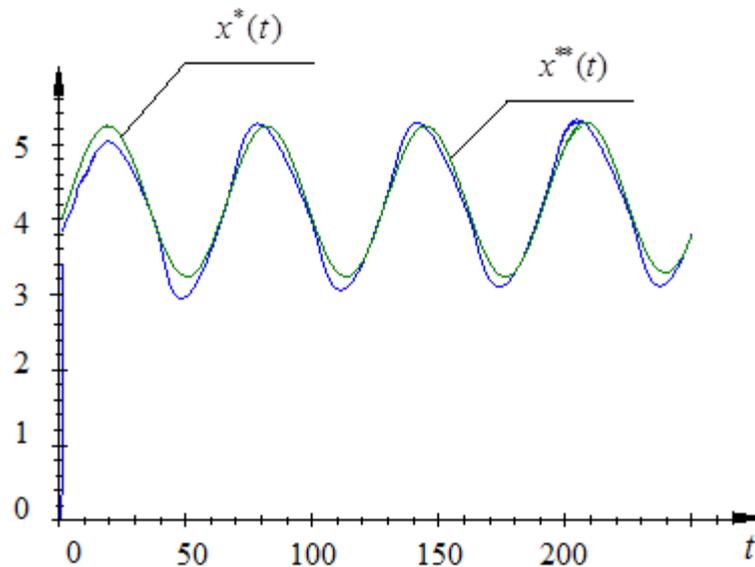


Рисунок 2.47 – Графики $x^*(t)$ и $x^{**}(t)$ при задающем воздействии, имеющим вид траектории

Из рисунков 2.45 – 2.47 можно сделать вывод, что внешний контур управления корректирует типовой ПИ- регулятор путем изменения задающего воздействия $x^{**}(t)$, что приводит у более точному ведению управления в сравнении с системой управления, содержащей только типовой ПИ – регулятор.

Несмотря на то что, большинство технологических объектов относятся к классу устойчивых объектов, часто в качестве предмета автоматизации выступают динамически неустойчивые объекты управления. Примерами таких задач в технике являются управление статистически неустойчивым летательным аппаратом, управление обратным маятником в механике и другие. Неустойчивые объекты характеризуются возрастанием выходной величины $x(t)$ при сколь угодно малом входной воздействию $u(t)$. Важность управления неустойчивым объектом заключается в том, что при выходе из строя автоматической системы управления неустойчивый объект может представлять собой существенную угрозу, опасность и для человека, и для окружающей среды.

Актуальность данной работы заключается в том, что проблема управления неустойчивой динамической системой решается в условиях, когда априорная информация не содержит сведений о параметрической структуре исследуемого объекта, то есть соответствует уровню непараметрической неопределенности. При решении задачи управления неустойчивым динамическим объектом возникает проблема обеспечения устойчивости системы автоматического управления [9]. Один из путей решения данного вопроса состоит в ведении стабилизирующих обратных связей, содержащих типовые алгоритмы регулирования. Наличие контура является необходимым структурным условием стабилизации неустойчивых объектов. Основное внимание в дальнейшем будет уделено построению непараметрического алгоритма управления неустойчивым динамическим объектом в условиях непараметрической неопределенности.

Ниже более детально проанализируем известные методы управления неустойчивыми системами. В работе [18] алгоритм регулирования неустойчивым объектом представляет собой аналитическое решение задачи синтеза алгоритма управления по квадратичному критерию и критерию устойчивости. Это решение получается выбором функции Ляпунова в виде квадратичной формы. В данном случае для получения аналитического решения необходима информация о параметрической структуре исследуемого объекта. В работе [32] алгоритм управления предполагает формирование обратных связей по состоянию, при которых обеспечивается заданное расположение полюсов замкнутой системы. Данный алгоритм применим только в условия параметрической неопределенности, так как при конструировании системы стабилизации используется неустойчивая линейная модель в виде соединения типовых звеньев с известными передаточными функциями. В [80] разработан подход управления линейными системами с одним входом и одним выходом с неустойчивой нулевой динамикой в условиях, когда априорная информация содержит сведения о параметрической структуре

объекта с точностью до параметров при неполной информации о векторах состояния. Идентификация параметров осуществляется в режиме реального времени. При решении задачи управления используются методы теории скользящих режимов при синтезе обратной связи. В [3] предложено решение задачи глобальной стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника, при этом уравнение движения маятника описывается нелинейным динамической системы третьего порядка, линеаризация которых приводит к неустойчивой системе третьего порядка с одним положительным вещественным корнем. Предложенный алгоритм управления включает в себя две стадии: раскачивание маятника по энергетическому алгоритму скоростного градиента, и стабилизация при помощи алгоритма управления со скользящим режимом. Еще одним примером управления типовым представителем структурно неустойчивых объектов обратным маятником является работа [17]. Также, как и предыдущем исследовании управление осуществляется в условиях параметрической неопределенности, так как для описания объекта используются дифференциальные уравнения движения маятника в виде уравнений Лагранжа. В качестве устройства управления здесь принята типовая структура системы с регулятором, на вход которого поступает информация о состоянии объекта, а с выхода снимается сигнал, пропорционально преобразуемый в управляющее воздействие на объект. В дальнейшем формируются решающие правила в виде нечетких высказываний, на основе которых формируется результирующее управляющее воздействие. Другими примерами рассматриваемых неустойчивых объектов являются аппараты вертикального взлета и посадки [90]. Для управления подобными объектами также необходимо их предварительное описание в виде математической модели, выраженной в виде определенной передаточной функции. Еще одним примером применения адаптивных алгоритмов управления неустойчивыми объектами в условиях параметрической неопределенности является разработка алгоритма дуального управления [94]. В данной работе для синтеза дуального регулятора применяется бикритериальный подход, в котором используется два критерия, которые соответствуют двум целям дуального управления: непосредственно управление объектом и повышение скорости оценивания параметров модели. В приведенных выше работах обязательным является выбор параметрической структуры модели или формирование гипотезы о наличии той или иной структуры. Совершенно ясно, что при работе с реальным процессом подобных моделей быть не может из-за эффекта неустойчивости. В этом случае, отсутствует обычный для идентификации этап, связанный с экспериментированием на объекте с целью построения модели процесса.

При применении идеализированной схемы управления, приведенной на рисунке 2.3. в 1.1. для управления неустойчивым объектом, возникает две основные проблемы. Во-

первых, оператор A – в условиях непараметрической неопределенности неизвестен, а во-вторых, в разомкнутом состоянии управлять неустойчивым объектом невозможно, так как неустойчивые системы характеризуются незатухающими переходными процессами. Это означает, что скорость изменения выходной величины в определенных режимах может возрасти теоретически неограниченно. Одним из путей приведения неустойчивых объектов к устойчивым, а, следовательно, и управляемому состоянию, состоит в охвате их отрицательной обратной связью (рис 2.48).

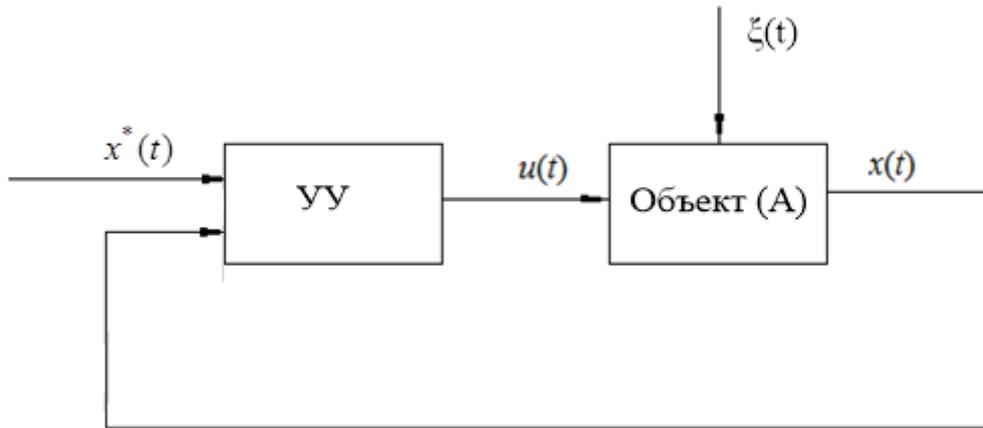


Рис. 2.48 Схема стабилизации неустойчивого динамического объекта

При этом, при стабилизации объекта важен выбор типового регулятора и соответствующих настроек. Эффективным средством стабилизации неустойчивого объекта является охват его отрицательной обратной связью и использование регуляторов с передаточными функциями, содержащими форсирующие множители. Передаточные функции ПИ-, ПИД- и ПД-регуляторов, а также инерционно-форсирующие звенья содержат форсирующие множители, обеспечивающие стабилизацию. В условиях непараметрической неопределенности их применение является наиболее оправданным.

Рассмотрим схему непараметрического дуального управления, представленную на нижеследующем рисунке 2.49:

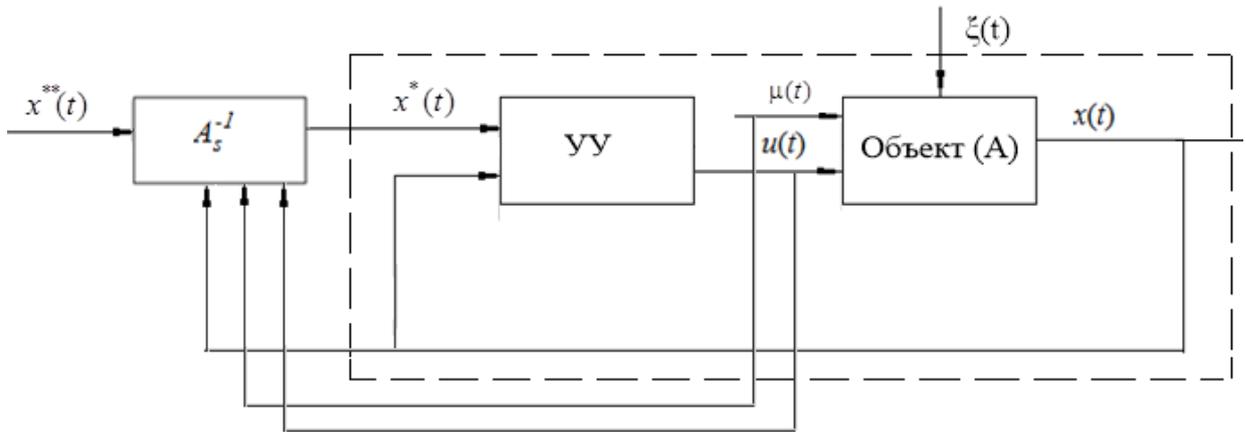


Рис. 2.49 – Схема непараметрического дуального управления

Здесь A_s^{-1} – непараметрическая оценка обратного оператора A^{-1} по выборке наблюдений «входных-выходных» переменных объема s , $x^{**}(t)$ – задающие воздействие для непараметрического регулятора. В своей совокупности эти два блока представляют собой приближение к идеальному регулятору, представленному на рисунке 2.3. В случае, когда операторы A и A^{-1} неизвестны для описания объекта целесообразным является использование непараметрической теории управления, подробно описанной в 2.2.

Вычислительный эксперимент. Для вычислительного эксперимента был выбран объект, описывающийся уравнением вида:

$$x_t = 2.021 \cdot x_{t-1} - 1.064x_{t-2} + 0.043u_t \quad (2.3.2.1)$$

Переходная характеристика разомкнутой системы представлена на рисунке 2.50.

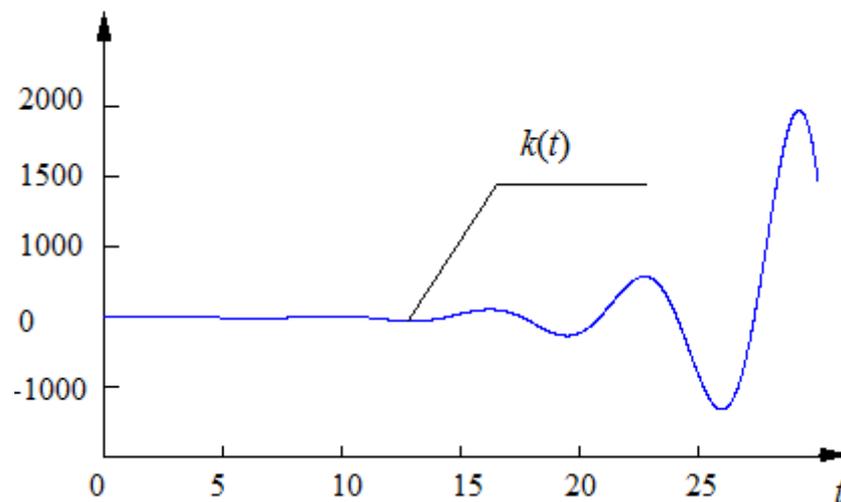


Рисунок 2.50 – Переходная характеристика неустойчивого объекта (2.3.2.1)

Как видно из рисунка 2.50 переходная характеристика объекта (2.3.2.1) является незатухающей, это означает, что данный объект относится к классу неустойчивых динамических объектов. Рассмотрим реакцию объекта на подачу на вход различных воздействий. Пусть на вход объекта поступают следующие входные величины:

$$u_1(t) = 5 - \exp(0.2t)$$

$$u_2(t) = \cos(0.3t) \quad (2.3.2.2)$$

$$u_3(t) = 0.2t$$

$$u_4(t) = \sin(0.3t)$$

Выходы объекта, при подаче соответствующих воздействий на вход представлены на рисунках 2.51-2.52:

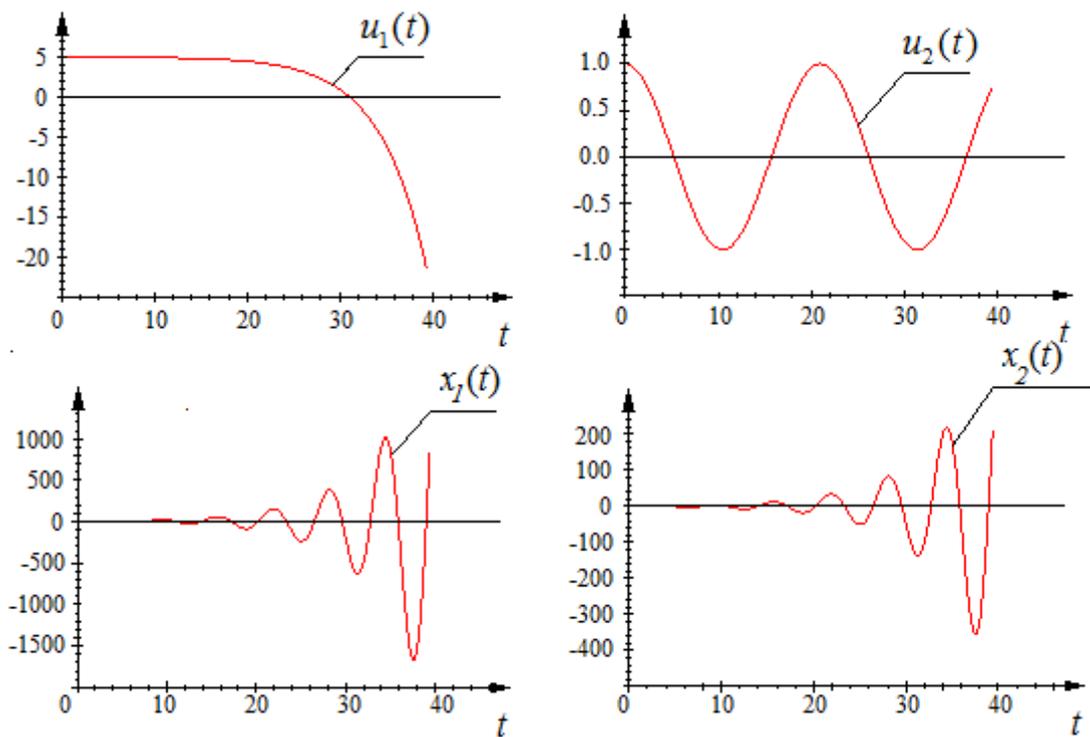


Рис.2.51 Реакция системы при подаче на вход воздействий $u_1(t), u_2(t)$

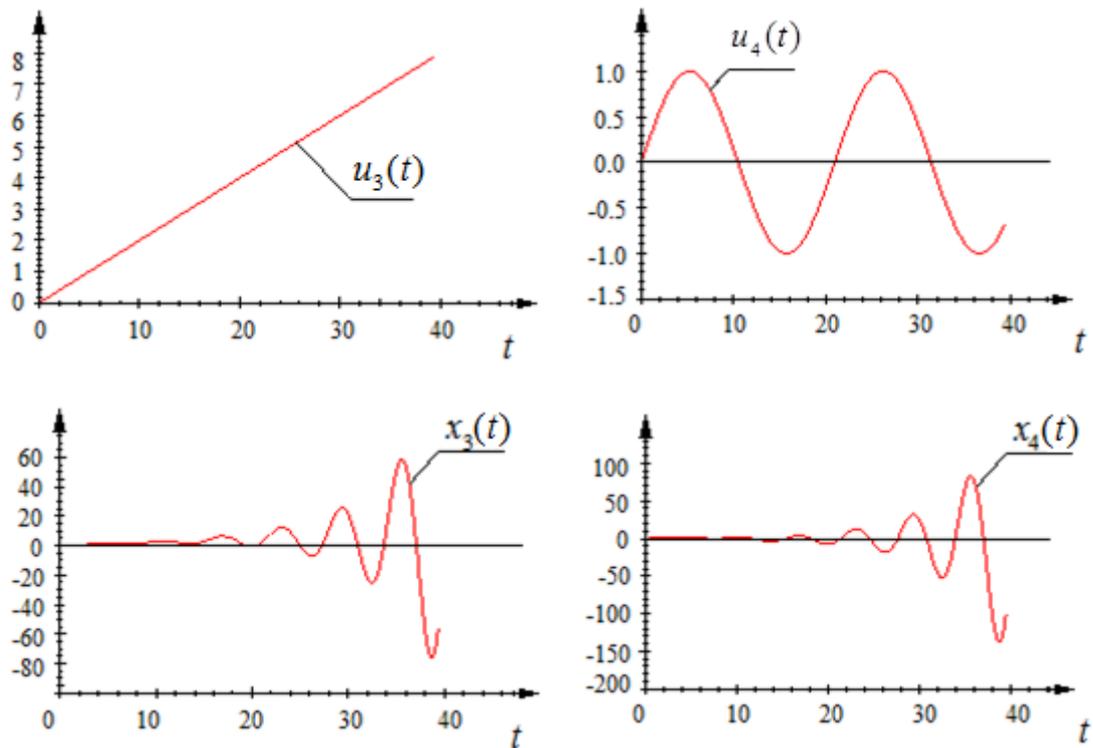


Рис.2.52 Реакция системы при подаче на вход воздействий $u_3(t), u_4(t)$

Из рисунков 2.51-2.52 можно сделать вывод, что подача на вход разомкнутой системы некоторого воздействия, независимо от характера возмущения (убывания или возрастания), вызывает увеличение регулируемой величины с возрастающей скоростью. Таким образом, разомкнутая схема регулирования, приведенная на рисунке 2.3 не подходит для управления объектом данного типа. Для ее дальнейшего применения, необходимо стабилизировать динамический объект путем охвата его отрицательной обратной связью с использованием ПИД регулятора. В данном вычислительном эксперименте, были приняты следующие коэффициенты ПИД регулятора: $\kappa = 10$, $T_i = 1$, $T_d = 1$. Реакция замкнутой системы на единичное ступенчатое воздействие представлена на рисунке 2.53:

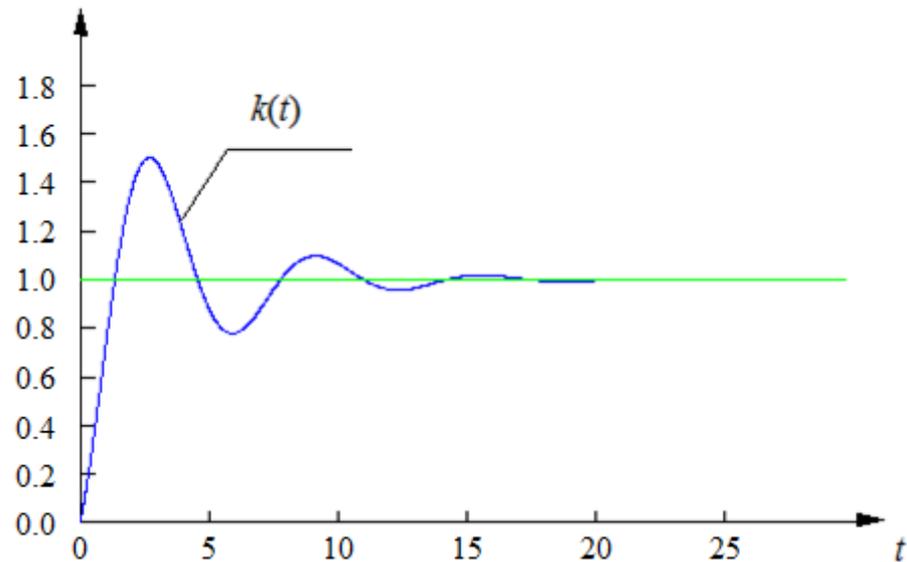


Рис. 2.53 Переходная характеристика замкнутой системы

Таким образом, введение обратной отрицательной связи, содержащий ПИД регулятор с соответствующим значениями параметров позволило привести изначально неустойчивый объект (2.3.2.1) к устойчивому виду.

Сравним результаты схемы управления, приведенной на рис. 2.49, содержащей непараметрический алгоритм управления (2.2.6) с одноконтурной схемой управления, в составе которой находится только ПИД регулятор (рис.2.48). Приведем работу двух алгоритмов управления при изменяющемся задающем воздействии (рисунок 2.54).

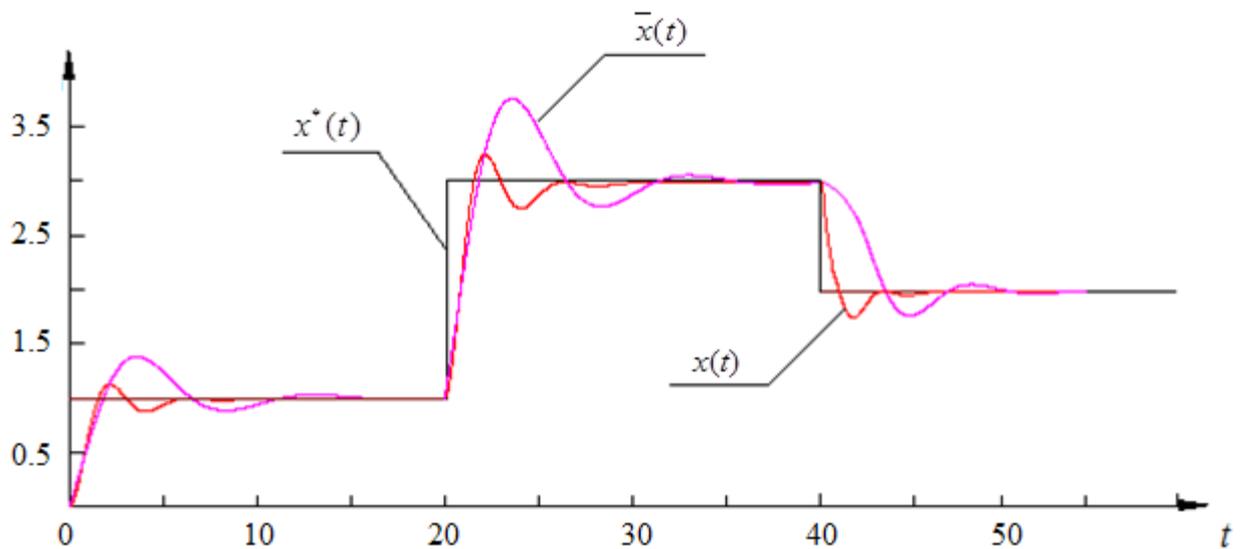


Рисунок 2.54 – Управление при задающем воздействии в виде ступенчатой функции

На рисунке 2.54 приняты следующие обозначения: $x(t)$ - выход объекта, при управлении непараметрическим регулятором, $\bar{x}(t)$ - выход объекта, при управлении ПИД – регулятором, $x^*(t)$ - задающее воздействие. Ошибка регулирования в случае непараметрического регулятора равна $W_p=0,11$, для ПИД-регулятора ошибка возрастает до $W_p=0,24$. Из анализа рисунка 2.54 и значений ошибки регулирования можно сделать вывод, что непараметрическому регулятору необходимо меньшее время для приведения объекта к цели при изменении задающего воздействия. Напротив, ПИД регулятор характеризуется большим временем регулирования. Рассмотрим случай, представленный на рисунке 2.55, когда задание имеет вид траектории $x^*(t) = \sin(t)$

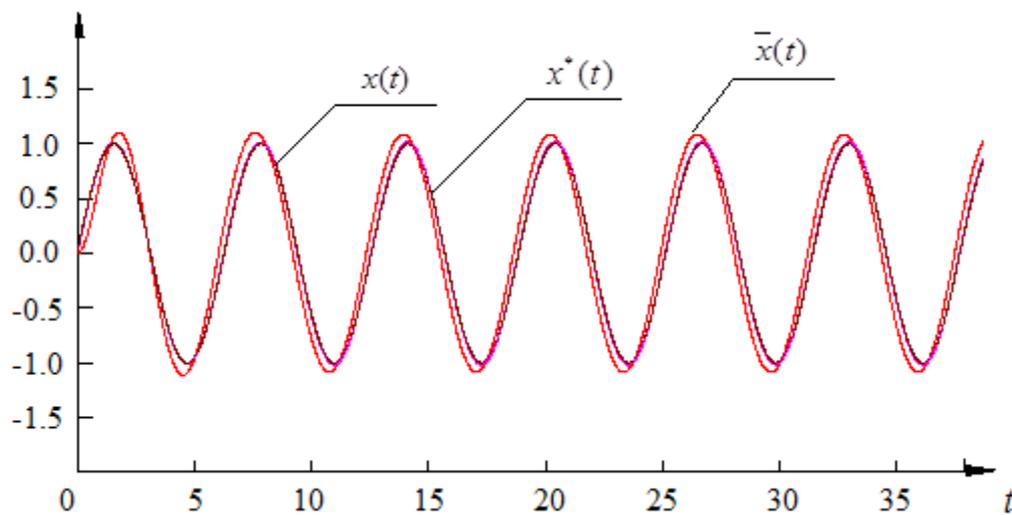


Рис.2.55 Управление неустойчивым процессом при задающем воздействии, принятом в виде траектории

Как мы можем заметить из рисунка 2.55, при управлении ПИД – регулятором выходная переменная объекта отстает от задающего воздействия, имеющего вид траектории. Напротив, непараметрический регулятор, сразу с первых тактов управления приводит объект к желаемому состоянию. Ошибка регулирования у непараметрического регулятора, в данном случае равна $W_p=0,07$, ПИД-регулятора – $W_p=0,23$.

Выводы

Вторая глава диссертационной работы посвящена проблеме управления динамическими процессами в условиях непараметрической неопределенности. В начале главы приводятся общие сведения о задаче управления, различных типах управляющих устройств, а именно типовых регуляторах, к которым относятся П, ПИ, ПИД регуляторы,

адаптивных устройств регулирования, а также некоторые сведения из теории дуального управления. Далее основное внимание уделяется построению непараметрических алгоритмов дуального управления при различных уровнях априорной информации. В условиях непараметрической неопределённости конструирование непараметрического алгоритма управления связано с оцениванием обратного оператора объекта по отношению к исходному интегралу Дюамеля, описывающему исследуемый процесс. Дальнейшее тесно связано с построением непараметрической оценки весовой функции, «снятой» на модели в направлении «выход-вход». В условиях, когда порядок разностного уравнения динамического процесса является известной величиной разработаны непараметрические алгоритмы в условиях частичной непараметрической неопределённости, показавшие в ходе вычислительного эксперимента достаточно высокое качество управления.

Во второй части настоящей главы обсуждаются проблемы использования многоконтурных систем управления. В первом случае рассматривается проблема двухконтурного управления дискретно - непрерывными процессами в условиях параметрической и непараметрической неопределенности. Актуальность этой задачи обусловлена тем, что при управлении динамическими процессами, типовые регуляторы сохраняются, но добавляется внешний контур управления, что существенно улучшает качество управления системы в целом. Достаточно подробно изложены результаты вычислительного эксперимента. Показано, что введение внешнего контура позволяет повысить качество регулирования процессом.

Далее рассматривается случай управления, в условиях, когда исследуемый объект изначально является неустойчивым. Показано, что для управления таким объектом сначала необходимо привести неустойчивый объект к устойчивому виду путем охвата его обратной отрицательной связью. В данном случае для стабилизации использовался типовой ПИД регулятор. Как видно из приведенных результатов вычислительных экспериментов введение предложенного алгоритма управления позволяет значительно повысить качество регулирования по сравнению с использованием одноконтурной системы управления, содержащей только типовой ПИД регулятор. К основным недостаткам данного метода следует отнести, тот факт, что в условиях непараметрической неопределённости, когда управления объекта или его передаточная характеристика неизвестны, невозможно использование различных критериев устойчивости при подборе настроек типовых регуляторов, что значительно усложняет стабилизацию неустойчивого объекта.

3. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ КИСЛОРОДНО-КОНВЕРТЕРНОЙ ПЛАВКИ СТАЛИ

3.1 Краткое описание технологического процесса

На сегодняшний день, одной из крупнейших отраслей промышленности в России является черная металлургия. Данная отрасль включает в себя добычу и обогащение руд черных металлов, в частности железной, хромовой и марганцевой руды, флюсовых известняков, огнеупорных глин, производств черных металлов, таких как чугун, углеродистая сталь, производство коксохимических материалов, ферросплавов и т.д. Основные виды продукции черной металлургии – руды, концентраты, окатыши, агломерат, чугун, сталь, горячекатаный и холоднокатаный прокат, стальные трубы, метизы и другие металлоизделия. Черная металлургия является основной базой развития машиностроения и многих других отраслей современной промышленностью. Отличительной чертой данного производства является материалоемкость и энергоемкость производственного процесса [77]. В связи с этими, можно сделать вывод, что разработка новых интеллектуальных программных решений, моделей, алгоритмов управления, позволяющих уменьшить расход материальных и энергетических ресурсов за счет их более оптимального использования, и, как следствие, снизить себестоимость конечной выпускающей продукции, является важной и актуальной задачей для данной отрасли промышленности.

ОАО «ЕВРАЗ Западно-Сибирский металлургический комбинат является крупнейшим российским поставщиком сортового металлопроката строительного, промышленного, транспортного назначения, метизов и товаров народного потребления, а также угольной продукции и продукции коксохимического производства. Выплавка стали на предприятии производится в конвертерах с последующей разливкой на машинах непрерывного литья заготовок (МНЛЗ). В состав сталеплавильного цеха входят плавильное отделение, отделение внепечной обработки и разливочный пролёт. Блок схема технологического процесса производства стали показана на рисунке 3.1.

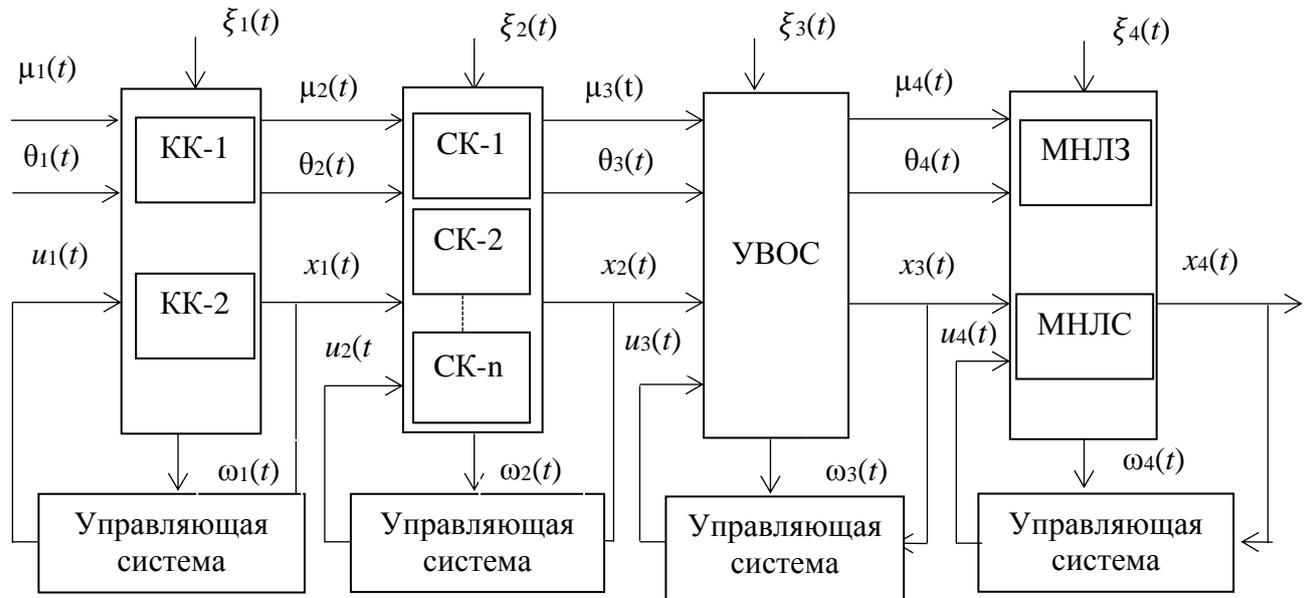


Рисунок 3.1 – Блок-схема технологического процесса производства стали

На рисунке 3.1 приняты следующие обозначения: u_1, \dots, u_4 - управляемые переменные процесса, μ_1, \dots, μ_4 - не управляемые, но контролируемые переменные процесса, x_1, \dots, x_4 - выходные переменные процесса, ξ_1, \dots, ξ_4 - внешнее возмущение, $\omega_1, \dots, \omega_4$ - дополнительные сведения о ходе процесса, используемые для управления, КК - кислородный конвертер, СК - сталеразливочный ковш, УВОС - установка внепечной обработки стали, МНЛС-машина непрерывного литья сляба, МНЛЗ-машина непрерывного литья заготовки. Числа рядом с обозначениями указывают на порядковый номер установки.

Общий процесс изготовления стали на предприятии представляет собой совокупность нескольких технологических этапов. Сначала сталь выплавляется в конверторах, затем после получения заданных температуры и содержания углерода осуществляют выпуск металла в сталеразливочный ковш (СК). Раскисление, науглероживание, легирование металла проводят на выпуске и в СК с последующей передачей на установку внепечной обработки стали (УВОС), которая может быть представлена одним или несколькими агрегатами (продувочный стенд, печь-ковш, вакуумная установка). На УВОС осуществляют корректировку химического состава, усреднение температуры и химического состава, дегазацию и модифицирование металла. Затем поверхность металла утепляют теплоизолирующей засыпкой и его передают на МНЛЗ. СК устанавливают на подъёмно-поворотный стенд и поворачивают его в позицию разлива. После открытия шиберных затворов металл поступает в предварительно разогретые промежуточные ковши (ПК) и начинается разливка.

Предметом изучения в третьей главе диссертационной работы стал кислородно-конвертерный цех №2 (ККЦ№2) подсистемы оперативного планирования выплавки, внепечной обработки и непрерывной разливки на сортовой машине углеродистой стали обыкновенного качества ОАО «ЕВРАЗ Западно-Сибирский металлургический комбинат».

Процесс производства стали в кислородном конвертере состоит из технологических операций по переработке жидкого чугуна и лома путем подачи в расплав технически-чистого кислорода, что обеспечивает удаление углерода и повышение температуры расплава [21]. Весь процесс можно разделить на этапы: загрузка лома, в наклонный конвертер через горловину при помощи завалочных машин ломового типа, заливка чугуна, продувка кислородом, загрузка шлакообразующих, слив стали и шлака. Конвертер представляет собой открытый сверху сосуд с огнеупорной внутренней поверхностью. В практике металлургического производства стали существует три схемы вдувания кислорода: сверху через погружаемую фурму, через расположенные в днище продувочные блоки и комбинированную. В данном случае, кислород подается через водоохлаждаемую фурму, которая вводится в металл сверху. Из-за высокой интенсивности продувки кислородом, продолжительность всей плавки в конверторах 100-350 тонн (с последующими операциями) занимает около 40-50 минут. Время окончания продувки кислородом определяется по показаниям газоанализатора, а также по количеству затраченного кислорода. Время окончания продувки может прогнозироваться исходя из данных о предыдущих плавках. По окончании продувки производится повалка конвертера - наклон конвертера в горизонтальное положение для выпуска готовой плавки, отбор проб металла и шлака, замер температуры термоблоком.

Управление и контроль переменных по ходу кислородно-конвертерной плавки являются важными этапами, обеспечивающими необходимый химический состав металла и его температуру, а также вес плавки. Несомненно, наличие высокоэффективных средств контроля и управления процессом позволяет рационально использовать материальные ресурсы при выплавке стали, в частности сокращают количество додувок и добавок охладителя, и как следствие понижают себестоимость конечного продукта. Цель управления кислородно-конвертерной плавки стали – это получение стали заданной марки по содержанию углерода. Таким образом задающим воздействием для системы управления кислородно-конвертерной плавки стали является заданное содержание углерода. Помимо этого значения также необходимо учитывать в качестве задания необходимую температуру стали, так как углерод характеризуется высокой скоростью выгорания, и даже перегрев на малое количество времени может привести к получению другой марки стали.

3.2 Непараметрические модели процесса кислородно-конвертерной плавки стали

Системы автоматического управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали проектируются, в основном, на базе статистических или детерминированных моделях. В первом случае, модель строится на основании накопленных в данных производственных условиях статистических материалах. Следует заметить, что для успешного функционирования статистических моделей важным является контроль измерений процесса. При недостатке соответствующих средств контроля входных-выходных переменных, статистические модели могут быть не информативны. Детерминированная модель плавки, в отличие от статистической, строится на основании фундаментальных законов и констант. Теоретической базой данного вида моделей явились исследования в области термодинамики и физической химии, в частности работы Дж. У. Гиббса [79]. На данном пути достаточную сложность представляют вопросы формализации процесса. Несмотря на то что, даже если в определенных условиях, можно добиться достаточно точного описания детерминированными уравнениями состояний, основную сложность составляет этап настройки параметров модели, которые будут зависеть от индивидуальных условий каждой плавки. В связи с вышесказанным, исследования в области идентификации и моделирования конвертерной плавки, разработки новых компьютерных решений в этой области на сегодняшний день остаются актуальными.

Общая схема идентификации процесса кислородно-конвертерной плавки стали представлена на рисунке 3.2.

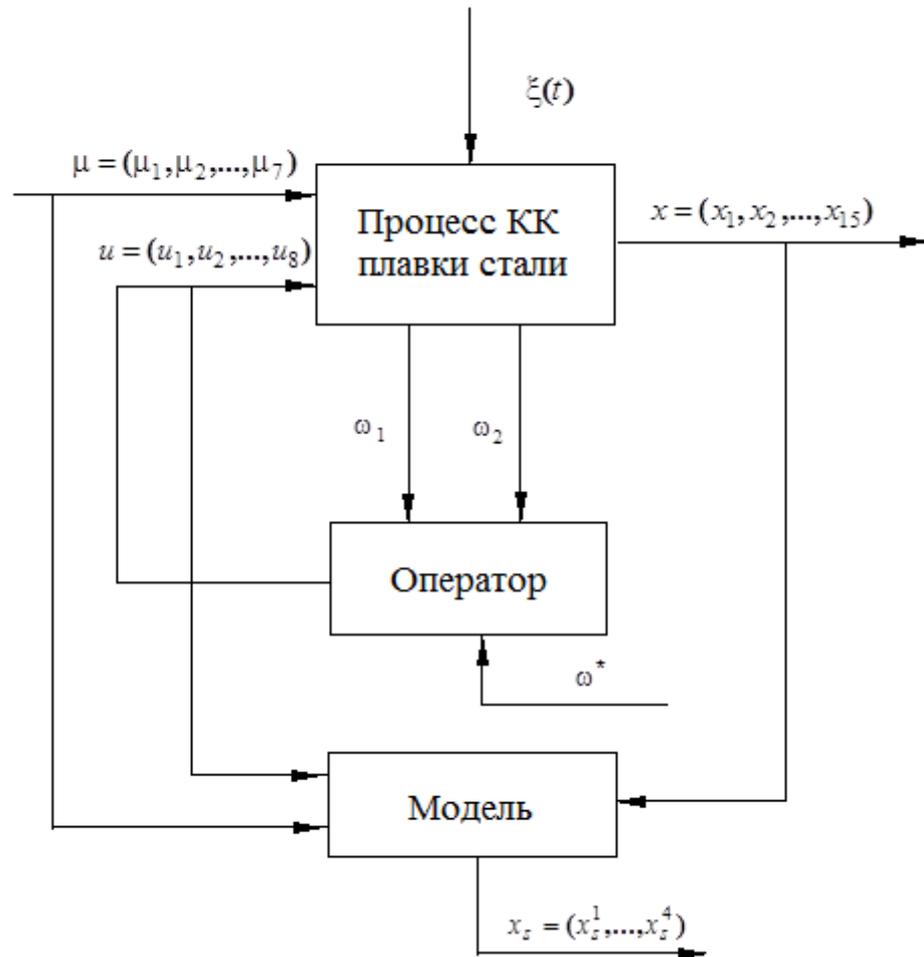


Рисунок 3.2. - Схема идентификации процесса кислородно-конвертерной плавки стали

На рисунке 3.2 приняты обозначения: $u = (u_1, u_2, \dots, u_8)$ - управляемые переменные процесса, $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_7)$ - входные переменные процесса, $x = (x_1, x_2, \dots, x_{15})$ - выходные переменные процесса, переменные ω_1 и ω_2 представляет собой дополнительные сведения о ходе процесса, которые оператор использует для управления, ω^* - задающие воздействие для оператора, $\xi(t)$ - внешнее возмущение, $x_s = (x_s^1, \dots, x_s^4)$ - модель процесса.

Для исследования процесса кислородно-конвертерной плавки использовалась выборка «входных-выходных» переменных $\{u_i, \mu_i, x_i\}, i = \overline{1, 200}$, где $u = (u_1, u_2, \dots, u_8)$, $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_7)$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_{15})$. Выборка представляла собой измерения, полученные при выплавке стали марки GT в ККЦ№2 ОАО «ЕВРАЗ Западно-Сибирский металлургический комбинат».

Процесс кислородно-конвертерной плавки стали относится к классу динамических процессов, однако вследствие недостатка соответствующих средств контроля «входных-выходных» переменных в работе рассматривается как безынерционный процесс с запаздыванием.

Для процесса кислородно-конвертерной плавки стали управляемыми переменными являются: $u_1(t)$ - садка, т., $u_2(t)$ – известь т., $u_3(t)$ – электродный бой т., $u_4(t)$ – флюс ФОМИ т., $u_5(t)$ – агломерат офлюсованный т., $u_6(t)$ – уголь ССО т. В качестве контролируемых неуправляемых по ходу плавки переменных $\mu(t)$ выступают: $\mu_1(t)$ (расход чугуна, т.), химический состав заливаемого чугуна, (%) ($\mu_2(t)$ – кремний Si, $\mu_3(t)$ – магний Mn, $\mu_4(t)$ – сера S, $\mu_5(t)$ – фосфор P), $\mu_6(t)$ (температура чугуна, C°), $\mu_7(t)$ (расход лома, т.). К помехам $\xi(t)$, действующим на процесс, можно отнести состояние сталевыпускного отверстия, качество лома, угар, усвоение присадок и др. Выходная переменная $x(t)$: химический состав металла на повалке, (%) ($x_1(t)$ – алюминий Al, $x_2(t)$ – углерод C, $x_3(t)$ – магний Mn, $x_4(t)$ – сера S, $x_5(t)$ – фосфор P), химический состав конечного шлака на повалке, (%) ($x_6(t)$ – CaO, $x_7(t)$ – SiO₂, $x_8(t)$ – FeO, $x_9(t)$ – MgO, $x_{10}(t)$ – Al₂O₃, $x_{11}(t)$ – S, $x_{12}(t)$ – MnO, $x_{13}(t)$ – P₂O₅, $x_{14}(t)$ (температура металла на повалке, C°). Дополнительные сведения о ходе процесса, которые оператор использует для управления: ω_1 (состав конвертерных газов) и ω_2 (температура конвертерных газов, C°).

Для вычислительного эксперимента было построено 5 непараметрических моделей, вида (3.1) по важнейшим выходным переменным процесса: $x_1(t)$ (Алюминий), $x_2(t)$ (углерод C), $x_3(t)$ (марганец Mn), $x_4(t)$ (S сера), $x_5(t)$ (фосфор P). Объем выборки в данном случае был равен $s=250$.

$$x_s^t = \frac{\sum_{i=1}^{250} x_i \cdot \prod_{j=1}^8 \Phi \left(\frac{u_s^j - u_i^j}{c_s^{u^j}} \right) \prod_{q=1}^7 \Phi \left(\frac{\mu_s^q - \mu_i^q}{c_s^{\mu^q}} \right)}{\sum_{i=1}^{250} \Phi \prod_{j=1}^8 \Phi \left(\frac{u_s^j - u_i^j}{c_s^{u^j}} \right) \prod_{q=1}^7 \Phi \left(\frac{\mu_s^q - \mu_i^q}{c_s^{\mu^q}} \right)}. \quad (3.1)$$

Для оценки полученных моделей была использована квадратичная ошибка:

$$R_s = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (x_i - x_i^s)^2, \quad (3.2)$$

где x_i – измеренное значение выходной переменной, x_i^s – полученная оценка, R_s – квадратичная ошибка.

Непараметрические модели были построены в режиме «скользящего среднего» для выходных переменных $x_1(t) - x_5(t)$. Полученные результаты представлены в Таблице 2. В таблице показаны: квадратичная ошибка моделирования R_s (3.1), оценка дисперсии D_s выхода объекта x_i , а также ошибка прогнозирования $W = R_s / D_s$.

Таблица 5 – Результаты вычислительного эксперимента

Показатель Элемент	Ошибка R_s	Оценка дисперсии D_s выходной переменной x_i	Отношение W
Алюминий, Al (x_1)	0.0055	0,025	0.221
Углерод, C (x_2)	0.000542	0.000234	0.232
Марганец, Mn (x_3)	0.000205	0.000961	0.38
Сера, S (x_4)	0.000365	0.0000115	0.41
Фосфор, P (x_5)	0.0000093	0.0000179	0.52

Как видно из таблицы 2 относительная ошибка моделирования для переменной Алюминий, Al $x_1(t)$ равна $W = 0.221$. Это говорит об удовлетворительном качестве моделирования, а также о том, что данную модель возможно использовать в целях управления.

3.3 Управление процессом кислородно-конвертерной плавки стали

Существенным недостатком существующей на предприятии системы управления является то, что в процессе кислородно-конвертерной плавки стали выходные переменные $x(t)$ не контролируются в ходе выплавки, а становятся известны лишь на повалке при взятии пробы. В этой связи управление технологическим процессом по выходным переменным не осуществляется, хотя именно они определяют качество и, соответственно, стоимость выпускаемой продукции. На практике управление процессом осуществляется оператором в соответствии с показаниями газоанализатора ($\omega_1(t), \omega_2(t)$).

В ходе исследований может быть предложена следующая схема двухконтурная управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали (рисунок 3.3).

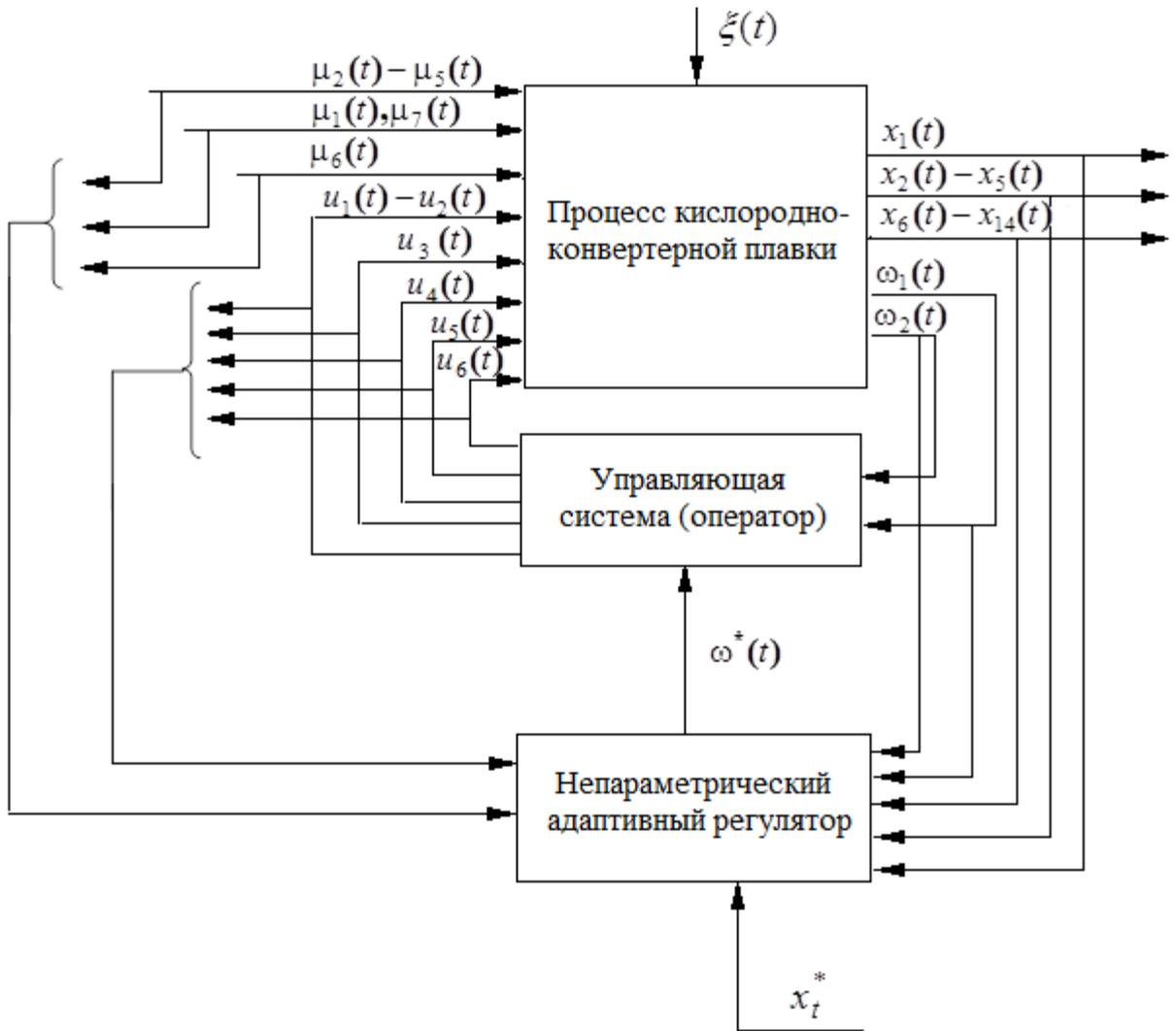


Рисунок 3.3 - Двухконтурная схема управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали

В предлагаемую схему введен внешний контур управления, содержащий непараметрический адаптивный регулятор. Особенностью данной схемы управления является способ включений внешнего контура в общую систему управления: предлагаемое устройство управление не будет заменять существующую систему управления (формирование управляющих входных воздействий продолжает осуществлять оператор). Непараметрический адаптивный регулятор введен как внешнее устройство по отношению к оператору. Алгоритм управления осуществляется по формуле (2.2.3), где u_s^* равно:

$$u_s^* = \frac{\sum_{i=1}^s u_i \cdot \prod_{q=1}^7 \Phi \left(\frac{\mu_s^q - \mu_i^q}{c_s^{\mu^q}} \right) \Phi \left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^x} \right)}{\sum_{i=1}^s \Phi \prod_{q=1}^7 \Phi \left(\frac{\mu_s^q - \mu_i^q}{c_s^{\mu^q}} \right) \Phi \left(\frac{x_{s+1}^* - x_i}{c_s^x} \right)}. \quad (3.3)$$

Основная задача данного устройства управления – это корректирование работы оператора, с целью повышения качества системы управления в целом.

3.4 Численные исследования

Полученные данные соответствуют случаю, когда существующая на предприятии система управления, а именно оператор уже производил управление процессом. В связи с этим, включение внешнего контура в соответствии с рисунком 3.4, а именно формирование непараметрическим адаптивным регулятором задающего воздействия $\omega^*(t)$ для оператора невозможно. В настоящем эксперименте внешний контур управления будет вычислять непосредственно управляющие воздействия $u(t)$.

В следствии сложности проведения вычислительных экспериментов по управлению непосредственно на конверторе, для верификации предложенных алгоритмов предлагается следующее численное исследование. Для вычисления управляющего воздействия \bar{u}_t в формуле (3.3) в качестве задающего воздействия будет выступать значение выхода объекта на определенном моменте времени t : $x_t = x_t^*$. Полученное входное управляемое воздействие \bar{u}_t в дальнейшем будет использоваться в непараметрической модели (3.1) для вычисления выхода модели в момент времени \bar{x}_t . Вычисленные значения \bar{u}_t, \bar{x}_t сравниваются с реальными значениями входной и выходной переменных u_t, x_t .

На рисунке 3.4 показаны эксперимент по вычислению управляемой переменной известь $u_3(t)$:

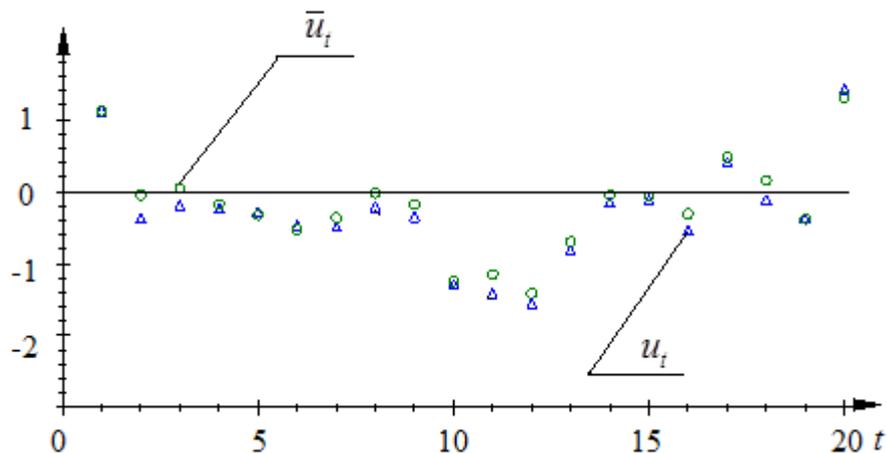


Рисунок 3.4 – Сравнение вычисленных управляющих воздействий процесса \bar{u}_t с реальными значениями u_t

Таблица 6 – Сравнение вычисленных входной и выходной переменных процесса с реальными данными

№	\bar{x}_t	x_t	\bar{u}_t	u_t
1	0,019	0,021	1,123	1,134
2	0,399	0,41	-0,046	-0,142
3	0,339	0,34	0,069	-0,091
4	0,569	0,53	-0,125	-0,128
5	0,681	0,69	-0,223	-0,210
6	0,270	0,23	-0,524	-0,504

Как показывают результаты численного исследования, вычисленные с использованием непараметрического алгоритма управления (3.3) и непараметрической модели (3.1) значения \bar{u}_t и \bar{x}_t практически совпадают с реальными значениями u_t , x_t в выбранный момент времени t , что говорит о том, что данные алгоритмы могут быть использованы для управления процессом кислородно-конвертерной плавки стали.

На рисунке 3.5 показаны результаты управления процессом для выходной переменной алюминий $x_1(t)$. В данном эксперименте до 25 такта, проиллюстрирована ситуация, когда процессом плавки управляет существующая на предприятии система управления (оператор), то есть приведены исходные данные. После 25 такта в систему управления добавляется внешний контур, формирующий управляющее воздействие $u_1(t)$ (расход садки, т.) в качестве задающего значения взята величина $x_1^* = 0,4$. Данная величина выбрана произвольно, в пределах заданного технологического регламента.

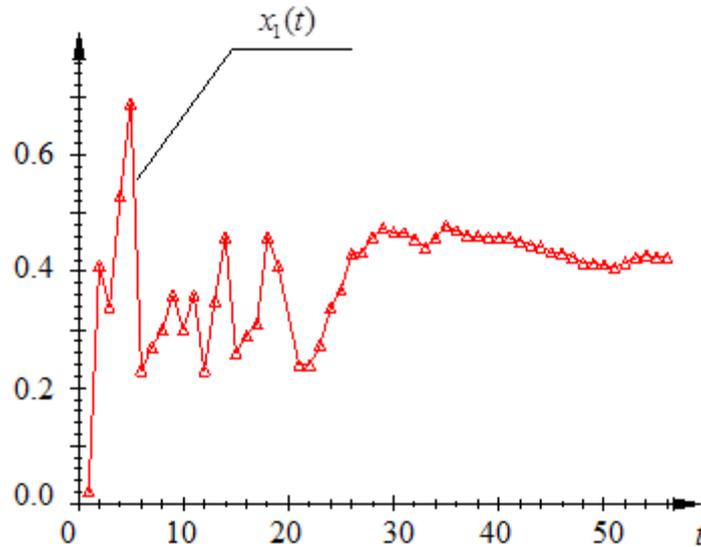


Рисунок 3.5 – Управления кислородно-конвертерной плавкой стали, выходная переменная алюминий $x_1(t)$

Из анализа рисунка 3.5 можно сделать вывод, что до включения в схему внешнего контура, управления процессом ведется в рамках технологического регламента, но достаточно в широком диапазоне. После добавления непараметрического адаптивного регулятора, фактический выход объекта практически совпадает со значением задающего воздействия, таким образом управление объектом ведется более качественно.

На рисунке 3.6 представлено управления кислородно-конвертерной плавкой стали, в качестве выходной переменной процесса взята переменная углерод $x_2(t)$. Задающее воздействие также как и в предыдущем случае выбрано произвольно из технологического регламента и равно $x_i^* = 0,05$.

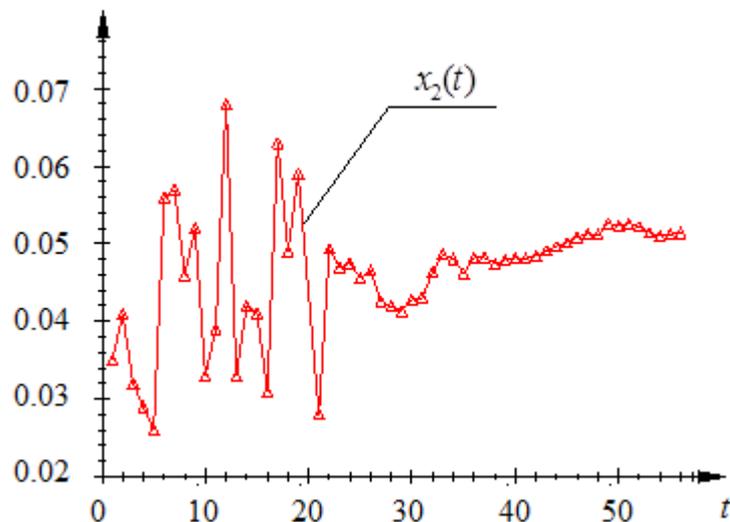


Рисунок 3.6 – Управления кислородно-конвертерной плавкой стали, выходная переменная углерод $x_2(t)$.

Из рисунка 3.6 также можно сделать вывод, что использование непараметрического адаптивного регулятора позволяет значительно повысить качество управления, без вывода из строя функционирующей на предприятии системы управления.

Выводы

В третьей главе данной диссертационной работы исследуется процесс кислородно-конвертерной плавки стали. Выборки входных-выходных переменных процесса были предоставлены для изучения и анализа ОАО «ЕВРАЗ Западно-Сибирский металлургический комбинат». В рамках настоящей главы были построены непараметрические модели по важнейшим выходным переменным процесса кислородно-конвертерной плавки стали, а именно по переменным: алюминий, углерод, марганец, сера и фосфор. Результаты данных расчётов показали невысокую точность непараметрических моделей. Главным образом это связано с недостатком соответствующих средств контроля переменных процесса, и как следствие малым объёмом выборки. Также следует отметить, что процесс кислородно-конвертерной плавки стали относится к динамическим процессам, но из-за отсутствия должного контроля входных-выходных переменных процесса рассматривается как безынерционный процесс с запаздыванием и соответственно для идентификации применяются статические модели. Безусловно, динамические модели в данном случае оказались бы более эффективными, поэтому одним из путей решения данной проблемы является создания новых приемов измерения (контроля).

Из анализа предоставленных предприятием данных было установлено, что, хотя процесс и осуществляется в соответствии с технологическим регламентом, но не рациональным образом. В основном это обусловлено тем фактом, что управление технологическим процессом непосредственно по выходным переменным не осуществляется, оператор, который выполняет функции управления принимает решение по выработке управляющих воздействий основываясь только на значениях косвенных переменных. Для улучшения качества управления была предложена двухконтурная схема регулирования, внешний контур которой содержит в себе адаптивное устройство управления. Приведенные численные исследования показали, что применение непараметрического алгоритма во внешнем контуре управления позволяет существенно улучшить ведение технологического процесса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе диссертационной работы был выполнен анализ существующих алгоритмов идентификации и управления динамическими объектами, приведены описания соответствующих алгоритмов, а также указаны условия и основные особенности применения для различных классов динамических систем, в результате чего были поставлены задачи повышения эффективности непараметрических алгоритмов идентификации и управления динамическими объектами. В рамках настоящей диссертационной работы был разработан и исследован непараметрический алгоритм определения структуры линейного динамического объекта, основанный на правиле выделения существенных переменных. Данный подход связан с определением оптимальных коэффициентов размытости ядерной функции при использовании непараметрической оценки функции регрессии по наблюдениям. В ходе проведения вычислительных экспериментов было выявлено, что задача определения структуры линейного динамического объекта более эффективно решается с использованием предлагаемого алгоритма по сравнению с известными алгоритмами определения порядка разностного уравнения линейного динамического объекта. В ходе работы был разработан непараметрический алгоритм идентификации динамических объектов, представляющий собой непараметрическую оценку функции регрессии по наблюдениям, в которой помимо входных воздействий учитываются также значения выхода объекта в предыдущие моменты времени. Разработанный алгоритм может быть применим как для линейных динамических объектов, так и для объектов, относящихся к категории нелинейных.

В работе была рассмотрена проблема адаптивного дуального управления. Предложен непараметрический алгоритм дуального управления динамическими объектами, основное отличие которого заключается в использовании информации о порядке разностного уравнения динамического объекта при вычислении управляющих воздействий. Задача управления динамическими объектами наиболее эффективно решается предложенным алгоритмом, по сравнению с типовыми алгоритмами регулирования, в частности ПИД – алгоритмом и квазиоптимальной по быстродействию системой управления высокого порядка. В результате проведения численных исследований была подтверждена эффективность разработанных непараметрических алгоритмов идентификации и управления динамическими объектами. Эксперименты проводились в условиях действия внешних помех, при задающих воздействиях различного вида.

Проведены исследования процесса кислородно-конвертерной плавки стали на примере работы кислородно-конвертерного цеха №2 ОАО «ЕВРАЗ Объединенный Западно-Сибирский металлургический комбинат». Численные исследования данного процесса показали, что управление процессом хотя и ведется в соответствии с технологическим регламентом, принятым на предприятии, однако выходные переменные процесса отклоняются от заданного значения в достаточно большом диапазоне. Предлагаемая двухконтурная система управления позволит более рационально вести технологический процесс за счет, во-первых, использования более полной технологической информации о переменных процесса, а также за счет использования адаптивных алгоритмов управления. Преимущество предлагаемой схемы управления заключается в возможности интеграции внешнего контура управления в технологическую цепочку без вывода из строя регуляторов, которые уже реализованы и функционируют на предприятии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адаптивные модели сложных технологических процессов / Лапко А.В., Медведев А.В., Николаев А.Г. и др. // Адаптивные системы и их приложения. – Новосибирск: Наука, 1978. – С. 143-158.
2. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы М. 2003. – 278 с.
3. Андриевский Б. Р. Глобальная стабилизация неустойчивого маятника с маховичным управлением // УБС. 2009. №24. С.258-280
4. Андриевский Б. Р. , Матвеев А. С. , Фрадков А. Л.. Управление и оценивание при информационных ограничениях: к единой теории управления, вычислений и связи // Автомат. и телемех., 2010. № 4. С. 34–99
5. Анисимов Д.Н., Мякинков Д.А. Особенности идентификации нелинейных динамических объектов методом экспоненциальной модуляции // Вестник МЭИ. 2012. № 2. С. 151-154.
6. Апарцин, А.С. О новых классах линейных многомерных уравнений I рода типа Вольтерра // Изв. вузов. Математика. 1995. № 11. С. 28–41.
7. Апарцин, А.С., Спиряев В.А. Об одном подходе к идентификации полиномов Вольтерра//Оптимизация, управление, интеллект. 2006. № 2(10). С. 109-117.
8. Апраушева Н.Н. Использование непараметрических оценок в регрессионном анализе / Н.Н. Апраушева, В.Д. Конаков // Заводск. лаб. 1973. № 5. С. 556-569.
9. Бесекерский, В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. – 768 с.
10. Бессонов, А.А., Загашвили Ю.В., Маркелов А.С. Методы и средства идентификации динамических объектов. – Л.: Энергоатомиздат, 1989. – 280 с.
11. Болквядзе Г.Р. Класс моделей Гаммерштейна в задачах идентификации стохастических систем// Автоматика и телемеханика. 2003. № 1. С. 42-55.
12. Бойчук Л.М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. – М.: Энергия, 1971. — 112 с.
13. Бокс Д., Дженкинс Г. Анализ временных рядов, прогноз и управление. Вып. 1. — М.: Мир, 1974. — 406 с
14. Боровков А.А. Математическая статистика / А.А. Боровков. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
15. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез / А.А. Боровков. – М.: Наука, 1984. – 472 с.

16. Васильев В.А. Непараметрическое оценивание функционалов от распределений стационарных последовательностей / В.А. Васильев, А.В. Добровидов, Г.М. Кошкин. – М.: Наука, 2004. – 508 с.
17. Васильев Е.М., Прокофьева Д.М. Нечеткое управление структурно неустойчивыми объектами. Вестник воронежского государственного технического университета. 2012. Выпуск № 10-1. Том 8. С.8-12
18. Воронков В.С. Оптимальное насыщаемое управление неустойчивым объектом // Труды международной конференции: Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация. г. Минск, Беларусь. 2013. С.93-96
19. Воронов А.А. Основы теории автоматического регулирования и управления. – Учеб.пособие для вузов. М., «Высш. школа», 1977. – 519 с.
20. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления: автоматическое регулирование непрерывных линейных систем / А.А. Воронов. – М.: Энергия, 1980. – 312 с.
21. Воскобойников В.Г. Общая металлургия / В.Г. Воскобойников, В.А. Кудрин, А.М. Якушев. – М.: Металлургия, 1998. – 768 с.
22. Вятченников, Д.Н. Кособуцкий, В.В. Носенко, А.А. Плотникова.Н.В. Идентификация нелинейных динамических объектов во временной области.Вестник ЮУрГУ, 2006. № 14. с 66-70.
23. Гаусс К.Ф.. Избранные геодезические сочинения. Под общей редакцией С.Г. Судакова // Издательство геодезической литературы. Москва. 1957. – 152 с.
24. Глушков В.М., Амосов Н.М., Артеменко И.А. Энциклопедия кибернетики. Том 2. Киев, 1974. – 543 с.
25. Губарев, В. В. Модели объектов типа Гаммерштейна-Винера и имитационный метод оценивания их адекватности / В. В. Губарев, В. А. Третьяков // Мягкие вычисления и измерения, 2000 г. – СПб. : Изд.-во СПбГЭТУ (ЛЭТИ), 2000. Т. 1. с. 151–153.
26. Губарев, В. В., Третьяков, В. А. Идентификация нелинейных систем типа Гаммерштейна-Винера с использованием характеристик, инвариантных и взаимно однозначным монотонным безынерционным функциональным преобразованиям случайных сигналов. Computer Data Analysis and Modeling. Proceedings of the Fifth International Conference. (Компьютерный анализ данных и моделирование). Сборник научных статей V международной конференции. Минск: БГУ, 1998. Ч. 3. с. 104 – 109.
27. Деврой Л. Непараметрическое оценивание плотности / Л. Деврой, Л. Дьерфи. – М.: Мир, 1988. – 408 с.

28. Дорф, Р., Бишоп, Р. Современные системы управления. Пер. с англ. Б. И. Копылова. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.
29. Живоглядов В.П. Непараметрические алгоритмы адаптации / В.П. Живоглядов, А.В. Медведев. – Фрунзе: Илим, 1974. – 133 с.
30. Живоглядов В. П. Об оптимальном дуальном управлении объектами с чистым запаздыванием”, Автомат. и телемех., 1964. №25:1. С. 54–66
31. Заварин А.Н. Использование априорной информации в непараметрических оценках функции регрессии / А.Н. Заварин // Автоматика и телемеханика. 1985. №5. С.79-85.
32. Зенков С. М., Карцев Н. М., Митришкин Ю. В. Стабилизация неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15. I // Автомат. и телемеханика. 2014. № 2. С. 129–145
33. Иванов, А.И. Синтез нелинейных динамических моделей Винера-Гаммерштейна перераспределением памяти между входом и выходом. “Автоматика и телемеханика”, N11, 1997 - С.21-32.
34. Ивахненко А.Г., Мюллер И.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей. — Киев: Техника, 1984. — 350 с.
35. Гельднер К., Кубик С. Нелинейные системы управления. Пер. с нем. – М.: Мир, 1987. – 368 с.
36. Калман Р.Е. Идентификация систем с шумами. Успехи математических наук / Р.Е. Калман. – М.: «Наука», 1985. – 244 с.
37. Карабутов Н.Н. Наблюдаемые информационные портреты и задача структурной идентификации //Труды VI Международной Конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO '07. Москва 29 января-1 февраля 2007. — М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2007. С. 89- 115.
38. Катковник В.Я. Непараметрическая идентификация и сглаживание данных / В.Я. Катковник. – М.: Наука, 1985. – 336 с.,
39. Кашьяп Р.Л., Рао А.Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. Пер. с англ.-М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983.- 384 с.
40. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика / Г.П. Климов. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 328 с.
41. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. – М.: Инфра-М, 1977. – 302 с.

42. Колмогоров А. Н. К обоснованию метода наименьших квадратов”, УМН, 1946. № 1:1(11). С. 57–70
43. Коплярова Н. В., Медведев А. В. Непараметрические алгоритмы управления системами класса Гаммерштейна // Вестник СибГАУ им. М.Ф. Решетнева. 2015. №1. С.62-73
44. Коплярова Н. В. О непараметрической идентификации стохастических объектов класса Винера. Системы автоматизации в образовании, науке и производстве: Труды IX Всероссийской научно-практической конференции / под редакцией С.М. Кулакова, Л.П. Мышляева; Сиб. гос. индустр. ун-т, - Новокузнецк: Изд. центр СибГИУ, 2013. С 445-451.
45. Кошкин Г.М. Непараметрическая идентификация стохастических объектов / Г.М. Кошкин, И.Г. Пивен. – Хабаровск: РАН Дальневосточное отделение, 2009. – 336с.
46. Куликовский Р. Оптимальные и адаптивные процессы в системах автоматического регулирования. М.: Наука, 1967. – 397 с.
47. Ловчаков В.И., М.Н. Сапожников / Синтез квазиоптимальных по быстродействию систем управления высокого порядка // Известия ТулГУ. Технические науки. 2012. Вып. с.136-147
48. Максвелл Д. К., Вышнеградский И. А., Стодола А. // Теория автоматического регулирования // Издательство Академии Наук СССР. 1949. – 432 с.
49. Медведев А. В. Адаптация и обучение в условиях непараметрической неопределенности // Фундаментальные исследования (физико-математические и технические науки). – Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1977. С. 92–97.
50. Медведев А.В. Непараметрические системы адаптации / А.В. Медведев. – Новосибирск: Наука, 1983. – 173с.
51. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Общий подход // Вестник СибГУ им. М.Ф. Решетнева. 2008. №3 (20). С.134-146
52. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Моделирование // Вестник СибГАУ. 2010. № 4 (30). С. 4–9.
53. Медведев, А.В. Теория непараметрических систем. Процессы / Вестник СибГАУ, №3 (29). Красноярск, 2010, с.4-9.
54. Медведев Александр Васильевич О теории непараметрических систем управления // Вестн. Том. гос. ун-та. Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. №1 (22). С.6-19

55. Медведев А.В. Теория непараметрических систем. Управление – I / А.В. Медведев // Вестник Сибирского государственного университета имени академика М.Ф. Решетнева. 2013. №2(48). С.57-63.
56. Медведев А.В. Теория непараметрических систем. Управление – II / А.В. Медведев // Вестник Сибирского государственного университета имени академика М.Ф. Решетнева. 2013. №3(49). С.85-90.
57. Медведев А.В. Основы теории адаптивных систем. – Красноярск, Изд. СибГАУ, 2015. – 525с.
58. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем управления / под редакцией К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – Москва: М57ГТУ им.Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с.
59. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы / И.В. Мирошник. – СПб.: Питер, 2005. – 336 с.
60. Надарая Э.А. Непараметрическое оценивание плотности вероятностей и кривой регрессии / Э.А. Надарая. – Город.: Издательство Тбилисского университета, 1983. – с
61. Основы автоматического регулирования и управления. Под ред. Пономарева В. М. и Литвинова А. П. Учебн. пособие для неэлектротехн. специальностей вузов. М., «Высшая школа», 1974 - 439 с.
62. Павленко В.Д.. Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерра на основе данных измерений импульсных откликов // Электронное моделирование. 2010. Т. 32, № 3. С. 3-18.
63. Понтрягин, А.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. Москва: Изд. «Наука», 1961г. – 391с
64. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Пугачев. – М.: Наука, 1979. – 496 с.
65. Пухов Г.Е., Жук К.Д. Синтез многосвязных систем управления по методу обратных операторов. Киев, Наукова думка, 1966г. 218с
66. Райбман Н.С. Что такое идентификация? - М.: Наука, 1970. - 118 с.
67. Райбман Н.С. Адаптивные модели в системах управления / Н.С. Райбман, В.М. Чадеев. – М.: Сов. радио, 1966. – 159 с.
68. Растрингин Л.А. Адаптация сложных систем / Л.А. Растрингин. – Рига: Зинатне, 1981. – 375 с.

69. Рао, Драйпер П., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Статистика, 1973. – 178с.
70. Рубан А.И. Методы анализа данных: учебное пособие / А.И. Рубан. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2004. – 319 с.
71. Север Д. Линейный регрессионный анализ. М.: Мир, 1980. – 234с.
72. Симахин В.А. Непараметрическая статистика. Ч.1. Теория оценок Учебное пособие / В.А. Симахин – Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та. 2004. – 216 с.
73. Солодовников В.В. Теория автоматического управления техническими системами / В.В Солодовников, В.Н. Плотников, А.В. Яковлев. – М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1993. – 492 с.
74. Срагович В.Г. Адаптивное управление / В.Г. Срагович. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 384 с.
75. Стрижов В.В., Крымова Е.А. Методы выбора регрессионных моделей. М.: ВЦ РАН, 2010. – 60 с.
76. Тарасенко Ф.П. Непараметрическая статистика / Ф.П. Тарасенко. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1976. – 292 с.
77. Туркенич Д.И. Управление плавкой стали в конверторе / Д.И.Туркенич. – М.: Металлургия, 1972. – 360 с.
78. Тюкин В.Н. Теория управления: Конспект лекций. Часть 1. Обыкновенные линейные системы управления / В.Н. Тюкин. – Вологда: ВоГТУ, 2000. – 200 с.
79. Управление сталеплавильными агрегатами на основе современных физико-химических представлений / А.Г. Пономаренко, П.И. Окоукони, С.А. Храпко, Е.Н. Иноземцева // Труды 4-го конгресса сталеплавильщиков. 1997. С. 35-40.

80. Уткин В. А., Уткин А. В. Задача слежения в линейных системах с параметрическими неопределенностями при неустойчивой нулевой динамике. Автоматика и телемеханика. 2014. № 9. С. 45–64
81. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. Москва. Изд. Физматгиз, 1963г. - 552с.
82. Фомин В.Н. Адаптивное управление динамическими объектами / Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 448 с.
83. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах / А.Л. Фрадков. – М.: Наука, 1992. – 292с.
84. Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия / В. Хардле. – М.: Мир, 1993. – 349 с.
85. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. Изд. «Наука», 1968г. – 400с.
86. Цыпкин Я.З. Основы теории обучающихся систем / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1970. – 252 с.
87. Цыпкин, Я.З. Информационная теория идентификации / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука. Физматлит, 1995. – 336 с
88. Шуленин В.П. Математическая статистика. Ч.1. Параметрическая статистика: учебник / В.П. Шуленин – Томск: Изд-во НТЛ, 2012. – 540 с.
89. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. – 683с, 87.
90. Юдович Е.И. Управление неустойчивыми объектами на примере привода вертикальных рулей самолета. Электронный журнал «Молодежный научно-технический вестник», 2012.
91. Eddy W.F. Optimum kernel estimators of the mode / W.F. Eddy // Ann. Math.Statist. 1980. V. 8. P. 870-882.
92. Efroimovich S.Yu. Nonparametric curve estimation. Methods, theory and application. Berlin, New-York: Springer-Verlag, 1999. – 134 p.
93. Fabrit S. Kadiramanathant V. Dual Adaptive Control of Nonlinear Stochastic Systems using Neural Networks”, Automatica, 1998. Vol. 34, No. 2, p. 245-253
94. Filatov, N.M., Keuchel, U., Unbehauen, H. Dual control for an unstable mechanical plant. Control Systems, IEEE. 1996. Volume:16. Issue: 4. pp. 31 – 37.
95. Kalman, R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems. Journal of Basic Engineering. 1998. 82 (1). p. 35—45

96. Gasser T. Kernel estimation of regression function. T. Gasser, H.G. Muller // Lect. Notes Math. 1979. V.757. p. 23-68.
97. Lia Duan, Qianb Fucai, Fuc Peilin. Optimal nominal dual control for discrete-time linear-quadratic Gaussian problems with unknown parameters. Automatica Volume 44, Issue 1, January 2008, p. 119–127
98. Medvedeva N.A. Nonparametrical Estimation of Statistical Characteristics in Problem of Modelling / N.A. Medvedeva // Proceedings of the International Conference «Computer Data Analysis and Modeling». Minsk: BSU, 1995. p.89 - 93.
99. Nemirovski A. Topics in non-parametric statistics / A. Nemirovski // Lectures on probability theory and statistics, in Ecole de Saint-Flour 1988. Lecture Notes in Math. 2000. P.85-277.
100. Pracasa Rao B.L.S. Nonparametric function estimation / B.L.S. Pracasa Rao. – Orlando: Academic Press, 1983. – 523 p.
101. Soderstrom T. On model structure testing in system identification.— Int. J. Control, 1977, v. 26, № 1, p. 1-18.
102. Tse, E. Bar-Shalom, Y. An actively adaptive control for linear systems with random parameters via the dual control approach. Automatic Control Volume:18 Issue:2. P. 8-18
103. Unbehauen H., Gohring B. Tests for determining model order in parameter estimation. Automatica, 1974, v. 10, p. 233-244.
104. Van den Boom A . J. W., van der Endenden A . W. M. The determination of the orders of process and noise dynamics. Automatica, 1974, v. 10, p. 245-256.
105. Wenk, C.J. Bar-Shalom, Y. A multiple model adaptive dual control algorithm for stochastic systems with unknown parameters. Automatic Control. Volume:25 Issue:4. P 56-64
106. Wittenmark, B. (1995): “Adaptive dual control methods: An overview.” In 5th IFAC Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing, Budapest, Hungary. [Survey article] p. 67–72.
107. Woodside C. H. Estimation of the order of linear systems. Automatica. 1971. №7, p. 727-733